Adam Redmer, Marcin Kiciński, Radosław Rybak
Politechnika Poznańska, Wydział Maszyn Roboczych i Transportu

# Zarządzanie samochodowym taborem ciężarowym — metody

## *Freight Fleet Management — the methods*

Niniejszy artykuł jest drugim z cyklu trzech artykułów, jakie autorzy pragną dedykować tematyce zarządzania samochodowym taborem ciężarowym. Artykuł ten prezentuje pięć ilościowych (optymalizacyjnych) metod rozwiązywania wybranych problemów zarządzania taborem wraz z definicjami każdego z owych problemów oraz opisem sposobów rozwiązywania. W artykule zaprezentowano szczegółowo liniowy model matematyczny problemu *Make or Buy*, nieliniowy model problemu liczebności/kompozycji taboru, liniowy model problemu wymiany taboru z dyskontowaniem, liniowy model problemu przydziału kierowców/pojazdów do zadań oraz liniowy, oparty na teorii grafów, model problemu marszrutyzacji (VRP). Niniejszy artykuł będzie kontynuowany w kolejnym, poświęconym kwestii praktycznych przykładów zastosowania zaprezentowanych metod.

***Słowa kluczowe:***
transport, tabor, *Make or Buy*, liczebność, wymiana.

The paper is the second one from the series of three papers that the authors dedicate to the freight fleet management topic. The paper presents five quantitative (optimization) methods of solving selected fleet management problems. All the selected management problems are carefully defined and dedicated to them solution methods are roughly characterized, as well. Mathematical models of the selected problems are presented in details, including: the linear model of a Make or Buy problem, the non-linear model of a fleet sizing/composition problem, the linear model of a replacement problem including discounting aspect, the linear model of an assignment of drivers/vehicles to transportation tusks, and the linear, graph theory based model of a VRP problem. The paper will be continued in a next one dedicated to fleet management case studies.

***Key words:***
transport, fleet; Make or Buy, fleet sizing, replacement.

## Wprowadzenie

Zarządzanie taborem samochodowym, jak wykazali autorzy we wcześniejszym artykule (Redmer, Kiciński i Rybak, 2013), to zagadnienie realizowane na wszystkich poziomach zarzadząania (strategicznym, taktycznym i operacyjnym), w wielu obszarach (eksploatacji, użytkowania i obsługiwania), na wielu stanowiskach menedżerskich (najczęściej specjalisty ds. floty samochodowej, menedżera floty samochodowej, kierownika działu transportu, specjalisty ds. administracji flotą samochodową i wielu innych), a także obejmujące wiele różnorodnych zadań (najczęściej raportowanie i sprawozdawczość, zarządzanie eksploatacją floty samochodowej, kontrolę stanu technicznego pojazdów, rozliczanie szkód komunikacyjnych, optymalizowanie i analizowanie kosztów związanych z taborem i bardzo wiele innych). Stąd też zagadnieniu temu poświęca się bardzo dużo uwagi zarówno w literaturze krajowej, jak i zagranicznej, co również omówiono w artykule (Redmer, Kiciński i Rybak, 2013).

Najogólniej, techniki (metody) zarządzania taborem ciężarowym można podzielić na trzy zasadnicze grupy:

- Intuicyjne (Kacprzak, 2012; Szaban, 2012), niemające podbudowy naukowej/analitycznej, w których decyzje podejmowane są pod wpływem emocji decydenta i zależą m.in. od takich czynników, jak: doświadczenie zawodowe, wiek, płeć. W efekcie, często obciążone są dużym ryzykiem.
- Jakościowe („miękkie", często subiektywne, słabo mierzalne).
- Ilościowe („twarde", w dużym stopniu obiektywne, bazujące na faktach, danych).

## Przegląd metod zarządzania taborem na przykładzie wybranych problemów

### *Make or Buy* (tabor własny czy obcy?)

Problem *Make or Buy* (MoB) definiowany jest jako: *Ustalenie, czy korzystniejsze jest wykonanie danej rzeczy/czynności wewnątrz firmy, czy jej zakup u zewnętrznego dostawcy. Wymaga to uwzględnienia dwóch rodzajów czynników: jakościowych i ilościowych (koszty;* Business dictionary, 2013).

Metody rozwiązania problemu MoB można podzielić na jakościowe (Dębińska-Cyran i Gubała, 2005; Min, 1998; Trocki, 2001; Twaróg, 2004) i ilościowe (Dębińska-Cyran i Gubała, 2005; Hines, 2004; Jacobs i Chase, 2010; Romanow, 2003). Obie grupy metod bazują na tych samych podstawach, tj. oszacowaniu i porównaniu jakości (mierzonej punktowo) lub kosztów całkowitych pełnej realizacji zapotrzebowania na dane działanie (np. przewozy), w ramach opcji *make* i opcji *buy* w założonym okresie (najczęściej jednego roku).

Takie podejście prowadzi jednak do rozwiązań skrajnych, to znaczy albo opcji *make*, albo opcji *buy*. By możliwe było znalezienie rozwiązania pośredniego, tj. łączącego opcje *make* i *buy*, konieczne jest uwzględnienie sezonowości popytu na przewozy i/lub różnych typów owego popytu (tj. różnych rodzajów przewozów i tym samym różnych grup pojazdów obsługujących owe przewozy, np. pojazdy małe, średnie, duże, pojazdy uniwersalne i specjalizowane, transport krajowy i międzynarodowy).

