Witold AMBICKI
Zakład Geometrii Wykreślnej i Rysunku Technicznego Budowlanego
Politechnika Częstochowska

# PROSTA METODA WYZNACZANIA LINII PRZENIKANIA POWIERZCHNI OBROTOWYCH

Wiadomo, że zbiór punktów wspólnych dwu powierzchni $\Phi_1$ i $\Phi_2$ nazywamy *linią przenikania* tych powierzchni. Linia przenikania dwu powierzchni na ogół jest krzywą przestrzenną. W szczególnych przypadkach linia przenikania powierzchni stopnia drugiego rozpada się na dwie stożkowe.

Metody wyznaczania linii przenikania dwu powierzchni $\Phi_1$ i $\Phi_2$ opierają się na wprowadzeniu pomocniczych powierzchni, które przecinają dane powierzchnie $\Phi_1$ i $\Phi_2$ w możliwie najprostszych zbiorach punktów $k_1$ i $k_2$. Elementy wspólne zbiorów $k_1$ i $k_2$ należą do linii przenikania.

Płaszczyzny lub sfery używane są najczęściej jako te pomocnicze powierzchnie:
1) płaszczyzny tnące obieramy tak, aby uzyskane przekroje obu powierzchni (proste lub okręgi) były łatwe do wykreślenia w rzutach,
2) sfery obieramy tak, aby linie przenikania sfer z danymi powierzchniami były okręgami [2].

Wyznaczając linie przenikania za pomocą sfer możemy się posłużyć:
1) sferami o stałym środku,
2) sferami o zmiennym środku.

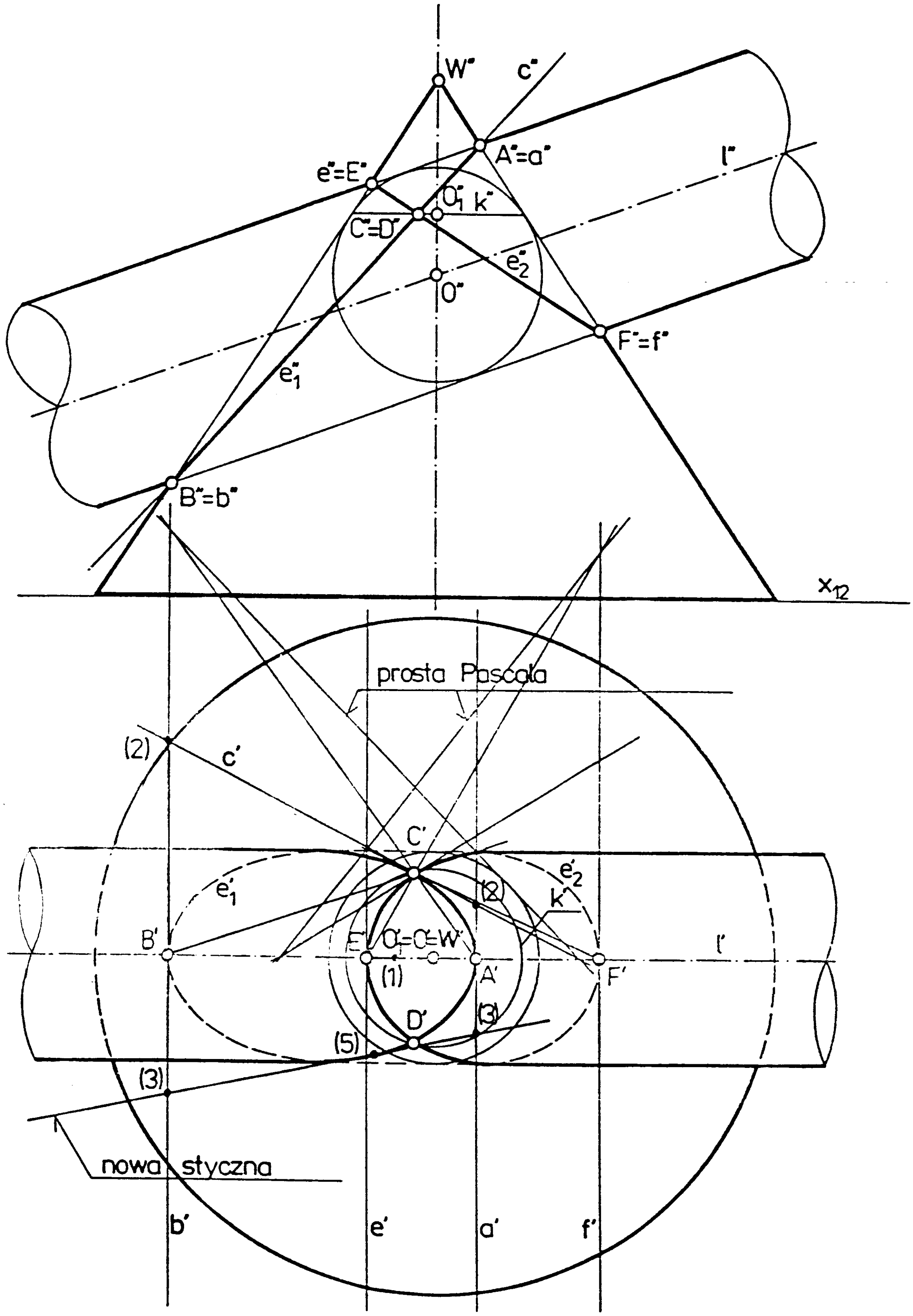
Wyznaczanie linii przenikania metodą sfer o stałym środku stosujemy jeżeli:
1) powierzchnie są obrotowe,
2) osie powierzchni wyznaczają płaszczyznę równoległą do rzutni.

