

# Mechanika istniejących ścian murowanych w kierunku prostopadłym do płaszczyzny ściany – metody analizy

Mechanics of existing masonry walls in the direction perpendicular to the wall plane – analysis methods

dr inż. Marcin Szyszka (ORCID: 0009-0006-2961-8703), Katedra Budownictwa Ogólnego Politechnika Wrocławska

DOI: 10.5604/01.3001.0054.6402

**Streszczenie:** Rzetelne szacowanie nośności murów historycznych, w szczególności w strefach sejsmicznych, jest niezbędne i kluczowe z wielu powodów. W artykule omówiono stosowane obecnie metody obliczeniowe w powyższym kontekście. Są to odpowiednio metody: siłowe, przemieszczeniowe, „kołysania”, numeryczne. Przedstawiono założenia każdej z metod i ich podstawy teoretyczne. Przedyskutowano również ich zalety i wady oraz przydatność w ujęciu inżynierskim i naukowym. Poruszono takie aspekty jak stopień złożoności, wymagane dane wejściowe oraz adekwatność danej metody do stopnia znajomości konstrukcji.

**Słowa kluczowe:** mury istniejące, mechanika z płaszczyzny ściany, obciążenia sejsmiczne, metody: siłowe, przemieszczeniowe, „kołysania”, numeryczne.

**Abstract:** Reliable assessment of historical masonry walls, particularly in seismic zones is indispensable and critical for many reasons. In article are discussed methods in current use for the above-mentioned issue. These are methods: force-based, displacement-based, „rocking”, numerical. Described are assumptions and theoretical background of these methods. Advantages and disadvantages of the methods are listed along with their possible potential both in scientific and engineering field. Discussed are aspects such as level of complexity, required input data and adequacy of given method to possessed knowledge of structure.

**Keywords:** existing walls, mechanics from the plane of the wall, seismic loads, methods: force, displacement, „rocking”, numerical.

## 1. Wprowadzenie

Poprawne oszacowanie nośności muru wymaga zrozumienia zarówno pracy lokalnej, jak i globalnej konstrukcji. Formą pracy lokalnej jest zachowanie muru w płaszczyźnie do niego prostopadłej, czyli mechanika muru obciążonego z płaszczyzny. Rzetelne szacowanie nośności murów, w szczególności w strefach sejsmicznych, jest niezbędne i kluczowe z wielu powodów. Konieczne jest jak najlepsze zrozumienie mechaniki murów historycznych oraz rozwijanie metod i narzędzi pozwalających na poprawne oszacowanie ich zachowania. W artykule omówiono stosowane obecnie metody w celu osiągnięcia wymienionych celów. Są to odpowiednio metody: siłowe, przemieszczeniowe, „kołysania”, numeryczne.

## 2. Podejście oparte na równowadze sił i momentów (analiza sił) – AS

Heyman jako pierwszy w sposób usystematyzowany zastosował teorię nośności granicznej do analizy konstrukcji murowych [1, 2]. W swoich pracach wychodził z założenia, iż twierdzenia ekstremalne teorii nośności plastycznej

(twierdzenie o szacowaniu górnym i twierdzenie o szacowaniu dolnym) mogą być stosowane przy następujących warunkach:

- mur jest materiałem sztywnym;
- mur nie ma wytrzymałości na rozciąganie – założenie po stronie bezpiecznej, a w przypadku słabych zapraw historycznych bliskie rzeczywistości;
- wytrzymałość muru na ściskanie jest nieskończona – biorąc pod uwagę niewielkie naprężenia ściskające w konstrukcjach historycznych, jest to założenie zasadne;
- pomiędzy blokami nie wystąpi poślizg.

Teoria plastyczności może być aplikowana poprzez zasadę prac wirtualnych. Zgodnie z tymi założeniami zniszczenie niezbrojonych konstrukcji murowych może być rezultatem jedynie utraty równowagi, a nie zniszczenia materiału. Zniszczenie materiału do powyższych rozważań wprowadzono w pracy [3]. Aplikację teorii Heymana do szacowania nośności ścian obciążonych z płaszczyzny opisano w [4].

Spośród metod wykorzystujących równowagę sił metody graficzne należą do najstarszych i najszerszej stosowanych, aplikowane są one jednak głównie do łuków, sklepień i konstrukcji murowych o charakterze ciągłym. Przykładowe prace: [5, 6].