W ramach opcji *make* powinno się uwzględniać koszty dostępności i wykorzystania niezbędnych zasobów (w tym taboru). Koszty dostępności zasobów obejmują: amortyzację (ekonomiczną), cenę zaangażowanego kapitału, wynagrodzenia kierowców, ubezpieczenia, opłaty i inne koszty „stałe". Koszty wykorzystania zasobów obejmują: paliwo, pozostałe materiały eksploatacyjne, ogumienie, przeglądy, remonty i konserwacje oraz inne koszty „zmienne". W części zmiennej kosztów opcji *make*, oraz w ramach kosztów opcji *buy* obliczenia powinny uwzględniać zmienność w czasie obciążeń transportowych, czyli liczby przewozów wykonanych w ramach każdej z opcji w poszczególnych podokresach analizy.

W efekcie ogólny wzór na oszacowanie całkowitych kosztów realizacji przewozów w okresie analizy $I$ (złożonym z podokresów $i$, np. miesięcy $i = 1, 2, 3, \ldots, 12$), przy założonym odsetku potrzeb przewozowych realizowanych we własnym zakresie $\%P_W^{MAX}$ można przedstawić następująco (Redmer, 2014):

$$K_C\left(\%P_W^{MAX}\right)=\sum_{i=1}^{I}\left[\begin{array}{l} Min\left\{P^{MAX}\cdot\%P_W^{MAX},P_i\right\}\cdot k_W^w+\left\lceil\dfrac{Min\left\{P^{MAX}\cdot\%P_W^{MAX},P_i\right\}}{W_W}\right\rceil\cdot k_W^d+ \\ +\,Min\left\{P_i-P^{MAX}\cdot\%P_W^{MAX},0\right\}\cdot k_O \end{array}\right]$$

gdzie:

$K_C\ (\%P_W^{MAX})$ — koszty całkowite zaspokojenia potrzeb przewozowych przedsiębiorstwa w okresie analizy $I$ dla danej wartości $\%P_W^{MAX}$ [PLN/... np. rok],

$P_i$ — wielkość potrzeb przewozowych (popytu) występująca w $i$-tym podokresie okresu analizy $I$; $i = 1, 2, 3, \ldots, I$ [km, t, tkm, palety, m$^3$, litry, kursy, .../... np. miesiąc],

$P^{MAX}$ — maksymalna wielkość potrzeb przewozowych (popytu) występująca w okresie analizy $I$; $P^{MAX} = Max\{P_i\}$ [km, t, tkm, palety, m$^3$, litry, kursy, .../... np. miesiąc],

$\%P_W^{MAX}$ — odsetek maksymalnych potrzeb przewozowych realizowany taborem „własnym" przedsiębiorstwa (opcja MAKE) — ZMIENNA DECYZYJNA [%],

$W_w$ — przeciętna wydajność rzeczywista taboru „własnego", jednego pojazdu, wyrażona w tych samych jednostkach miary co wielkość potrzeb przewozowych (opcja MAKE) [km, t, tkm, palet, m$^3$, litr, kurs, .../... np. miesiąc],

$k_W^w$ — koszty jednostkowe wykorzystania (zmienne) taboru „własnego" (opcja MAKE) [PLN/km, t, tkm, paletę, m$^3$, litr, kurs, ...],

$k_W^d$ — koszty pełnej dostępności (stałe) taboru „własnego", jednego pojazdu, w całym okresie analizy $I$ (opcja MAKE) [PLN/... np. rok],

$k_O$ — koszty jednostkowe zakupu usługi transportowej na rynku, realizacji potrzeb przewozowych taborem obcym (opcja BUY) [PLN/km, t, tkm, paletę, m$^3$, litr, kurs, ...],

$\lceil\ldots\rceil$ — symbol zaokrąglenia w górę do najbliższej liczby całkowitej,

$Min\{\ldots\}$ — minimalna wartość elementów zbioru wymienionych po przecinkach.

## Liczebność/kompozycja taboru

Problem liczebności taboru definiowany jest jako: *Ustalenie, z jak wielu pojazdów powinien składać się tabor przedsiębiorstwa, by mogło ono sprostać zmieniającemu się obciążeniu pracami przewozowymi* (Gould, 1969). Przy czym, w przypadku kompozycji taboru konieczne jest również wskazanie typów pojazdów mających znaleźć się w taborze (Etezadi i Beasley, 1983).

Istnieje bardzo wiele metod rozwiązania problemu liczebności/kompozycji taboru bazujących na bardzo różnych technikach optymalizacji. Można zatem wyróżnić metody oparte o: programowanie liniowe (przykładowo jedna z pierwszych historycznie metod ustalania liczebności taboru zaproponowana przez G. Dantziga i R. Fulkersona w 1954 roku); programowanie nieliniowe (Hall, Sriskandarajah i Genesharajah, 2001); programowanie dynamiczne (Fagerholt, 1999); teorię kolejek (Parikh, 1977; Żak, Sawicki i Redmer, 1999); symulację (Koo, Jang i Suh, 2005; Petering, 2011); modele sieciowe (Beaujon i Turnquist, 1991; Wu, Hartman i Wilson, 2005), czy zarządzanie zapasami (Du i Hall, 1997). Osobną i bardzo liczną grupę metod stanowią metody łączące problem liczebności/kompozycji taboru z problemem jego marszrutyzacji (ang. *Vehicle Routing Problem* — VRP), sprowadzające tym samym analizy do poziomu taktyczno-operacyjnego. Są to najczęściej metody przybliżone, heurystyczne (Ball, Golden Assad i Bodin, 1983; Golden, Assad, Levy i Gheysens, 1984; Renaud i Boctor, 2002) lub metaheurystyczne (Yepes i Medina, 2006; Osman i Salhi, 1996; Gendreau, Laporte, Musaraganyi i Taillard, 1999).

