

dr inż. Marcin Klimek

E-mail: m.klimek@dydaktyka.pswbp.pl; nr ORCID: 0000-0002-5912-197X
Państwowa Szkoła Wyższa w Białej Podlaskiej, Zakład Informatyki

Problem przydziału pracowników do stanowisk pracy z losowością i rotacją alokacji

Problem of employees assignment to workplaces with randomness and rotation of allocation

W artykule opisane jest zagadnienie przydziału pracowników do stanowisk pracy w systemie odpraw celnych. Ze względu na specyfikę problemu, w związku z występowaniem ryzyka zachowań korupcyjnych, obsada stanowisk pracy powinna być generowana w sposób losowy. Zalecane jest także uwzględnienie rotacji stanowisk dla pracowników, którzy np. zbyt często pełnili służbę w uciążliwym miejscu pracy. Sformułowany jest model matematyczny dla tego zagadnienia. Następnie zaprezentowany jest proponowany szybki algorytm znajdujący rozwiązanie dedykowane dla zdefiniowanego problemu.

Słowa kluczowe:

problem przydziału, losowa alokacja z rotacją stanowisk, priorytetowy algorytm alokacji, odprawy celne

The article discusses the assignment problem of employees to workplaces in the customs clearance system. Due to the specific nature of the problem, due to the risk of corruption, staffing should be generated randomly. It is also advisable to include rotation of positions for employees who, for example, have too often served in a cumbersome workplace. The mathematical model for this problem is formulated. Then the proposed fast algorithm is presented, which is dedicated to the defined problem.

Key words:

assignment problem, random allocation with rotation of workplaces, priority allocation algorithm, customs clearance

JEL: C61, C78, D73

Wstęp

Przydział pracowników do stanowisk pracy to jedno z ważnych zagadnień optymalizacyjnych podejmowanych w pracach badawczych (Burkard, 2006; Gettha, Nair, 1993; Pentico, 2007). Rozpatrywany jest najczęściej przydział maszyn (pracowników) do poszczególnych stanowisk (miejsce) pracy dla przyjętych kryteriów optymalizacyjnych, tj. minimalizacja kosztów lub czasu wykonania zadań, maksymalizacja wydajności, jakości pracy itp. Przy przydziale pracowników do stanowisk uwzględniane są kwalifikacje, uprawnienia, wydajność pracy itp.

W tej pracy opisany jest rzeczywisty problem przydziału pracowników (funkcjonariuszy celno-skarbowych) do stanowisk pracy występujący przy odprawach celnych (Klimek Łebkowski, 2011; Klimek, Łebkowski, 2012). Kierownik zmiany na każdej służ-

bie przed rozpoczęciem pracy dokonuje obsady stanowisk, których liczba jest równa liczbie pracowników dostępnych na zmianie. Na niektórych typach stanowisk liczba przydzielanych osób jest większa niż jeden (zależy to od specyfiki oddziału celnego i od bieżącego obciążenia pracą na tych typach stanowisk). Przy obsadzaniu stanowisk odpraw celnych zakłada się, że alokacja pracowników do stanowisk powinna być losowa, niemożliwa do przewidzenia dla funkcjonariuszy, co ma ograniczyć ryzyko występowania zachowań korupcyjnych, utrudnić możliwość współpracy funkcjonariuszy i przemytników (komunikacja telefoniczna w trakcie służby może podlegać kontroli). W poszukiwanym przydziale wskazane jest również unikanie przydziału pracowników do stanowisk uciążliwych, na których w ostatnim czasie pracowali najczęściej. Dodatkowo nie rozróżnia się pracowników pod względem ich wydajności pracy (ewentualne korekty w alokacji uwzględniające wy-

dajność funkcjonariuszy wykonywane są „ręcznie” przez kierownika zmiany dla zatwierdzonego systemowego losowego przydziału). Każdy z funkcjonariuszy ma uprawnienia do pracy na wybranych stanowiskach, ustalonych na podstawie przebytych szkoleń stanowiskowych, doświadczenia, predyspozycji itp.

W artykule opisany jest system informatyczny, w którym zaimplementowany został algorytm przydziału, a następnie przedstawiony jest przyjęty model matematyczny przydziału funkcjonariuszy do stanowisk, który bierze pod uwagę losowość alokacji i rotację stanowisk, przy równoczesnej maksymalizacji liczby obsadzonych stanowisk.

