

ROBERT KRUSZEWSKI*

Warszawa

**DYNAMIKA NIELINIOWEGO MODELU KONKURENCJI DOSKONAŁEJ
Z HETEROGENICZNYMI OCZEKIWANIAM I PO STRONIE PODAŻOWEJ**

STRESZCZENIE

W artykule został skonstruowany model konkurencji doskonałej z liniową funkcją popytu i nieliniową funkcją podaży, uwzględniający heterogeniczne oczekiwania producentów co do poziomu ceny. Opisano możliwe typy ścieżek czasowych. Zbadano także wpływ parametrów na dynamikę modelu.

Słowa kluczowe: rynek, oczekiwania, bifurkacja, chaos

Wprowadzenie

Modele ekonomiczne, w których opisywane zmienne przyjmują wartości w dyskretnych chwilach czasu, zwane także modelami dyskretnymi, zawsze stanowiły jedno z głównych narzędzi służących do zrozumienia zjawisk otaczającej nas rzeczywistości gospodarczej. Zainteresowanie tą klasą modeli jest zrozumiałe, gdyż, dysponując szeregami czasowymi obserwowanych zmiennych, możemy dokonać kalibracji zbudowanego modelu i zweryfikować jego właściwości przy sporządzaniu prognoz na czas przyszły. W modelowaniu zjawisk mikroekonomicznych modele z czasem dyskretnym są coraz częściej stosowane. Szczegól-

¹ Robert Kruszewski, dr hab., prof. nadzw., Katedra Matematyki i Ekonomii Matematycznej, Kolegium Analiz Ekonomicznych, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, e-mail: rkrusz@sggwaw.pl.

nym zainteresowaniem cieszą się modele nieliniowe ze względu na różnorodność dynamiki. Rozwiązaniami takich układów dynamicznych mogą być ścieżki czasowe monotonicznie zbieżne do stanu równowagi stacjonarnej, okresowe, prawie okresowe aż do rozwiązań, które swym przebiegiem przypominają procesy losowe. Ostatnia własność, zwana chaosem deterministycznym, jest rejestrowana już w jednowymiarowych nieliniowych modelach dyskretnych. Od początku lat 80. XX wieku obserwujemy wzrost zainteresowania nieliniowymi modelami dyskretnymi charakteryzującymi się chaotyczną dynamiką.

W artykule zaproponowano nieliniowy model konkurencji doskonałej uwzględniający heterogeniczne oczekiwania co do poziomu ceny po stronie podaźowej. Zostanie on skonstruowany na bazie modelu liniowego. Podejście to daje możliwość zbadania wpływu oczekiwań przyjmowanych przez producentów na ścieżkę czasową ceny, jej charakter i zbieżność do równowagi. Wybór modelu konkurencji doskonałej, w którym żądanie oczyszczania się rynku w każdym okresie (w każdej chwili czasu t) zostało zastąpione mechanizmem rynkowym kształtującym cenę, uwzględniając relatywną moc oddziaływania sił popytu i podaży na rynku, nie jest przypadkowy. Takie podejście pozwoli zbadać efektywność tego mechanizmu oraz odpowiedzieć na pytanie, czy mechanizm rynkowy w przypadku występowania oczekiwań cenowych jest zawsze skuteczny (to znaczy prowadzi do równowagi na rynku). Oczekiwania adaptacyjne do liniowej wersji modelu wprowadził Marc Nerlove (1958). Nieliniowy model konkurencji doskonałej rozważali między innymi Z. Arstein (1983), Roderick Jensen i Robin Urban (1984), Cars Hommes (1991). Wykazali oni, iż złożona dynamika (w tym chaotyczna) może się pojawić w modelu konkurencji doskonałej, gdy jedna z funkcji opisująca popyt lub podaź nie jest monotoniczna.

Do zbudowania i analizy nieliniowego modelu konkurencji doskonałej użyte będą narzędzia ekonomii matematycznej, w tym teoria nieliniowych układów dynamicznych z czasem dyskretnym i teoria bifurkacji.