W większości przypadków metody ustalania liczebności/kompozycji taboru bazują na dopasowaniu podaży do popytu, gdzie podaż definiowana jest liczbą i wydajnością pojazdów w taborze. W przypadku kompozycji taboru często z uwzględnieniem poszczególnych typów pojazdów i obsługiwanych przez nie rodzajów przewozów (typów popytu). Celem takiego dopasowania jest najczęściej obsłużenie całego popytu przy minimalnych kosztach lub maksymalnym stopniu wykorzystania taboru.

W efekcie ogólny wzór na oszacowanie takiej liczby pojazdów poszczególnych typów $j$ ($j$ = 1, 2, 3, …, $J$), która maksymalizuje ich wykorzystanie oraz pozwala na pełne zaspokojenie popytu (podzielonego na $I$ typów; $i$ = 1, 2, 3, …, $I$), można przedstawić następująco:

$$K_P(l_j) = \sum_{i=1}^{I} \left[ Min \left\{ 1, \frac{P_i}{\sum_{j=1}^{J} \left( W_j \cdot l_j \cdot zW_{ij} \cdot \frac{P_i}{\sum_{i=1}^{I} (P_i \cdot zW_{ij})} \right)} \right\} \cdot \frac{P_i}{\sum_{i=1}^{I} P_i} \right]$$

przy ograniczeniu:

$$\sum_{j=1}^{J} (W_j \cdot l_j) \geq \sum_{i=1}^{I} P_i$$

gdzie:

$K_P$ ($l_j$) — stopień wykorzystania rzeczywistej wydajności taboru złożonego z pojazdów typu $j$ w liczbie $l_j$ [–],
$l_j$ — liczba pojazdów typu $j$ w taborze — ZMIENNA DECYZYJNA [–],
$P_i$ — wielkość potrzeb przewozowych (popytu) typu $i$ w przyjętym okresie analizy; $i$ = 1, 2, 3, …, $I$ [km, t, tkm, palety, $m^3$, litry, kursy, …/… np. rok],
$W_j$ — przeciętna wydajność rzeczywista jednego pojazdu typu $j$ w przyjętym okresie analizy, wyrażona w tych samych jednostkach miary co wielkość potrzeb przewozowych [km, t, tkm, paletę, $m^3$, litr, kurs, …/… np. rok],
$zW_{ij}$ — zakres wydajności pojazdu typu $j$ określający jego możliwości przewozowe w odniesieniu do poszczególnych rodzajów popytu $i$; $zW_{ij} \in \{0, 1\}$ — wartość binarna lub $zW_{ij} \in \langle 0, 1 \rangle$ [–],
*Min*{…} — minimalna wartość elementów zbioru wymienionych po przecinkach.

## Wymiana taboru

Problem wymiany taboru definiowany jest jako: *Ustalenie optymalnego okresu eksploatacji lub optymalnego poziomu skumulowanej/sumarycznej pracy wykonanej przez pojazd(y) do momentu wymiany.* Wymiana jest zatem jednym z dwóch sposobów przywracania pojazdom ich własności użytkowych, przywracania określonego stanu technicznego, drugim sposobem jest naprawa, w tym naprawa główna (Jardine, 1973).

Metody rozwiązania problemu wymiany taboru można podzielić na prewencyjne (Glasser, 1969) i w momencie wystąpienia uszkodzenia (Eilon, King i Hutchinson, 1966). Przy czym w przypadku metod prewencyjnych konieczne jest ustalenie momentu wymiany. Tu z kolei można wyróżnić również dwie grupy metod, tj. metody wymiany zależnej od wieku

(Glasser, 1969) oraz wymiany grupowej (Nakagawa, 1984). W odniesieniu do pojazdów samochodowych, w tym ciężarowych, stosuje się metody wymiany prewencyjnej zależnej od wieku, który może być wyznaczany również skumulowaną ilością wykonanej przez pojazd(y) pracy, np. liczbą kilometrów.

Niezależnie od tego, czy zmienną jest wiek (okres eksploatacji), czy przebieg pojazdów, w większości metod planowania wymiany taboru podstawowym celem owego planowania pozostaje minimalizacja, najczęściej zdyskontowanych, kosztów eksploatacji. Porównuje się (poszukuje minimum sumy) dwie krzywe opisujące przebieg, malejących wraz z czasem eksploatacji, kosztów dostępności (często tylko amortyzacji) i kosztów wykorzystania pojazdów (Britten 1971; Christer i Goodbody, 1980). Ważne jest jednak, by w przypadku pojazdów ciężarowych analizować jednostkowe (na kilometr), nie zaś okresowe (roczne) koszty eksploatacji (Redmer, 2009).

W efekcie, ogólny wzór na oszacowanie jednostkowych, zdyskontowanych kosztów eksploatacji pojazdu w zależności od długoście okresu eksploatacji ($t_p$) można przedstawić następująco:

$$K_J\left(t_p\right)=\frac{\sum_{i=1}^{I}\frac{P_i-WKB\cdot SA_i\cdot SP+KEs_i\left(t\right)+KEz_i\left(t\right)\cdot IU_i\left(t\right)+PP_i\left(t=t_p\right)-S_i\left(t=t_p\right)}{\left(1+r\right)^i}}{\sum_{i=1}^{I}IU_i\left(t\right)}$$

gdzie:

$K_J\,(t_p)$ — zdyskontowane koszty jednostkowe eksploatacji pojazdu wymienianego w wieku $t_p$ [PLN/km],

$i$ — okres analizy (np. miesiąc, rok); $i = 1, 2, 3, \ldots I$ [jednostka czasu — j.c. ],

$t$ — bieżący wiek pojazdu; $t \in \langle$wiek początkowy pojazdu, $t_p\rangle$ [j.c. ],