System informatyczny do prowadzenia elektronicznej książki służby

Przydział funkcjonariuszy do stanowisk odpraw celnych zrealizowany jest w systemie informatycznym, zrealizowanym przez autora niniejszego artykułu, przeznaczonym do prowadzenia elektronicznej książki służby w Systemie Przetwarzania Danych — Elektronicznej Książce Służby, w skrócie SPD-EKS (Klimek, 2016). System SPD-EKS jest używany przez każdy z szesnastu Urzędów Celno-Skarbowych w Polsce, przez większość oddziałów celnych, w szczególności na wszystkich przejściach granicznych. Wdrożenie wraz z SPD-EKS zautomatyzowanego przydziału pracowników do stanowisk pracy usprawniło funkcjonowanie przejść granicznych, w szczególności skróciło czas oczekiwania funkcjonariuszy pojawiających się na służbie na wyznaczenie

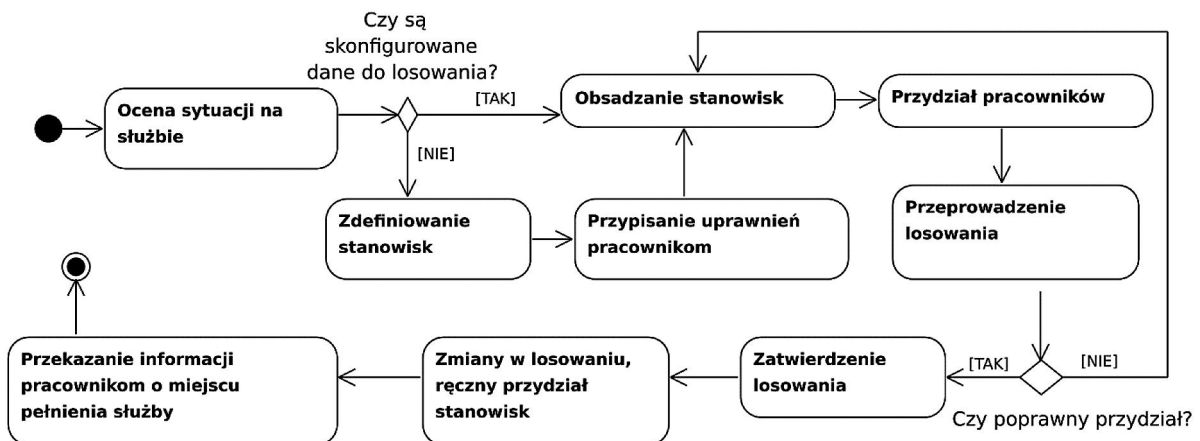
im miejsc pracy. Dodatkowo ograniczyło potencjalnie występujący problem przydziału przez kierowników zmiany „wtajemniczonych” funkcjonariuszy na stanowiska kontrolne na konkretnych służbach, na których planowany jest np. przemyt towaru przez współpracujących z nimi przemytników.

Przebieg losowego przydziału pracowników przy użyciu SPD-EKS przedstawiony jest na rysunku 1. Przed przystąpieniem do losowania stanowisk podczas służby w oddziałach celnych konieczne jest zdefiniowanie typów stanowisk podlegających losowaniu oraz przypisanie pracownikom (funkcjonariuszom) uprawnień do typów stanowisk, na które mogą być losowani. Jest to czynność konfiguracyjna, która jest wykonywana jednorazowo. Zmiany w konfiguracji wykonywane są sporadycznie, np. w przypadku nabycia nowych uprawnień przez pracownika w wyniku jego przeszkolenia.

Na danej służbie przeprowadzający przydział pracowników (kierownik zmiany) kolejno (Klimek, 2016):

- określa liczbę stanowisk danego typu, która ma podlegać obsadzaniu w drodze losowania (operacja w systemie SPD: Obsadzanie stanowisk);
- z dostępnej listy funkcjonariuszy wybiera tych, którzy stawili się na służbę i będą podlegać losowaniu (operacja w systemie SPD: Przydział pracowników);
- przeprowadza losowanie — jako wynik losowania wyświetlone jest zestawienie pracowników z przydzielonymi losowo typami stanowisk (operacja w systemie SPD: Przeprowadzenie losowania);
- akceptuje wyniki losowania (operacja w systemie SPD: Zatwierdzenie losowania);
- wprowadza zmiany w alokacji, „ręcznie” obsadza niektóre stanowiska, np. te, które nie podlegają losowaniu;

Rysunek 1
Przebieg alokacji funkcjonariuszy z wykorzystaniem Elektronicznej Książki Służby



Źródło: opracowanie własne.

- przekazuje pracownikom informacje o miejscu pełnienia służby (sprawdzenie miejsca pracy jest też możliwe po zalogowaniu w systemie SPD).