Metodę sfer o zmiennym środku można stosować jeśli:
1) oś powierzchni obrotowej jest równoległa do rzutni,
2) na drugiej powierzchni istnieje taka rodzina okręgów, że proste przechodzące przez ich środki i prostopadłe do płaszczyzn okręgów są równoległe do rzutni i przecinają oś powierzchni obrotowej.

W szczególnych przypadkach jeśli linia przenikania dwu powierzchni obrotowych rozpada się na dwie stożkowe uniwersalna konstrukcja stożkowych jest bardzo dogodna.

Pokażemy w jaki sposób można wyznaczyć linię przenikania stożka i walca, opisanych na tej samej sferze (rys. 1).

Linia przenikania posiada płaszczyznę symetrii. Rzutem pionowym linii przenikania są dwa odcinki $A''B''$ i $E''F''$, które są rzutami dwóch elips $e_1$ i $e_2$. Elipsa $e_1$ w rzucie poziomym przechodzi przez rzuty poziome punktów $A$ i $B$ ( jest styczna w tych punktach do prostych celowych $a$ i $b$) oraz przez punkty $C$ i $D$ przecięcia się elips. Punkty $C$, $D$ znajdujemy na okręgu $k$ sfery. W rzucie poziomym 6 elementów (punkty $A'$, $B'$, $C'$, $D'$ oraz styczne $a'$ i $b'$) leży na tej samej stożkowej. Eliminując z tych elementów jeden z punktów ( $C'$ lub $D'$ ) otrzymujemy niekompletną konfigurację Pascala-Brianchona, którą uzupełniamy o styczną $c'$ korzystając z prostej Pascala. Punkty $A'$, $B'$ $C'$ tworzą trójkąt wpisany w stożkową, styczne $a'$, $b'$, $c'$, - trójkąt opisany. Stożkową wyznaczamy w następujący sposób:




*Rys. 1. Linia przenikania stożka i walca, opisanych na tej samej sferze*

na boku trójkąta np. *A'B'* obieramy pomocniczy punkt *(1)* ; styczna *c'* w przeciwległym wierzchołku *C'* przecina się z pozostałymi stycznymi w punktach *(2)* , które połączone z punktem *(1)* dają proste przecinające pozostałe styczne w punktach *(3)*. Łącząc punkty *(3)* ze sobą otrzymujemy nową styczną. Prosta *C'(1)* wyznacza na niej punkt stożkowej. Zmieniając położenia punktu *(1)* na bokach trójkąta *A'B'C'* wyznaczamy dowolną liczbę stycznych i punktów stożkowej $e_1$'.

Wyeliminowanie jednej stycznej z wymienionych wyżej 6 elementów daje niekompletną konfigurację Maclaurina, którą uzupełniamy o trzy styczne korzystając z trójkąta samosprzężonego. Wystarczy punkty tej niekompletnej konfiguracji połączyć z punktami wspólnymi danej stycznej i boków trójkąta samosprzężonego , aby otrzymać brakujące trzy styczne konfiguracji Maclaurina. Animowanie konfiguracji pozwala w sposób ciągły i bez kreślenia pomocniczych linii wyznaczyć dalsze styczne i ich punkty styczności.

Elipsę $e_2$' wykreślamy w sposób analogiczny.

**LITERATURA:**


[1]. L. Czech, W. Ambicki: "Wykład o uniwersalnej konstrukcji stożkowych", Skrypt Politechniki Krakowskiej, Kraków 1998 r.,

[2]. W. Jankowski : „Geometria wykreślna", PWN Warszawa 1981.


## A SIMPLE METHOD OF DRAWING A LINE OF INTERSECTION OF SURFACES OF REVOLUTION CIRCUMSCRIBED ON THE SAME SPHERE


This paper shows how to draw a line of intersection of cone and cylinder circumscribed on the same sphere, using universal construction of conics.