$t_p$ — wiek pojazdu w chwili wymiany — ZMIENNA DECYZYJNA [j.c. ],

$P_i$ — całkowite koszty pozyskania pojazdu ponoszone w kolejnych okresach analizy $i$, np. raty leasingowe [PLN/j.c. ],

$PP_i\,(t=t_p)$ — pozostałe koszty pozyskania pojazdu w wieku $t = t_p$, ponoszone w ostatnim okresie jego eksploatacji i, w chwili wymiany [PLN] — koszty takie wystąpią, np. gdy okres eksploatacji będzie krótszy, niż okres spłat zobowiązań finansowych związanych z pozyskaniem pojazdu,

$WKB$ — wartość księgowa brutto pojazdu (cena zakupu netto) [PLN], stanowiąca podstawę naliczania odpisów amortyzacyjnych,

$SA_i$ — stopa amortyzacji pojazdu w kolejnych okresach analizy $i$ [–/j.c. ],

$SP$ — stopa podatkowa obowiązująca dane przedsiębiorstwo [–],

$KEs_i\,(t)$ — koszty stałe eksploatacji pojazdu w wieku $t$ ponoszone w kolejnych okresach analizy $i$ [PLN/j.c. ], obejmujące np. następujące składniki:
- podatek drogowy,
- ubezpieczenia (OC, AC, NNW i inne),
- opłaty środowiskowe,
- stałe zezwolenia i licencje (np. opłacane w układzie półrocznym, rocznym lub dwuletnim — karnety TIR, winiety, zezwolenia na wjazd do wybranych państw, licencje na przewozy międzynarodowe, certyfikaty określające klasę ekologii pojazdu itp.),

$KEz_i\,(t)$ — jednostkowe koszty zmienne eksploatacji pojazdu w wieku $t$ ponoszone w kolejnych okresach analizy $i$ [PLN/km], obejmujące np. następujące składniki:
- paliwo i inne materiały eksploatacyjne,
- prace obsługowo-naprawcze (w tym: zakup części zamiennych i innych materiałów wykorzystywanych w procesie obsługowo-naprawczym oraz robocizna związana z realizacją tych procesów),
- ogumienie,
- zezwolenia jednorazowe (np. na realizację danego przewozu — karnety TIR, winiety, zezwolenia na wjazd do danego kraju, odprawy celne, opłaty graniczne, opłaty spedycyjne),
- parkingi,
- telefony wykonane przez kierowców,
- opłaty za przejazd daną drogą (np. opłaty autostradowe),

$IU_i\,(t)$ — intensywność użytkowania (przebieg) pojazdu w wieku $t$ w kolejnych okresach analizy $i$ [km/j.c. ],

$S_i\,(t=t_p)$ — wartość rynkowa (sprzedaży) lub złomowa netto pojazdu w wieku $t = t_p$, odzyskiwana w ostatnim okresie jego eksploatacji $i$, w chwili wymiany [PLN],

$r$ — stopa procentowa — cena kapitału [–/j.c. ].

### Przydział pojazdów/kierowców do zadań

Problem przydziału do zadań (ang. *Assignment Problem* — AP) definiowany jest jako: *Ustalenie optymalnego przypisania skończonej liczby posiadanych zasobów do realizacji skończonej liczby celów (zadań), czyli w skrócie optymalnej alokacji zasobów* (Burkard, Dell'Amico i Martello, 2009; Hillier i Lieberman, 2010; Sikora, 2008). Zagadnienie przydziału może być rozwiązywane zarówno w odniesieniu do kierowców, czy też innych pracowników przedsiębiorstwa, jak również pojazdów samochodowych (ang. *Fleet Assignment Problem* — FAP; T'kindt i Billaut, 2006), np. przydzielanych do realizacji określonych zadań przewozowych, czy też obsługowych (w tym przypadku wykonywanych na nich; Zwierzchowski, Zak i Kiciński, 2003).

Problem przydziału należy do grupy problemów kombinatorycznych. Zasadniczo sformułowania matematyczne problemu przydziału podzielić można na trzy grupy (Burkard, Dell'Amico i Martello, 2009; Cela 1998): liniowe (ang. *Linear Assignment Problem* — LAP), kwadratowe (ang. *Quadratic Assignment Problem* — QAP) oraz wieloindeksowe (ang. *Multi-index Assignment Problem* — MAP). Problemy liniowe mogą być rozwiązywane z wykorzystaniem tzw. algorytmu węgierskiego (Burkard, Dell'Amico i Martello, 2009) lub jego rozwinięcia (Pilot i Pilot, 1999). W przypadku dużej złożoności obliczeniowej wskazane jest wykorzystanie metod przybliżonych. Przykładem mogą tu być algorytmy genetyczne (Milosavljevic, Teodorovic, Papic i Pavkovic, 1996) oraz zbiory rozmyte (Vukadinovic, Teodorovic i Pavkovic, 1999). W literaturze spotkać można sformułowania problemu przydziału służące np. do ustalania liczebności pracowników w przedsiębiorstwie transportowym (Żak, Redmer i Sawicki, 2001), bądź też planowania tras przewozu (ang. *Vehicle Routing Problem* — VRP) wraz z harmonogramowaniem pracy pojazdów (ang. *Vehicle/Fleet Scheduling Problem* — V/FSP) (Bodin, Golden, Assad i Ball, 1983; Yang, Jaillet i Mahmassani, 1999).

W większości przypadków metody przydziału bazują na określonym, z punktu widzenia przyjętego kryterium, dopasowaniu zasobów pojazdów/kierowców do z góry zdefiniowanych zadań. W przypadku pojazdów brane są pod uwagę ich parametry techniczne (np. ładowność). Jeśli chodzi natomiast o kierowców, to często uwzględnia się kwalifikacje, wymagane okresy przerwy w pracy, urlopy. Celem dopasowania jest najczęściej taki przydział pojazdów/kierowców, by zrealizować wszystkie zadania przy minimalnych kosztach.