Kolejne losowanie jest możliwe do przeprowadzenia po odczekaniu określonego w konfiguracji czasu (system blokuje na ten czas operację losowania), aby kierownicy zmian mieli jak najmniejszy wpływ na wyniki alokacji i przeprowadzali najlepiej jedno losowanie na służbie. Po zatwierdzeniu losowania wszystkie zmiany w przydziale stanowisk, zmiany w godzinach pełnienia służby itp. wymagają uzasadnień i są rejestrowane. Dla każdej służby udostępniony jest podgląd do szczegółowej historii losowań i zmian w nich wprowadzonych, który jest wykorzystywany przez komórki kontroli wewnętrznej.

Sformułowanie problemu losowego przydziału z rotacją stanowisk

Zagadnienie przydziału personelu (Pentico, 2007), podobnie jak ogólny problemu przydziału (Cattrysse, Van Wassenhove, 1992) sprowadza się do przypisania obiektów z jednej grupy (np. pracowników, maszyn) do obiektów z innej grupy (np. zadań, stanowisk), przy przyjętym kryterium optymalizacyjnym. W klasycznym problemie przydziału każdy z pracowników może pracować (ma uprawnienia, kwalifikacje) na każdym stanowisku, a liczba pracowników jest równa liczbie obsadzanych stanowisk. W wyniku alokacji każde stanowisko jest obsadzone przez dokładnie jednego pracownika, a kryterium optymalizacyjnym jest np. maksymalna wydajność pracowników lub minimalny koszt ich pracy.

W pracach badawczych rozważanych jest wiele różnych modeli optymalizacyjnych dla problemu przydziału pracowników do stanowisk pracy, przegląd można znaleźć w literaturze przedmiotu (Burkard, 2006; Geetha, Nair, 1993; Pentico, 2007). Przy opracowywaniu analizowanego modelu alokacji funkcjonariuszy wykorzystany jest model klasyczny, dodatkowo uwzględniający uprawnienia (kwalifikacje) poszczególnych pracowników do konkretnych stanowisk. Dlatego kryterium optymalizacyjnym może być np. maksymalizacja liczby obsadzonych stanowisk przy uwzględnieniu uprawnień pracowników.

Model matematyczny problemu formułowany jest na podstawie znanych modeli alokacji, przy uwzględnieniu specyficznych wymagań określonych przez oddziały celne. Rozważany problem przydziału można zdefiniować jako problem minimalizacji funkcji celu F :

$$\min F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^s c_{ij} \cdot x_{ij}, \quad (1)$$

Przy następujących ograniczeniach:

- każdy z pracowników może być przydzielony maksymalnie do jednego ze stanowisk, do których ma uprawnienia:

$$\forall i \in \langle 1, n \rangle: \sum_{j=1}^s q_{ij} \cdot x_{ij} \leq 1 \quad (2)$$

- każdy typ stanowiska pracy może być obsadzony przez przewidzianą liczbę pracowników, którzy mają do niego uprawnienia, kwalifikacje:

$$\forall j \in \langle 1, s \rangle: \sum_{i=1}^n q_{ij} \cdot x_{ij} \leq n_j, \quad (3)$$

gdzie:

i — indeks (numer) pracownika,

j — indeks (numer) typu stanowiska pracy,

n — liczba przydzielanych pracowników równa łącznej liczbie obsadzanych stanowisk,

s — liczba różnych typów obsadzanych stanowisk pracy,

c_{ij} — współczynnik kosztu przypisany alokacji i -tego pracownika do j -tego typu stanowiska,

n_j — liczba stanowisk pracy typu j do obsadzenia w danej alokacji, $n_j \geq 1$,

q_{ij} — uprawnienia i -tego pracownika do pracy na j -tym typie stanowisku, gdy pracownik ma uprawnienie $q_{ij} = 1$, w przeciwnym przypadku $q_{ij} = 0$,

x_{ij} — zerojedynkowa zmienna decyzyjna określająca przydział i -tego pracownika do pracy na j -tym typie stanowiska, $x_{ij} = 1$, jeżeli i -ty pracownik jest alokowany do pracy na j -tym stanowisku, w przeciwnym przypadku $x_{ij} = 0$.