Model liniowy

Liniowy model opisujący dynamikę ceny na rynku doskonale konkurencyjnym jest jednym z najprostszych modeli mikroekonomicznych. Opisuje on ewolucję w czasie ceny na pojedynczym rynku. Będzie on stanowić odniesienie do modelu nieliniowego, który zostanie przedstawiony w następnym punkcie. Niech p_t oznacza cenę dobra w chwili t , Q_t^d – wielkość popytu w chwili t , a Q_t^s –

wielkość podaży dobra w chwili t . Standardowe założenie o równoważeniu się popytu i podaży w każdej chwili czasu t zostanie zastąpione mechanizmem rynkowym, który kształtuje cenę, uwzględniając relatywną moc oddziaływania sił popytu i podaży na rynku. Założono, że zmiana ceny w czasie Δp_t jest wprost proporcjonalna do nadwyżkowego popytu występującego w chwili t . Przyjmując liniowe funkcje popytu i podaży, funkcjonowanie takiego rynku jednego dobra jest opisane równaniami:

$$Q_t^d = a - bp_t \quad a, b > 0 \quad (1)$$

$$Q_t^s = -g + dp_{t-1} \quad g, d > 0 \quad (2)$$

$$\Delta p_t = j(Q_t^d - Q_t^s) \quad j > 0 \quad (3)$$

Matematycznym modelem opisującym dynamikę rynku doskonale konkurencyjnego opisanego równaniami (1–3) jest równanie różnicowe liniowe pierwszego rzędu:

$$p_t = [(1 - jd)p_{t-1} + j(g + d)] / (1 + jb) \quad (4)$$

Rozważany liniowy model ma jedną równowagę stacjonarną, która jest punktem stałym równania (4) i spełnia warunek $p_t = p_{t-1} = p_e$. Cena równowagi $p_e = (a + g) / (b + d)$ jest ceną, przy której popyt jest równy podaży ($\Delta p_t = 0 \Leftrightarrow Q_t^d - Q_t^s = 0$). Istotną kwestią jest określenie warunków, jakie muszą być spełnione, by cena równowagi była stabilna. W przypadku równania liniowego wystarczy wyznaczyć te wartości parametrów badanego modelu, dla których rozwiązanie ogólne równania jednorodnego związanego z równaniem (4) zbiegało w długim okresie do zera lub równoważnie, by wartość bezwzględna pochodnej prawej strony równania (4) policzona ze względu na p_{t-1} była mniejsza od jedności. Warunek ten jest spełniony, gdy:

$$0 < d < b + \frac{2}{j} \quad (5)$$

W dalszej części pracy, w której będzie przedstawiony model nieliniowy, zmianie ulegnie sposób modelowania podaży. W miejsce liniowej zależności od ceny z poprzedniego okresu zastosowana będzie zależność nieliniowa uwzględ-

niająca oczekiwania cenowe producentów, których mechanizm powstawania zostanie przedstawiony w następnym punkcie.

Oczekiwania

Producenci są częściowo racjonalni, to znaczy, że ze względu na niewystarczającą informację i możliwości analityczne nie są w stanie podejmować optymalnych decyzji. W zastępstwie stosują proste heurystyki, które sprawdziły się w przeszłości. Założono, że strona podaźowa do prognozowania wartości zmiennych ekonomicznych (tu: ceny produkowanego dobra) stosuje średnią ważoną dwóch typów oczekiwań. Pierwszy typ to oczekiwanie kontynuacji obecnego trendu, a drugi to oczekiwanie odwrócenia się obecnego trendu. Zagregowane oczekiwania poziomu cen w okresie t powstają na koniec okresu poprzedniego, to jest okresu $t - 1$ i są średnią ważoną oczekiwań kontynuacji trendu ($E^1[p_t]$) oraz oczekiwań odwrócenia trendu ($E^2[p_t]$). Oczekiwania powstają w odniesieniu do długookresowej równowagi w modelu liniowym $p_e = (a + g) / (b + d)$, która jest punktem stałym równania (5). Oczekiwania pierwszego typu wyrażają się równością:

$$E^1[p_t] = p_{t-1} + m_1(p_{t-1} - p_e), \quad m_1 > 0 \quad (6)$$

Oczekiwania drugiego typu opisane są następującą regułą:

$$E^2[p_t] = p_{t-1} + m_2(p_e - p_{t-1}), \quad 0 < m_2 < 1 \quad (7)$$

Założono, że większe odchylenia ceny od poziomu p_e powodują zmniejszenie wagi związanej z oczekiwaniami kontynuacji trendu. Producenci sytuacje skrajne (duże odchylenia od równowagi p_e) odbierają jako niestabilne. Formalnie reguła opisująca zmienność wagi dla oczekiwań kontynuacji trendu przyjmuje postać:

$$W_t = \frac{1}{1 + \left(\gamma \frac{p_{t-1} - p_e}{p_e} \right)^2}, \quad \gamma > 0 \quad (8)$$

Równanie opisujące zagregowane oczekiwania co do wielkości produkcji przyjmuje postać:

$$E[p_t] = w_t E^1[p_t] + (1 - w_t) E^2[p_t], \quad 0 < w_t \leq 1 \quad (9)$$

Model nieliniowy

Zaproponowany model konkurencji doskonałej uwzględnia dwa nowe założenia po stronie podaży. Podaż jest uzależniona od oczekiwanego poziomu cen $E[p_t]$ w okresie bieżącym, w odróżnieniu od oczekiwań naiwnych założonych w modelu liniowym. Drugim założeniem poczynionym w proponowanym modelu jest wprowadzenie górnego ograniczenia na wielkość podaży związanego z maksymalnym poziomem produkcji, jaki może być zrealizowany przez przedsiębiorców. Możliwości produkcyjne w krótkim okresie mogą się okazać niewystarczające do zaspokojenia zgłoszonego popytu. Strona popytowa pozostaje niezmienną i jest opisana liniową funkcją zależną od ceny z bieżącego okresu. Standardowe założenie o równoważeniu się popytu i podaży w każdej chwili czasu t zostanie zastąpione mechanizmem rynkowym, który kształtuje cenę, uwzględniając relatywną moc oddziaływania sił popytu i podaży na rynku. Zmiana ceny w czasie Δp_t będzie wprost proporcjonalna do nadwyżkowego popytu występującego w chwili t . Równania opisujące funkcjonowanie rynku doskonale konkurencyjnego, uwzględniające przyjęte założenia, przyjmują następującą postać:

$$Q_t^d = a - bp_t, \quad a, b > 0 \quad (10)$$

$$Q_t^s = \min \{-g + dE[p_t], r\}, \quad g, d, r > 0 \quad (11)$$

$$\Delta p_t = j(Q_t^d - Q_t^s) \quad j > 0 \quad (12)$$

Matematycznym modelem opisującym dynamikę zmian ceny na rynku funkcjonującym według zasad opisanych równaniami (10–12) jest równanie różnicowe pierwszego rzędu:

$$p_t = \frac{1}{1 + jb} \left[p_{t-1} + j(a - \min \{-g + dE[p_t], r\}) \right], \quad a, b, g, d, j, r > 0 \quad (13)$$

Równanie (13) jest nieliniowe i, dodatkowo, nie istnieje jego analityczne rozwiązanie opisujące zachowanie się ceny p_t w każdej chwili czasu t . Do analizy tego równania zostaną użyte narzędzia jakościowej teorii nieliniowych równań różnicowych. Równanie (13) jest równoważne następującemu równaniu:

$$p_t = \begin{cases} \frac{1}{1+jb} [p_{t-1} + j(a+g - dE[p_t])] & \text{gdy } E[p_t] \leq \frac{r+d}{g} \\ \frac{1}{1+jb} [p_{t-1} + j(a-r)] & \text{gdy } E[p_t] > \frac{r+d}{g} \end{cases} \quad (14)$$

Pierwszym elementem jakościowej analizy modelu (14) jest wyznaczenie równowagi (rozwiązania stacjonarnego).