W efekcie ogólny model matematyczny przydziału pojazdów/kierowców $i$ ($i$ = 1, 2, 3, ..., $n$) do zadań $j$ ($j$ = 1, 2, 3, ..., $n$) można przedstawić następująco (Hillier i Lieberman, 2010):

$$K_C(x_{ij}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij}$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \text{ dla } j = 1, 2, ..., \mathrm{n}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \text{ dla } i = 1, 2, ..., n$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \ \forall \ \{i, j\} : i \neq j$$

gdzie:

$K_C(x_{ij})$ — „koszty” całkowite przydziału pojazdów/kierowców do zadań [np. PLN, godzina, ...],

$x_{ij}$ — wielkość określająca przydział $i$-tego pojazdu/kierowcy do $j$-tego zadania, przy czym $x_{ij} \in \{0, 1\}$ — ZMIENNA DECYZYJNA [–],

$c_{ij}$ — „koszt” przydziału $i$-tego pojazdu/kierowcy do realizacji $j$-tego zadania. [np. PLN, godzina, ...].

### Planowanie tras pojazdów

Problem planowania tras — marszrutyzacji (ang. *Vehicle Routing Problem* — VRP), będący rozwinięciem klasycznego problemu komiwojażera (ang. *Traveling Salesman Problem* — TSP), definiowany jest jako: *Ustalenie optymalnego układu tras przejazdu (punktów na trasach) taboru o określonej liczebności w celu obsłużenia określonej grupy klientów* (Barnhart i Laporte, 2007; Golden, 1975; Kara i Bektas, 2003; Laporte, 1992; Toth i Vigo, 2002). Najczęściej za kryterium optymalizacji przyjmuje się minimalizację całkowitej transportochłonności, która może być wyrażana np.: odległościowo, cenowo (kosztowo) lub czasowo (Caric i Gold, 2008).

Od 1959 roku, kiedy to G. Dantzig i R. Ramster sformułowali matematycznie problem w odniesieniu do floty przewożącej paliwa płynne z terminala (bazy) do stacji paliw, powstało wiele odmian modelu VRP uwzględniających szereg jego specyficznych ograniczeń (cech), np. (Golden, Raghavan i Vasil, 2008; Ropke i Pisinger, 2005): pojemność środków transportu (ang. *Capacitated Vehicle Routing Problem* — CVRP), możliwość obsługi jednego klienta przez kilka pojazdów (ang. *Split Delivery* VRP), możliwość zwrotów i wysyłki towarów przez klientów (ang. VRP *with Backhauls* oraz VRP *with Pick-Up and Delivering* — problem rozwózkowo-zwózkowy), okna czasowe odbioru/dostawy towaru (ang. *Vehicle Routing Problem with Time Windows* — VRPTW), czy też wiele punktów nadania, magazynów (ang. *Multi Depot Vehicle Routing Problem* — MDVRP).

Problem marszrutyzacji zaliczany jest do problemów NP-trudnych optymalizacji kombinatorycznej (ang. *NP-hard problems*). Metody rozwiązania tego problemu podzielić można na dwie zasadnicze grupy: metody dokładne, pozwalające uzyskać rozwiązania optymalne, oraz metody przybliżone. Do pierwszej grupy zalicza się: uniwersalny algorytm podziału i ograniczeń (ang. *Branch and Bound* — B&B), wykorzystany przez M.L. Fishera (Fisher, 1994) oraz podziału i cięć (ang. *Branch and Cut*), zaimplementowany przez R. Fukasawa i in. (Fukasawa i in., 2004) do problemu CVRP. Z uwagi na złożoność obliczeniową problemów planowania tras metody dokładne stosowane są do problemów o mniejszej instancji, liczbie punktów dostawy (klientów). Stąd też znacznie większe znaczenie mają w tej chwili metody przybliżone, które w stosunkowo krótkim czasie pozwalają uzyskać wyniki bliskie rozwiązaniom optymalnym. Do metod przybliżonych zaliczyć można algorytmy dwufazowe (ang. *2-Phase Algorithm*), np.: algorytm M.L. Fishera i R. Jaikumara (Fisher i Jaikumar, 1981), algorytm E.D. Taillarda (Taillard, 1993), czy też algorytm PETAL (Ryan, Hjorring i Glover, 1993). Osobną grupę metod przybliżonych stanowią heurystyki, np.: algorytm oszczędny G. Clarke'a i J. W. Wrighta (Clarke i Wright, 1964; ang. *Savings Algorithm*) oraz jego modyfikacje (Altinkemer i Gavish, 1991; Desrochers i Verhoog, 1989; np. ang. *Matching Based Savings Algorithm*), jak również algorytm poprawy wielu tras (Thomson i Psaraftis, 1993; ang. *Multi-Route Improvement Algorithm*). Szeroką grupę stanowią podejścia z wykorzystaniem metaheurystyk, np. algorytm ANT (Bullnheimer, Hartl i Strauss, 1997), algorytmów genetycznych/ewolucyjnych (ang. *Genetic/Evolutionary Algorithms*; Alba i Dorronsoro, 2004; Berger i Barkaoui, 2003), przeszukiwania tabu (ang. *Tabu Search*; Cordeau, Laporte i Mercier, 2001; Rego, 2001), czy też symulowanego wyżarzania (ang. *Simulated Annealing*; Czarnas, Czech i Gocyla, 2004).