Każdy pracownik i ($i = 1, \dots, n$) może być przydzielony na maksymalnie jedno stanowisko (wzór 2). Każdy typ stanowiska j ($j = 1, \dots, s$) może być obsadzony przez maksymalnie n_j pracowników, którzy mają do niego uprawnienia (wzór 3). Łącznie liczba wszystkich stanowisk do obsadzenia wynosi n :

$$n = \sum_{j=1}^s n_j. \quad (4)$$

W sformułowanym modelu optymalizacyjnym (wzory 1–3) kluczowe są zasady wyznaczania współczynników c_{ij} . Powinny być one tak dobierane, aby szukany przydział pracowników do stanowisk spełniał wymagania wynikające z rzeczywistej specyfiki zagadnienia. W rozważanym systemie odpraw celnych najważniejszym celem alokacji jest losowe obsadzenie jak największej liczby stanowisk. Funkcjonariusze posiadają uprawnienia do wielu typów stanowisk, co sprawia, że możliwe jest wygenerowanie pełnej obsady stanowisk na wiele różnych sposobów.

Przeprowadzona analiza funkcjonowania dotychczasowych algorytmów przydziału wskazała na potrzebę wprowadzenia rotacji stanowisk dla pracowników. Spośród alokacji o maksymalnej obsadzie powinny być preferowane te, w których brak jest obsady stanowisk przez tych funkcjonariuszy, którzy pracowali na nich najczęściej (w założonym horyzoncie czasowym). Rotacja stanowisk dla pracowników powinna być uwzględniana dla tych pracowników, dla których jej zastosowanie nie pozbawi losowości przydziału.

W celu zapewnienia rotacyjności obsady stanowisk dla każdego z pracowników określa się liczbę przydziałów na danym typie stanowiska (do którego ma uprawnienia) w określonym horyzoncie czasowym (np. w ciągu ostatnich 20 służb). Wyznaczane są współczynniki przydziału pracowników do typów stanowisk pracy r_{ij} (wzór 5):

$$r_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{dla } \sum_{t=1}^T z_i(t) = 0 \\ \frac{\sum_{t=1}^T w(t) y_{ij}(t) n_j(t)}{\sum_{t=1}^T w(t) z_i(t) n_j(t)}, & \text{dla } \sum_{t=1}^T z_i(t) > 0 \end{cases}, \quad (5)$$

gdzie:

$w(t)$ — waga przypisana przydziałowi w okresie t ,

T — przyjęty horyzont czasowy,

$y_{ij}(t)$ — przydział i -tego pracownika do stanowiska typu j na służbie w okresie t , $y_{ij}(t) = 1$, gdy i -ty pracownik był przydzielony do stanowiska typu j w czasie t , w przeciwnym przypadku $y_{ij}(t) = 0$,

$n_j(t)$ — liczba stanowisk typu j obsadzanych w czasie t ,

$z_i(t)$ — przydział i -tego pracownika do dowolnego ze stanowisk w czasie t .

Jeśli na danej zmianie t (na służbie w okresie t) określony pracownik i był przydzielony do dowolnego z typów stanowisk ($j = 1, \dots, s$), to $= 1$. Dla dowolnego $t = 1, \dots, T$:

$$z_i(t) = \sum_{j=1}^s y_{ij}(t), \quad z_i(t) \in \{0, 1\}. \quad (6)$$

Przy obliczaniu współczynników r_{ij} można założyć, że wcześniej wykonane przydziały mają mniejszy wpływ na przeprowadzany przydział. Dla następujących po sobie przydziałów można np. założyć, że wagi spełniają nierówność $w_{t-1} \leq w_t$ dla każdego $t = 2, \dots, T$. W celu zastosowania krótkoterminowej rotacji można przyjmować znacznie wyższe wagi dla ostatnich służb.

Po ustaleniu współczynników r_{ij} szukane są te obsady stanowisk dla pracowników, które należałoby

wyeliminować z alokacji, tzn. te, dla których współczynniki przydziału r_{ij} mają najwyższą wartość, a ich usunięcie nie pozbawi losowości wykonywanej alokacji (przykładowy sposób ustalania rotowanych stanowisk jest przedstawiony dla przykładowego problemu ilustrującego zagadnienie w dalszej części pracy). Po wyznaczeniu stanowisk do rotacji współczynniki kosztów są ustalane następująco:

$$c_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{dla } q_{ij} = 1 \text{ stanowisko nierotowane} \\ r_{ij}, & \text{dla } q_{ij} = 1 \text{ stanowisko rotowane} \\ n, & \text{dla } q_{ij} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Przy tak zdefiniowanych współczynnikach c_{ij} (wzór 7) przy rozwiązywaniu problemu minimalizacji F dąży się do maksymalizacji liczby obsadzonych stanowisk — każde nieobsadzone stanowisko zwiększa wartość F o n , gdzie n to przyjęta wartość „kary” za przydział pracownika do stanowiska, do którego nie ma on uprawnień, większa niż maksymalna wartość funkcji celu F przy pełnej obsadzie. Minimalna wartość funkcji celu F szukanej alokacji wynosi 0 i jest osiągnięta dla pełnego przydziału pracowników do stanowisk z uwzględnieniem wszystkich rotacji.