Twierdzenie 1.

Równanie (14) ma jedną równowagę stacjonarną $p^* = \frac{a+g}{b+d}$,
gdy $E[p_t] \leq \frac{r+d}{g}$, oraz $p^{**} = \frac{a-r}{b}$, gdy $E[p_t] > \frac{r+d}{g}$.

Dowód:

Równowaga równania (14) spełnia warunek $p_t = p_{t-1} = p = \text{const}$, który dla $E[p_t] \leq \frac{r+d}{g}$ jest równoważny równaniu:

$$(p - p_e) \left[1 + \frac{d}{b+d} \left(\bar{w}(m_1 + m_2) - m_2 \right) \right] = 0, \text{ gdzie } \bar{w} = \left(1 + \left(\gamma \frac{p - p_e}{p_e} \right)^2 \right)^{-1}.$$

Równanie to ma jedno rozwiązanie $p^* = p_e$, gdyż równanie $m_2 = 1 + \frac{b}{d} + \bar{w}(m_1 + m_2)$ nie ma rozwiązań (prawa strona równania jest większa od jedności, a lewa, zgodnie z założeniem, jest mniejsza od jedności).

Dla $E[p_t] > \frac{r+d}{g}$ równanie (14) jest liniowym równaniem różnicowym z równowagą $p^{**} = \frac{a-r}{b}$, o ile $a > r$.

Drugim elementem analizy badanego modelu jest określenie warunków, jakie muszą spełniać zmienne egzogeniczne, by równowaga modelu była lokalnie asymptotycznie stabilna. Równowaga p^{**} jest asymptotycznie stabilna dla wszystkich dopuszczalnych wartości parametrów modelu, gdyż dla

$E[p_t] > \frac{r+d}{g}$ równanie (14) jest liniowym równaniem różnicowym, dla którego

$$\left| \frac{p_t}{p_{t-1}} \right| = \frac{1}{1+jb} < 1.$$

Niech $F(p_{t-1})$ oznacza prawą stronę równania (14). Równowaga p^* będzie lokalnie asymptotycznie stabilna, gdy $\left| \frac{dF(p^*)}{dp_{t-1}} \right| < 1$.

$$\frac{dF(p_{t-1})}{dp_{t-1}} = \frac{1}{1+jb} \left(1 - jd \frac{dE[p_t]}{dp_{t-1}} \right) \quad (15)$$

gdzie

$$\frac{dE[p_t]}{dp_{t-1}} = \frac{(m_1 + m_2)}{1 + \left(\gamma \frac{p_{t-1} - p_e}{p_e} \right)^2} \left[1 - \frac{\gamma \left(\frac{p_{t-1} - p_e}{p_e} \right)^2}{1 + \left(\gamma \frac{p_{t-1} - p_e}{p_e} \right)^2} \right] + (1 - m_2) \quad (16)$$

Twierdzenie 2.

Równowaga p^* równania (14) jest lokalnie asymptotycznie stabilna,

gdzie $0 < d < \frac{2+jb}{j(1+m_1)}$.

Dowód:

$$\frac{dF(p^*)}{dp_{t-1}} = \frac{1 - jd(1+m_1)}{1+jb}.$$

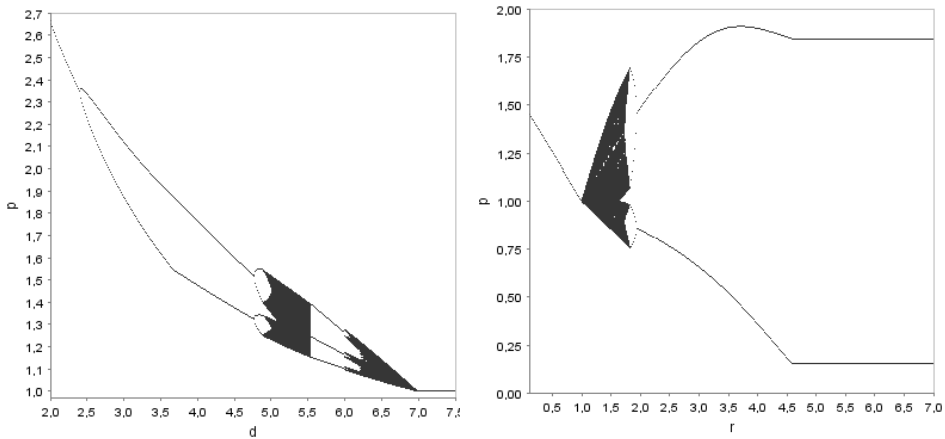
Równowaga p^* będzie lokalnie asymptotycznie stabilna, gdy spełniona będzie nierówność $\left| \frac{1 - jd(1 + m_1)}{1 + jb} \right| < 1$, która jest równoważna nierówności $0 < d < \frac{2 + jb}{j(1 + m_1)}$.

Dynamika globalna. Bifurkacje

W tej części pracy zostaną omówione wybrane elementy dynamiki globalnej badanego modelu. Symulacje numeryczne długookresowego zachowania hipotetycznego rynku przedstawione będą na odpowiednich diagramach bifurkacyjnych, przedstawiających istniejące atraktory jako multifunkcje wybranego parametru modelu dla zadanego warunku początkowego (początkowej ceny).

Przekraczanie obszaru lokalnej asymptotycznej stabilności równowagi p^* , wyznaczonego w twierdzeniu 2, wiąże się z występowaniem zjawiska bifurkacji lokalnych. Dla jednoparametrowej rodziny dyskretnych, jednowymiarowych układów dynamicznych stabilne położenie równowagi traci stabilność w wyniku bifurkacji podwajania okresu, gdy przy zmianie parametru bifurkacyjnego, jedyna rzeczywista wartość własna macierzy linearyzacji $\left(\frac{dF(p^*)}{dp_{t-1}} \right)$, zmniejszając swoją wielkość, przekracza -1. Skutkiem tej bifurkacji jest powstanie orbity okresowej o okresie 2. W wyniku następujących po sobie bifurkacji podwajania okresu mogą powstawać orbity o okresie 4, 8, 16, ..., a także może wystąpić zjawisko chaosu deterministycznego.

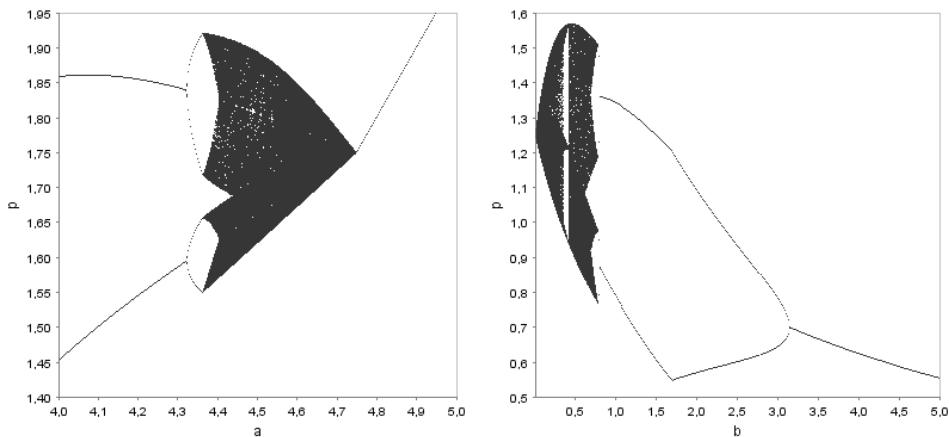
W badanym modelu utrata stabilności następuje w wyniku bifurkacji podwajania okresu, gdyż dla $d = \frac{2}{j(1 + m_1)}$ wartość pochodnej $\frac{dF(p^*)}{dp_{t-1}}$ w położeniu równowagi jest równa minus jeden, co stanowi warunek konieczny zaistnienia tego typu bifurkacji.