W większości przypadków metody marszrutyzacji bazują na dopasowaniu tras przejazdów (najczęściej taboru homogenicznego, choć niekoniecznie), do lokalizacji klientów. Często z uwzględnieniem szeregu ograniczeń, jak wielkość (ładowność, pojemność) pojazdów (w przypadku taboru niehomogenicznego), jak również wymagane godziny realizacji dostaw, czy też odbioru ładunków do/od klientów (ang. *Time Windows*). Celem takiego dopasowania jest w wielu przypadkach obsłużenie całego popytu (wszystkich klientów) przy minimalnych kosztach lub maksymalnym stopniu wykorzystania taboru.

Jeżeli przyjąć, że graf, $G = (V, E)$, gdzie $V = \{0, 1, 2, ..., n\}$ jest zbiorem wierzchołków reprezentujących lokalizacje poszczególnych klientów $i \in V \setminus \{0\}$ o popycie $q_i$ i bazy ($V = 0$) oraz, że dla każdej krawędzi (drogi) $e \in E = \{(i, j); i, j \in V, i < j\}$można zdefiniować koszty $c_{ij}$ lub $c_e$, to dla jednorodnej floty $m$ pojazdów o ładowności (pojemności) pojedynczego pojazdu $Q$, typową postać matematyczną problemu VRP można zapisać następująco (Laporte, Nobert i Desrochers, 1985):

$$K_C\,(x_e) = \sum_{e \in E} c_e \cdot x_e$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{e \in \partial(i)} x_e = 2, \;\; i \in V \setminus \{0\},$$

$$\sum_{e \in \partial(0)} x_e = 2m,$$

$$\sum_{e \in \partial(S)} x_e \geq 2r(S), \;\; S \subseteq V \setminus \{0\}, S \neq \varnothing$$

gdzie:

$K_C(x_e)$ — „koszty” całkowite realizacji optymalnego układu tras przejazdu homogenicznego taboru złożonego z $m$ pojazdów [np. PLN, godzina, km, …],

$x_e$ — wielkość określająca, czy dana droga $e$ należy do trasy (wartość 1, w przypadku tras jednopunktowych — jeden klient na trasie lub 2 w przypadku tras wielopunktowych — dwóch lub więcej klientów na trasie), czy też nie (wartość 0), przy czym $x_e \in \{0, 1\}$ dla $e \notin \partial(0)$ oraz $x_e \in \{0, 1, 2\}$ dla $e \in \partial(0)$ — ZMIENNA DECYZYJNA [–],

$c_e$ — „koszt” przejazdu drogą e pomiędzy punktami (klientami) $i$ a $j$ [zł, km, godziny, …],

$m$ — liczba pojazdów (tras) [–],

$r(S)$ — minimalna liczba pojazdów potrzebna do obsługi podzbioru klientów $S$ [–]. Wielkość ta może zostać określona np. przy skojarzeniu zagadnienia z problemem pakowania (ang. *Bin Packing Problem* — BPP), gdzie zgłaszane przez $S$ klientów sumaryczne zapotrzebowanie nie może przekraczać ładowności (pojemności) $Q$, przy czym $S \subset V, \partial(S) = \{(i,j) : i \in S, j \notin S \cup i \notin S, j \in S\}$, co można zapisać $\partial(i)$. W przybliżeniu $r(S)$ można wyznaczyć z zależności:

$$r(S) = \left\lceil \frac{\sum_{i \in S} q_i}{Q} \right\rceil$$

gdzie:

$q_i$ — wielkość popytu klienta (w lokalizacji) $i$ [np. tony, szt., $m^3$, palety],

$Q$ — ładowność (pojemność) pojedynczego pojazdu [np. tony, szt., $m^3$, palety].

## Podsumowanie

Jak pokazano, metod zarządzania ciężarowym taborem samochodowym jest bardzo wiele i są one bardzo różnorodne. W artykule skupiono się na metodach ilościowych oraz wybranych przykładach problemów zarządzania taborem, do których mają one zastosowanie. Przywołane metody pokazano w wersjach podstawowych, bardzo uproszczonych, jednak odnoszących się *stricte* do istoty poszczególnych problemów. Trzeba jednak podkreślić, że praktyczne zastosowanie dowolnej z pokazanych metod wymaga szeregu dostosowań do konkretnych warunków, konkretnego przypadku. Przykładom takiego dostosowania i w efekcie praktycznego zastosowania wybranych, ilościowych metod zarządzania taborem ciężarowym poświęcony będzie kolejny, trzeci i ostatni, artykuł autorów („Zarządzanie samochodowym taborem ciężarowym — przykłady"), stanowiący kontynuację artykułu niniejszego oraz wcześniejszego („Zarządzanie samochodowym taborem ciężarowym — istota i zakres", który ukazał się w czasopiśmie Gospodarka Materiałowa i Logistyka 2013, nr 7, s. 13–20).

## Literatura


Alba, E., Dorronsoro, B. (2004). *Solving the Vehicle Routing Problem by Using Cellular Genetic Algorithms*. Referat wygłoszony na: Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization (EvoCOP'04, LNCS 3004. Portugalia: Springer-Verlag, 11–20).

Altinkemer, K., Gavish, B. (1991). Parallel Savings Based Heuristic for the Delivery Problem. *Operations Research,* (39), 456–469.

Ball, M.O., Golden, B.L., Assad, A.A., Bodin, L.D. (1983). Planning for truck fleet size in the presence of common-carrier option. *Decision Science,* (14), 103–120.

Barnhart, C., Laporte, G. (red.). (2007). *Handbook in Operation Research and Management Science* (14). Elsevier.

Beaujon, G.J., Turnquist, M.J. (1991). A model for fleet sizing and vehicle allocation. *Transportation Science,* (25) (1), 19–45.