Proponowany algorytm alokacji

Analizowane zagadnienie różni się od problemów przydziału rozważanych w literaturze (Pentico, 2007). Zgodnie z wiedzą autora brak jest opracowań, poza pracami autora, w których rozpatrywany jest problem alokacji pracowników do stanowisk pracy z maksymalizacją liczby obsadzonych stanowisk przy równoczesnym zapewnieniu losowości i rotacji stanowisk dla tej alokacji.

Problemy przydziału należą do zagadnień liniowych, zerojedynkowych, dla których możliwe jest zastosowanie znanych metod programowania całkowitoliczbowego. Czas działania metod programowania całkowitoliczbowego może być jednak zbyt długi. Znane są także inne algorytmy, które rozwiązują dokładnie klasyczny problem alokacji zasobów w czasie wielomianowym, tj. algorytm węgierski (Kuhn, 1955).

Dedykowany algorytm przydziału funkcjonariuszy do stanowisk musi działać w akceptowalnym krótkim czasie, ponieważ jest wykonywany codziennie przed rozpoczęciem pracy, a funkcjonariusze rozpoczynają służbę dopiero po przydzieleniu im stanowisk. Jeśli istnieje wiele alokacji o identycznej wartości F , alokacje te powinny być osiągalne przy zastosowaniu algorytmu, najlepiej ze zbliżonym prawdopodobieństwem (każde kolejne uruchomienie algorytmu po-

winno tworzyć losową alokację funkcjonariuszy do miejsc pracy, niezależną od wyników poprzedniego losowania).

Rozmiar zagadnienia (liczba funkcjonariuszy i stanowisk) jest zróżnicowany od 3 do 40 pracowników (stanowisk) w zależności od wielkości komórki organizacyjnej. Ze względu na wymagany szybki czas działania w SPD-EKS opracowany jest prosty algorytm konstrukcyjny wykorzystujący reguły priorytetowe (Klimek, Łebkowski, 2012), który można przedstawić w następujących krokach:

Krok 1:

Utworzenie losowej permutacji Π wszystkich pracowników wyznaczonych do pracy, co ma zagwarantować losowość wykonanego przydziału. W następnych krokach algorytm przebiega w sposób deterministyczny.

Krok 2:

Wyznaczenie priorytetów alokacji dla poszczególnych typów stanowisk pracy:

$$\forall j \in \langle 1, s \rangle: P_j = \sum_{i=1}^n q_{ij} - n_j. \quad (8)$$

Krok 3:

Obsadzenie jednego stanowiska typu j o najniższej aktualnej wartości priorytetu P_j (priorytety P_j są inicjalizowane w kroku 2 i aktualizowane w kroku 4). Do stanowiska typu j przydzielany jest pierwszy pracownik z listy pomocniczej U złożonej z pracowników mających kwalifikacje do pracy na stanowisku typu j uporządkowanych rosnąco na podstawie współczynników c_{ij} (przy równych wartościach c_{ij} kolejność taka jak na liście Π). Jeśli brak jest pracownika posiadającego uprawnienia do stanowiska typu j pracownika (lista U jest pusta), stanowiska tego typu pozostaną nieobsadzone i nie są już rozważane podczas dalszego przydziału.

Krok 4:

Usunięcie pracownika alokowanego w kroku 3 z listy Π . Zmiana priorytetów P_j : zmniejszenie ich wartości o jeden dla tych typów stanowisk, do których miał uprawnienia pracownik alokowany w kroku 3. Jeśli liczba przydzielonych pracowników dla danego typu stanowiska jest równa liczbie pracowników do obsadzenia na tym stanowisku n_j , ten typ stanowiska jest już obsadzony i nie jest rozpatrywany w następnych iteracjach algorytmu.

Kroki 3 i 4 są powtarzane aż do momentu, w którym wszystkie typy stanowisk są już obsadzone lub są wyeliminowane z obsadzania, ponieważ nie znaleziono dla nich uprawnionych pracowników.

Krok 5:

Jeśli wartość funkcji celu F jest większa od 0, analizowana jest możliwość poprawy przydziału dla pracowników uporządkowanych w kolejności malejących $c_{ij} > 0$, dla przydzielonych im typów stanowisk. Szukana jest prosta zamiana alokacji między parą

pracowników w taki sposób, aby osiągnąć lepszy przydział z niższą wartością funkcji celu F .