Rys. 1. Diagramy bifurkacyjne dla parametrów d i r

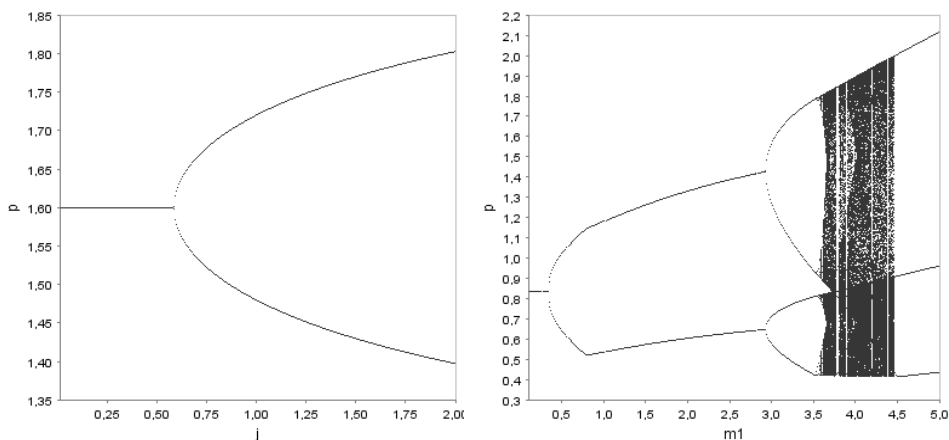
Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 1 przedstawiono dwa diagramy bifurkacyjne analizowanego modelu. Długookresowe zachowanie się ceny w zależności od parametru d , który w modelu liniowym odpowiada za nachylenie krzywej podaży, widoczne jest po prawej stronie. Początkowo równowaga p^* modelu (14) jest asymptotycznie stabilna. Wraz ze wzrostem parametru d (parametru bifurkacyjnego) poziom ceny równowagi spada, co jest zgodne z analizą statyki porównawczej (pierwsza pochodna ceny równowagi po parametrze d jest ujemna). Dla krytycznej wartości parametru bifurkacyjnego d_{bif} obserwujemy wystąpienie bifurkacji podwajania okresu. Równowaga stacjonarna staje się niestabilna, lecz nie oznacza to niestabilności całego modelu. Pojawia się stabilny cykl o okresie dwa. Następnie w wyniku kaskady podwajania okresu pojawia się chaos deterministyczny, przewidywanie poziomu ceny w długim horyzoncie staje się niemożliwe. Dalszy wzrost parametru d upraszcza dynamikę, pojawia się cykl o okresie trzy, który ponownie – w wyniku bifurkacji podwajania okresu – staje się niestabilny. Zwiększanie wartości parametru bifurkacyjnego, z jednej strony, prowadzi ponownie do obszaru charakteryzującego się dynamiką chaotyczną, a z drugiej – redukuje amplitudę wahań ceny i ostatecznie rynek ponownie osiąga równowagę stacjonarną.



Rys. 2. Diagramy bifurkacyjne dla parametrów a i b

Źródło: opracowanie własne.



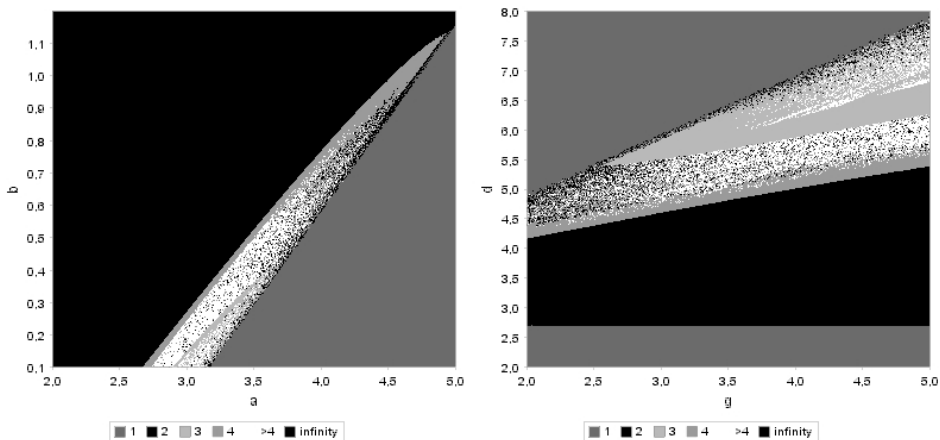
Rys. 3. Diagramy bifurkacyjne dla parametrów j i m_1