Berger, J., Barkaoui, M. (2003). A hybrid genetic algorithm for the capacitated vehicle routing problem. W: E. Cantú-Paz (red.), *GECCO-03. LNCS 2723* (646–656). Chicago: Springer-Verlag.

Bodin, L.D., Golden, B.L., Assad, A.A., Ball, M. (1983). Routing and Scheduling of Vehicle and Crews, the State of the Art. *Computers and Operations Research*, (10), 69–211.

Britten, A.A. (1971). *Decision making in vehicle management*. United Kingdom: Local Government Operational Research Unit of the Royal Institute of Public Administration (Raport nr S. 15).

Bullnheimer, B., Hartl, R.F., Strauss, C. (1997). *Applying the Ant System to the Vehicle Routing Problem*. Referat wygłoszony na: 2nd International Conference on Metaheuristics, Sophia-Antipolis.

Burkard, R., Dell'Amico, M., Martello, S. (2009). *Assignment problems*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Caric, T., Gold, H. (2008). *Vehicle routing problem*. Vienna: In-Teh, Croatian branch of I-Tech Education and Publishing KG.

Cela, E. (1998). *The Quadratic Assignment Problem. Theory and Algorithms*. Dordrecht: Springer Science and Business Media.

Christer, A.H., Goodbody, W. (1980). Equipment replacement in an unsteady economy. *Journal of the Operational Research Society, 31* (6), 497–506.

Clarke, G., Wright, J.W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research, 12* (4), 568–581.

Cordeau, J.-F., Laporte, G., Mercier, A. (2001). A unified tabu search heuristic for vehicle routing problems with time windows. *Journal of the Operational Research Society,* (52), 928–936.

Czarnas, P., Czech, Z.J., Gocyla, P. (2004). Parallel Simulated Annealing for Bicriterion Optimization Problems. W: R. Wyrzykowski, J. Dongarra, M. Paprzycki, J. Waśniewski (red.), *Parallel Processing and Applied Mathematics LNCS 3019* (233–240). Springer-Verlags.

Dantzig, G., Fulkerson, R. (1954). Minimizing the number of tankers to meet a fixed schedule. *Naval Research Logistics Quarterly*, (1), 217–222.

Desrochers, M., Verhoog, T.W. (1989). *A Matching Based Savings Algorithm for the Vehicle Routing Problem*. Montréal: École des Hautes Études Commerciales de Montréal (Les Cahiers du GERAD G-89-04).

Dębińska-Cyran, I. Gubała, M. (2005). *Podstawy zarządzania transportem w przykładach*. Poznań: Wydawnictwo ILiM.

Du, Y. Hall, R. (1997). Fleet sizing and empty equipment redistribution for center-terminal transportation networks. *Management Science, 43* (2), 145–157.

Eilon, S., King, J.R., Hutchinson, D.E. (1966). A study in equipment replacement. *Operational Research Quarterly, 17* (1), 59–71.

Etezadi, T. Beasley, J.E. (1983). Vehicle fleet composition. *Journal of Operational Research Society,* (34), 87–91.

Fagerholt, K. (1999). Optimal fleet design in a ship routing problem. *International Transactions in Operational Research*, (6), 453–464.

Fisher, M.L. (1994). Optimal Solution of Vehicle Routing Problems Using Minimum K-trees. *Operations Research,* (42), 626–642.

Fisher, M.L. Jaikumar, R. (1981). A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing. *Networks*, (11), 109–124.

Fukasawa, R., Lysgaard, J., de Aragao, M.P. Reis, M. Uchoa, E. Werneck, R.F. (2004). Robust Branch-and-Cut-and-Price for the Capacitated Vehicle Routing Problem. W: D. Bienstock, G. Nemhauser (red.): *IPCO 2004, LNCS 3064* (1–15). Springer-Verlag.

Gendreau, M., Laporte, G., Musaraganyi, Ch., Taillard, E.D. (1999). A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers and Operations Research,* (26), 1153–1173.

Glasser, G.J. (1969). Planned replacement: Some theory and its application. *Journal of Quality Technology, 1* (2), 110–119.

Golden, B. Raghavan, S. Wasil E. (red.). (2008). *The vehicle routing problem: Latest advances and new challenges*. New York: Springer Science and Business Media.

Golden, B., Assad, A.A., Levy, L., Gheysens, F.J. (1984). The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers Operations Research*, (11), 49–65.

Golden, B.L. (1975). *Vehicle routing problems: formulations and heuristic solution techniques*. Massachusetts: Operations Research Center, Massachusetts Institute of Technology (Raport nr 113).

Gould, J. (1969). The size and composition of a road transport fleet. *Operational Research Quarterly,* (20), 81–92.

Hall, N.G., Sriskandarajah, C., Genesharajah, T. (2001). Operational decisions in AGV-served flowshop loops: fleet sizing and decomposition. *Annals of Operations Research, 107* (1–4), 189–209.

Hillier, F., Lieberman, G. (2010). *Introduction to operations research*. New York: McGraw-Hill.

Hines, T. (2004). *Supply Chain Strategies*. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann.

Jacobs, F.R., Chase, R.B. (2010). *Operations and Supply Management. The Core*. New York: McGraw-Hill/Irwin.

Jardine, A.K.S. (1973). *Maintenance, replacement and reliability*. London: Pitman Publishing.

Kacprzak, M. (2012). Wpływ wybranych czynników na wykorzystanie intuicji w procesie decyzyjnym. W: A. Grzegorczyk (red.), *Procesy decyzyjne w warunkach niepewności* (49–65). Warszawa: Wyższa Szkoła Promocji.