Zbliżony algorytm priorytetowy jest wdrożony w SPD-EKS do obsady stanowisk przy odprawach celnych. Spełnia najważniejsze wymagania przed nim stawiane: generuje w krótkim czasie losowe alokacje funkcjonariuszy do stanowisk pracy. Algorytm można uruchamiać wielokrotnie w poszukiwaniu obsady z najniższą wartością funkcji celu F — zmienione alokacje są tworzone w przypadku wylosowania nowej permutacji Π w kroku 1.

Przykład ilustracyjny

W celu ilustracji analizowanego problemu przydziału i proponowanego algorytmu przydziału posłużmy się przykładem, w którym alokowanym jest siedmiu pracowników do pięciu typów stanowisk ($n_1 = 2, n_2 = 1, n_3 = 2, n_4 = 1, n_5 = 1$). Pracownicy posiadają uprawnienia do pracy na następujących typach stanowisk:

- pracownik 1 do stanowisk typu 1, 2, 3, 5 ($q_{11} = 1, q_{12} = 1, q_{13} = 1, q_{14} = 0, q_{15} = 1$);
- pracownik 2 do stanowisk typu 1, 2, 3 ($q_{21} = 1, q_{22} = 1, q_{23} = 1, q_{24} = 0, q_{25} = 0$);
- pracownik 3 do stanowisk typu 1, 3, 5 ($q_{31} = 1, q_{32} = 0, q_{33} = 1, q_{34} = 0, q_{35} = 1$);
- pracownik 4 do stanowisk typu 1, 2, 3, 5 ($q_{41} = 1, q_{42} = 1, q_{43} = 1, q_{44} = 0, q_{45} = 1$);
- pracownik 5 do stanowisk typu 2, 4, 5 ($q_{51} = 0, q_{52} = 1, q_{53} = 0, q_{54} = 1, q_{55} = 1$);
- pracownik 6 do stanowisk typu 3, 4, 5 ($q_{61} = 0, q_{62} = 0, q_{63} = 1, q_{64} = 1, q_{65} = 1$);
- pracownik 7 do stanowisk typu 3, 4, 5 ($q_{71} = 0, q_{72} = 0, q_{73} = 1, q_{74} = 1, q_{75} = 1$).

Dla typów stanowisk, do których pracownicy mają uprawnienia, ustalone są, w przyjętym horyzoncie czasowym, współczynniki przydziału r_{ij} na podstawie historii poprzednich miejsc pracy. Na podstawie wartości współczynników przydziału r_{ij} ustalane są współczynniki c_{ij} , które są brane pod uwagę przy optymalizacji alokacji pracowników do stanowisk (uwzględniający rotację wybranych, najczęściej obsadzanych typów stanowisk dla pracowników). Przyjęta w przykładzie macierz współczynników c_{ij} przedstawiona jest w tabeli 1. Macierz wypełniona jest wartościami ustalonymi zgodnie ze wzorem 7, przy braku uprawnień pracownika dodanego typu stanowiska $c_{ij} = n = 7$, stanowiska niepodlegające rotacji $c_{ij} = 0$, stanowiska ustalone do rotacji $c_{ij} = r_{ij}$.

Dla współczynników c_{ij} z tabeli 1 proponowany algorytm losowej alokacji przebiega w następujący sposób: Krok 1: Utworzenie losowej permutacji pracowników np. $\Pi = \{2, 3, 5, 1, 7, 4, 6\}$.

Krok 2: Wyznaczenie początkowych priorytetów alokacji pracowników dla wszystkich typów stanowisk pracy:

Tablica 1

Współczynniki c_{ij} dla przykładowego problemu alokacji

	Typ st. 1	Typ st. 2	Typ st. 3	Typ st. 4	Typ st. 5
Pracownik 1	0	0	0	7	0
Pracownik 2	0	0.3	0	7	7
Pracownik 3	0.5	7	0	7	0
Pracownik 4	0	0.4	0	7	0
Pracownik 5	7	0	7	0.4	0.4
Pracownik 6	7	7	0	0	0.3
Pracownik 7	7	7	0.5	0	0

$P_1^{(0)} = 4 - 2 = 2$, $P_2^{(0)} = 4 - 1 = 3$, $P_3^{(0)} = 6 - 2 = 4$,
 $P_4^{(0)} = 3 - 1 = 2$, $P_5^{(0)} = 6 - 1 = 5$.

W kolejnych krokach 3–4 algorytm przydziału jest iteracyjny, w każdej iteracji przydzielane jest maksymalnie jedno stanowisko dla jednego pracownika.