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 2 przedstawiono diagramy bifurkacyjne modelu (14) ilustrujące wpływ parametrów związanych ze stroną popytową rynku. Parametr b , który jest odpowiedzialny za nachylenie krzywej popytu wraz ze wzrostem, upraszcza dynamikę. Dla $b < 1$ obserwujemy złożoną dynamikę ceny z dominującym obszarem atraktorów chaotycznych. Wartości parametru $b > 1$ stabilizują dynamikę zmian ceny, aż do pojawienia się stabilnej asymptotycznie równowagi sta-

cjonarnej. Parametr a określający zgłaszany popyt przy cenie zbiegającej do zera w niewielkim przedziale zmienności (od 4,4, do 4,8) także generuje chaotyczne przebiegi ścieżki czasowej ceny. Jednakże powyżej wartości $a = 4,8$ rynek się równoważy i równowaga stacjonarna jest asymptotycznie stabilna.

Parametr j charakteryzujący mechanizm rynkowy ma niewielki wpływ na dynamikę zmian ceny. Umiarkowana reakcja rynku na nadwyżkowy popyt ($j < 0,7$) działa stabilizująco i w tym obszarze zmienności tego parametru rynek, w długim okresie, zawsze będzie się oczyszczał. Bardziej gwałtowne reakcje rynku na nadwyżkowy popyt prowadzą do stabilnych wahań cyklicznych o okresie równym dwa. Na rysunku 3 przedstawiono także wpływ parametru m_1 na dynamikę badanego modelu. Parametr ten określa cechy behawioralne („nerwowość”, „niecierpliwość”) grupy producentów, których oczekiwania są zgodne z obserwowanym na rynku trendem. Początkowo rynek jest w równowadze. Następnie w wyniku bifurkacji podwajania okresu pojawiają się atraktory cykliczne, chaotyczne i ponownie cykliczne. Rosnąca „niecierpliwość” producentów oczekujących kontynuacji trendu rozregulowuje rynek oraz zwiększa amplitudę zmian ceny.



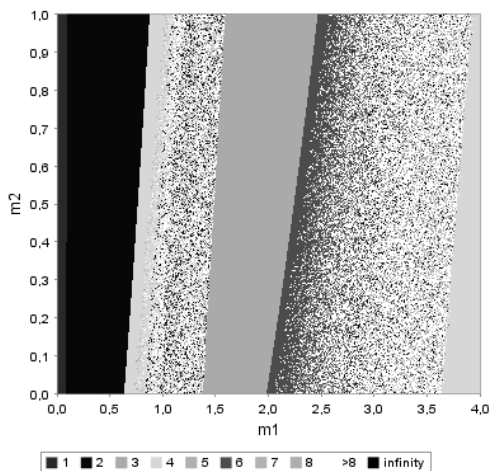
Rys. 4. Dwuwymiarowe diagramy bifurkacyjne dla parametrów (a, b) i (g, d)

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 4 przedstawiono dwuwymiarowe diagramy bifurkacyjne w przestrzeni parametrów (a, b) oraz (g, d) . Kombinacje parametrów, dla których badany model ma stabilne cykle o okresie co najwyżej cztery, zostały zaznaczone odcieniami szarości. Biały obszar związany jest z cyklami o okresie większym

niż cztery atraktorami prawie okresowymi lub chaotycznymi. Analiza diagramów bifurkacyjnych przedstawionych na rysunku 4 prowadzi do wniosku, iż typowym zachowaniem się analizowanego modelu jest zbieżność do równowagi stacjonarnej lub atraktora cyklicznego o niskim okresie. Bardziej złożona dynamika, chociaż możliwa, występuje w stosunkowo wąskim zakresie zmienności wybranych par parametrów zarówno po stronie popytowej, jak i podażowej.