Kara, I. Bektas, T. (2003). *Integer linear programming formulation of the generalized vehicle routing problem*. Referat wygłoszony na: 5th EURO/INFORMS Joint International Meeting. Istanbul.

Koo, P-H., Jang, J., Suh, J. (2005). Estimation of part waiting time and fleet sizing in AGV systems. *The International Journal of Flexible Manufacturing Systems, 16* (3), 211–228.

Laporte, G. (1992). The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research,* (59), 345–358.

Laporte, G., Nobert, Y., Desrochers, M. (1985). Optimal routing under capacity and distance restrictions. *Operations Research,* (33), 1050–1073.

Milosavljevic, N., Teodorovic, D., Papic, V., Pavkovic, G. (1996). A Fuzzy Approach to the Vehicle Assignment Problem. *Transportation Planning and Technology, 20* (1), 33–47.

Min, H. (1998). A personal-computer assisted decision support system for private versus common carrier selection. *Transportation Research Part E, 34* (3), 229–241.

Nakagawa, T. (1984). A summary of discrete replacement policies. *European Journal of Operational Research,* (17), 382–392.

Osman, I., Salhi, S. (1996). Local search strategies for the vehicle fleet mix problem. W: V.J. Rayward-Smith, I.H. Osman, C.R. Reeves, G.D. Smith (red.), *Modern Heuristic Search Methods*. (131–153), New York: Wiley.

Parikh, S.C. (1977). On a fleet sizing and allocation problem. *Management Science, 23* (9), 972–977.

Petering, M.E.H. (2011). Decision support for yard capacity, fleet composition, truck substitutability, and scalability issues at seaport container terminals. *Transportation Research Part E,* (47), 85–103.

Pilot, C., Pilot, S. (1999). A model for allocated versus actual costs in assignment and transportation problems. *European Journal of Operational Research, 112* (3), 570–581.

Redmer, A. (2009). Optimisation of the exploitation period of individual vehicles in freight transportation companies. *Transportation Research Part E, 45* (6), 978–987 (DOI number: 10.1016/j. tre. 2009.04.015).

Redmer, A. (w druku). *Zarządzanie strategiczne taborem samochodowym — tabor własny czy obcy?* LogForum.

Redmer, A., Kiciński, M., Rybak, R. (2013). Zarządzanie samochodowym taborem ciężarowym — istota i zakres. *Gospodarka Materiałowa i Logistyka*, 7, 13–20.

Rego, C. (2001). Node Ejection Chains for the Vehicle Routing Problem: Sequential and Parallel Algorithms. *Parallel-Computing,* (27), 201–222.

Renaud, J., Boctor, F.F. (2002). A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research,* (140), 618–628.

Romanow, P. (2003). *Zarządzanie transportem przedsiębiorstw przemysłowych*. Poznań: Wydawnictwo WSL.

Ropke, S., Pisinger, D. (2005). *A general heuristics for vehicle routing problems*. Copenhagen: Department of Computer Science, University of Copenhagen.

Ryan, D.M., Hjorring, C., Glover, F. (1993). Extensions of the Petal Method for Vehicle Routing. *Journal of the Operational Research Society,* (44), 289–296.

Sikora, S. (red.). (2008). Badania operacyjne. Warszawa: PWE.

Szaban, J.M. (2012). Problemy współczesnego zarządzania. *Współczesne Zarządzanie*, (4), 11–20.

T'kindt, V., Billaut, J.-C. (2006). *Multicriteria Scheduling. Theory. Models and Algorithms*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Taillard, É.D. (1993). *Parallel Iterative Search Methods for Vehicle Routing Problems*. Networks, (23), 661–673.

Thompson, P.M., Psaraftis, H.N. (1993). Cyclic Transfer Algorithms for the Multivehicle Routing and Scheduling Problems. *Operations Research,* (41), 935–946.

Toth, P. Vigo, D. (2002). *The vehicle routing problem*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Trocki, M. (2001). *Outsourcing*. Warszawa: PWE.

Twaróg, J. (2004). Logistyczne wskaźniki oceny transportu w przedsiębiorstwie produkcyjnym. *Logistyka*, (2), 27–30.

Vukadinovic, K., Teodorovic, D., Pavkovic, G. (1999). An Application of Neurofuzzy Modeling: The Vehicle Assignment Problem. *European Journal of Operational Research, 114* (3), 474–488.

Wu, P., Hartmann, J.C., Wilson, G.R. (2005). An integrated model and solution approach for fleet sizing with heterogeneous assets. *Transportation Science,* (39), 87–103.

Yang, J., Jaillet, P., Mahmassani, H.S. (1999). On-Line Algorithms for Truck Fleet Assignment and Scheduling under Real-Time Information. *Transportation Research Record, 1667* (1), 107–113.

Yepes, V., Medina, J. (2006). Economic Heuristic Optimization for Heterogeneous Fleet VRPHESTW. *Journal of Transportation Engineering, 132* (4), 303–311.

Zwierzchowski, S., Żak, J., Kiciński, M. (2003). *Opracowanie metody zarządzania obsługiwaniem pojazdów ciężarowych*. Poznań: Instytut Maszyn Roboczych i Pojazdów Samochodowych, Politechnika Poznańska (Raport nr 51-977/2003).

Żak, J., Redmer, A., Sawicki, P. (2001). Optymalizacja wielokryterialna liczebności pracowników w przedsiębiorstwie transportowym. *Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej,* (28), 445–454.

Żak, J., Sawicki, P., Redmer, A. (1999). *Multiobjective optimization of the fleet size in the freight transportation company*. Refeerat wygłoszony na: Conference proceedings of 15th Triennial Conference IFORS'99, Beijing (China).

http://www.businessdictionary.com (01.09.2013).