Iteracja 0:

Krok 3: Obsadzenie typu stanowiska o najniższej wartości priorytetu $P_i^{(0)}$, czyli stanowiska typu 1 ($P_1^{(0)} = P_4^{(0)} = 2$) (przy równych wartościach wybierany typ stanowiska o większej liczbie stanowisk do obsadzenia, a następnie o mniejszym indeksie typu stanowiska). Do stanowiska typu 1 przydzielany jest pierwszy pracownik z listy $U^{(0)} = \{2, 1, 4, 3\}$ (z listy osób mających kwalifikacje do pracy na stanowisku typu 1, uporządkowanych rosnąco na podstawie współczynników c_{ij} , przy równych wartościach c_{ij} kolejność taka jak na liście $\Pi^{(0)}$) — jest to pracownik 2. Aktualny przydział $\{(2,1)\}$.

Krok 4: Aktualizacja list do kolejnej iteracji Π_i priorytetów $P_i^{(1)}$ przy uwzględnieniu przydziału stanowiska typu 1 dla pracownika 2:

$\Pi^{(0)} = \{3, 5, 1, 7, 4, 6\}$, $P_1^{(1)} = 3 - 1 = 2$, $P_2^{(1)} = 3 - 1 = 2$, $P_3^{(1)} = 5 - 2 = 3$, $P_4^{(1)} = 3 - 1 = 2$, $P_5^{(1)} = 6 - 1 = 5$.

Iteracja 1:

Krok 3: Przydział do stanowiska typu 1 z listy $U^{(1)} = \{1, 4, 3\}$ pracownika 1, aktualny przydział $\{(2,1), (1,1)\}$.

Krok 4: Aktualizacja list:

$\Pi^{(1)} = \{3, 5, 7, 4, 6\}$, $P_2^{(2)} = 2 - 1 = 1$, $P_3^{(2)} = 4 - 2 = 2$, $P_4^{(2)} = 3 - 1 = 2$, $P_5^{(2)} = 5 - 1 = 4$.

Iteracja 2:

Krok 3: Przydział do stanowiska typu 2 z listy $U^{(2)} = \{5, 4\}$ pracownika 5, aktualny przydział $\{(2,1), (1,1), (5,2)\}$.

Krok 4: Aktualizacja list:

$\Pi^{(2)} = \{3, 7, 4, 6\}$, $P_3^{(3)} = 4 - 2 = 2$, $P_4^{(3)} = 2 - 1 = 1$, $P_5^{(3)} = 4 - 1 = 3$.

Iteracja 3:

Krok 3: Przydział do stanowiska typu 4 z listy $U^{(3)} = \{7, 6\}$ pracownika 7, aktualny przydział $\{(2,1), (1,1), (5,2), (7,4)\}$.

Krok 4: Aktualizacja list:

$\Pi^{(4)} = \{3, 4, 6\}$, $P_3^{(4)} = 3 - 2 = 1$, $P_5^{(4)} = 3 - 1 = 2$.

Iteracja 4:

Krok 3: Przydział do stanowiska typu 3 z listy $U^{(4)} = \{3, 4, 6\}$ pracownika 3, aktualny przydział $\{(2,1), (1,1), (5,2), (7,4), (3,3)\}$.

Krok 4: Aktualizacja list:

$\Pi^{(5)} = \{4, 6\}$, $P_3^{(5)} = 2 - 1 = 1$, $P_5^{(5)} = 2 - 1 = 1$.

Iteracja 5:

Krok 3: Przydział do stanowiska typu 3 z listy $U^{(5)} = \{4, 6\}$ pracownika 4, aktualny przydział $\{(2,1), (1,1), (5,2), (7,4), (3,3), (4,3)\}$.

Krok 4: Aktualizacja list:

$\Pi^{(6)} = \{6\}$, $P_5^{(6)} = 1 - 1 = 0$.

Iteracja 6:

Krok 3: Przydział do stanowiska typu 5 z listy $U^{(6)} = \{6\}$ pracownika 6, aktualny przydział $\{(2,1), (1,1), (5,2), (7,4), (3,3), (4,3), (6,5)\}$.

Krok 4: Koniec iteracji, wszyscy pracownicy mają przydzielone stanowiska. Przejdźcie do kroku 5.

Krok 5: Funkcja celu jest równa 0.3, wykonywana jest poprawa przydziału. Jedyna alokacja z niezerowym współczynnikiem c_{ij} to przydział pracownika 6 do stanowiska typu 5. Analizowane są możliwości zamiany przypisanych typów stanowisk dla pracownika 6 z kolejnymi pracownikami z listy $\Pi = \{2, 3, 5, 1, 7, 4\}$:

- zamiana z pracownikiem 2 jest niekorzystna, zwiększa wartość funkcji celu F ,
- po zamianie z pracownikiem 3, wartość funkcji celu $F = 0$ (koniec działania algorytmu przydziału). Ostateczny przydział $\{(2,1), (1,1), (5,2), (7,4), (3,5), (4,3), (6,3)\}$.