Na rysunku 5 zaprezentowano dwuwymiarowy diagram bifurkacyjny w przestrzeni parametrów (m_1, m_2) związanych z parametrami behawioralnymi charakteryzującymi stronę podażową. Kombinacje parametrów, dla których badany model ma stabilne cykle o okresie co najwyżej osiem, zostały zaznaczone odcieniami szarości. Biały obszar związany jest z cyklami o okresie większym niż osiem, atraktorami prawie okresowymi lub chaotycznymi.



Rys. 5. Dwuwymiarowy diagram bifurkacyjny dla parametrów (m_1, m_2)

Źródło: opracowanie własne.

Zasadniczy wpływ na długookresową dynamikę modelu ma parametr m_1 związany z częścią strony podażowej oczekującej kontynuacji trendu. Dla $m_1 < 2$ dominują atraktory cykliczne, a dla $m_1 > 2$ przeważa dynamika prawie okresowa lub chaotyczna. Dodatkowo model jest wrażliwy na niewielkie zmiany parametrów m_1 i m_2 .

Podsumowanie

W pracy zaproponowano model konkurencji doskonałej, w którym uwzględniono oczekiwania heterogeniczne po stronie podażowej, będące mieszanką oczekiwań kontynuacji trendu i oczekiwań odwrócenia trendu. Uwzględniono także wpływ ograniczonych mocy produkcyjnych po stronie podażowej rynku. Dynamika skonstruowanego nieliniowego modelu jest złożona, występują atraktory okresowe, prawie okresowe oraz zjawisko chaosu deterministycznego. Równowaga występująca w klasycznym modelu konkurencji doskonałej jest także stanem stacjonarnym zbadanego modelu nieliniowego. Wyznaczono wartości parametrów, dla których równowaga stacjonarna jest lokalnie asymptotycznie stabilna. Zbadano dynamikę globalną modelu za pomocą jedno- i dwuwymiarowych diagramów bifurkacyjnych. Przeprowadzono analizę przestrzeni zmiennych egzogenicznych, w szczególności określono obszary zmienności wybranych parametrów modelu, dla których istnieją stabilne równowagi cykliczne o niskim okresie. Wykazano, iż w pewnych warunkach mechanizm rynkowy nie jest w stanie zapewnić równowagi na rynku. Przyczyn takiej nieefektywności mechanizmu rynkowego należy upatrywać w parametrach natury behawioralnej, związanych z formowaniem oczekiwań po stronie podażowej.

Bibliografia

- Arstein Z., *Irregular cobweb dynamics*, "Economic Letters" 1983, vol. 11, s. 15–17.
- Hommes C.H., *Adaptive learning and roads to chaos*, "Economic Letters" 1991, vol. 36, s. 127–132.
- Jensen R.V., Urban R., *Chaotic price behaviour in a nonlinear cobweb model*, "Economic Letters" 1984, vol. 15, s. 235–240.
- Nerlove M., *Adaptive expectations and cobweb phenomena*, "Quarterly Journal of Economics" 1958, vol. 72, s. 227–240.

**NONLINEAR DEMAND-SUPPLY MODEL WITH HETEROGENEOUS EXPECTATIONS
ON THE DEMAND SIDE**

SUMMARY

We investigate the dynamics of the proposed demand-supply model with heterogeneous expectations, a linear demand curve, and nonlinear supply curve. The possible price behaviour is described. We investigate, how the dynamics of the model depend on parameters.

Keywords: market, expectations, bifurcation, chaos