Podsumowanie

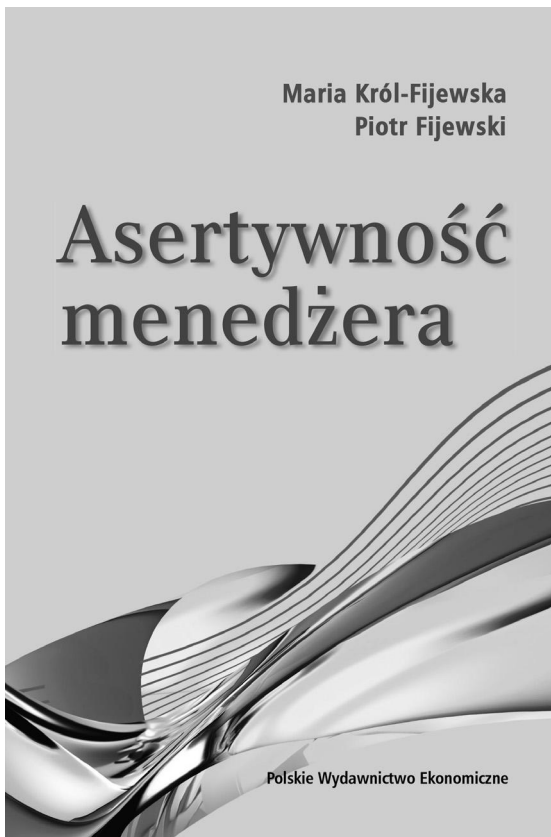
W artykule przedstawiono rzeczywisty problem przydziału pracowników do stanowisk odpraw celnych, dla którego wymagane jest tworzenie losowej

alokacji przy równoczesnej rotacji obsady stanowisk. Dla tego problemu zaproponowano model optymalizacyjny oraz dedykowany algorytm przydziału, które-

go działanie zilustrowano dla przykładowego zagadnienia alokacji.

Bibliografia

- Burkard, R. E. (2006). *Selected topics on assignment problem*. *Discrete Applied Mathematics*, (123), 257–302.
- Cattrysse, D., Van Wassenhove, L. N. (1992). A Survey of algorithms for the generalized assignment problem. *European Journal of Operational Research*, 60(3), 260–272. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(92\)90077-m](https://doi.org/10.1016/0377-2217(92)90077-m)
- Geetha, S., Nair, K. P. K. (1993). A variation of the assignment problem. *European Journal of Operational Research*, 68(3), 422–426. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90198-v](https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)90198-v)
- Klimek, M., Łebkowski, P. (2011). Algorytm dla problemu losowego przydziału personelu. *Logistyka*, (2), 299–306.
- Klimek, M., Łebkowski, P. (2012). Problem przydziału pracowników do stanowisk pracy zagrożonych ryzykiem korupcji. *Logistyka*, (2), 737–746.
- Klimek, M. (2016). System informatyczny do prowadzenia elektronicznej książki służby w oddziałach celnych. *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Społeczno-Ekonomicznej w Ostrołęce*, (4), 461–475. <https://doi.org/10.5604/18998658.1209981>
- Kuhn, H. W. (1955). The Hungarian method for the assignment problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, (2), 83–97. <https://doi.org/10.1002/nav.3800020109>
- Pentico, D. (2007). Assignment Problems: A Golden Anniversary Survey. *European Journal Of Operational Research*, (176), 774–796. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.09.014>



PWE poleca

We współczesnym świecie asertywność stała się jedną z podstawowych kompetencji oczekiwanych i wymaganych od menedżera. Asertywność jest umiejętnością posługiwania się w różnych sytuacjach łagodną stanowczością w obronie własnych racji, ale bez wchodzenia w konflikt z racjami innych. Aby być asertywnym, należy nauczyć się:

- odmawiać,
- wyrażać własne poglądy i bronić ich,
- nie bać się krytyki i reagować na nią,
- bronić się przed agresją,
- konstruktywnie wyrażać złość,
- wydawać polecenia i komunikować swoje oczekiwania,
- chwalić innych,
- prezentować siebie.

Ten poradnik pomaga nauczyć się bycia asertywnym. Można go polecić nie tylko obecnym i przyszłym menedżerom, ale także psychologom, socjologom, dziennikarzom, urzędnikom różnych szczebli oraz studentom wyższych uczelni i słuchaczom studiów podyplomowych.

Księgarnia internetowa: www.pwe.com.pl