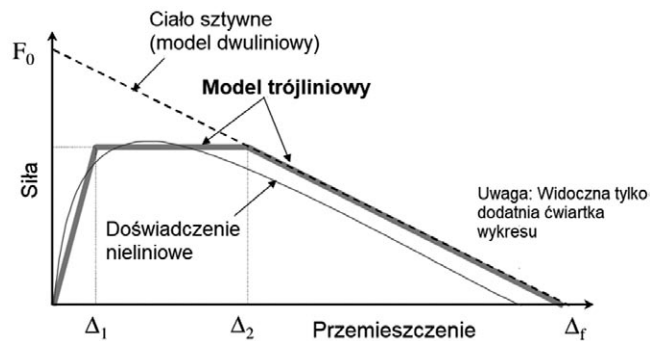
Modyfikacje pierwotnej koncepcji Heymana doprowadziły do powstania tak zwanej niestandardowej analizy nośności granicznej; istotne badania w tym kontekście zawiera praca [7]. Badano zarówno pojedyncze ściany, jak i konstrukcje bardziej złożone, dokonując konfrontacji z wynikami teorii nośności granicznej. Podobną skalę badawczą w aspekcie doświadczalnym prezentuje praca [8], gdzie wykonano testy w skali 1:5 na czterdziestu dwu różnych modelach dotyczących mechanizmów zniszczenia ścian z płaszczyzny oraz ich współpracy ze ścianami ortogonalnymi. Badano również efekt obciążenia stałego w koronie ściany. Wyniki przedstawione w tej pracy rozwinięto następnie w [9] oraz [10]. Znaczenie tarcia, w kontekście określenia schematu zniszczenia oraz nośności dla układu ścian murowanych, przedstawiono w pracy [11]. Autorzy w swoich badaniach wzięli pod uwagę połączenia ze ścianami poprzecznymi oraz wpływ zastosowanego przewiązania w ścianie ortogonalnej. Kwestię wartości współczynnika tarcia porusza od wielu lat w swoich pracach Casapulla – zarówno analitycznie, jak i doświadczalnie [12], badając także wpływ ścian ortogonalnych [13] i zachowanie narożników [14]. Metody siłowe skorelowane są z maksymalnym przyspieszeniem podłoża, a ponieważ koncentrują się głównie na momencie aktywacji mechanizmu, w wielu przypadkach dają one rozwiązania konserwatywne.

### 3. Podejście oparte na analizie przemieszczeń (analiza przemieszczeń) – AP

Programy badawcze [15, 16] wskazały, iż ściany wzbudzone obciążeniem sejsmicznym potrafią przetrwać przyspieszenia o wiele większe, niż wynikałoby to z ich nośności quasi-statycznej. Było to bodźcem do prac nad wdrożeniem analizy przemieszczeń dla konstrukcji murowych. AP stanowi dosyć obszerną dziedzinę i podlega ciągłej ewolucji. Szczegółowy opis różnych metod i strategii dedykowanych temu zagadnieniu można odnaleźć w pracy [17]. AP, która początkowo była stosowana jedynie do projektowania nowych konstrukcji, z czasem została również zaadaptowana do szacowania nośności obiektów istniejących [18]. W takiej sytuacji konstrukcja o znanych parametrach jest rozpatrywana względem obciążenia sejsmicznego w kontekście deformacji lub przemieszczeń.

AP zdecydowanie bardziej niż AS wykorzystuje rzeczywistą zdolność konstrukcji do stawiania oporu, stąd w praktyce stosuje się ją najczęściej do sprawdzania stanów granicznych nośności. AP jest niestosownym narzędziem do określenia momentu inicjacji spękania/zarysowania konstrukcji, czyli stanów granicznych użyteczności.

Metodologię AP do konstrukcji murowych zaproponowano po raz pierwszy w [19]. Kolejnym istotnym krokiem była praca [20], gdzie przedstawiono uproszczoną procedurę szacowania nośności ścian obciążonych w kierunku prostym do ich płaszczyzny i siłą osiową w płaszczyźnie. Procedura

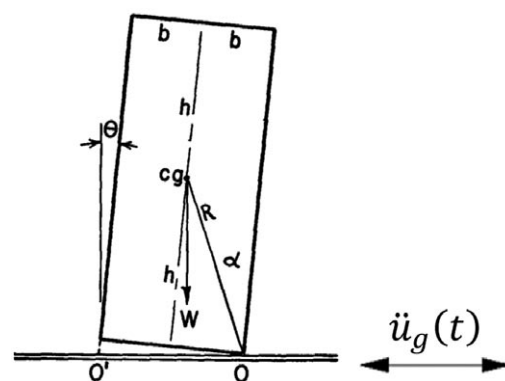


Rys. 1. Zależność siła-przemieszczenie dla ściany o kształcie trapezoidalnym; opis w tekście; opracowano na podstawie [20]

dotyczy ścian wspornikowych oraz jednokierunkowo zginanych i polega na zastąpieniu rzeczywistej (doświadczalnej) krzywej siła-przemieszczenie trzema odcinkami linowymi (rys. 1). W pracy [21] podjęto dalszą walidację powyższej koncepcji na podstawie 1248 prób, głównie nieliniowych analiz numerycznych w domenie czasu. Badania wskazały na mniejsze znaczenie parametru  $\Delta_1$ . Zdecydowanie większe znaczenie miały zakres maksymalnej siły  $\Delta_2$  oraz graniczna nośność przemieszczeniowa  $\Delta_f$  (rys. 1). Dalszy rozwój tej metody poczyniono w pracy [22], dokonując analizy teoretycznej ścian podpartych jednokierunkowo w funkcji: wysokości pęknięcia ściany, wytrzymałości muru na ściskanie, spoinowania, sztywności podparcia, obciążenia pionowego. Wyprowadzono równania opisujące pracę ściany przed pęknięciem.

### 4. Kołysanie ścian murowanych (ang. *Rocking Body Motion*)

Po raz pierwszy kołysanie opisał Housner [23], który obserwując smukłe konstrukcje w czasie trzęsień ziemi stwierdził, iż wykazują one większą nośność, niż wynikałoby to z analizy sprężysto-plastycznej. Opisał dynamikę pojedynczego, sztywnego bloku ustawionego na sztywnej podstawie, która przemieszcza się poziomo (rys. 2) z przyspieszeniem  $\ddot{u}_g(t)$ . Założył przy tym, iż blok obraca się względem swoich dolnych naroży bez poślizgu i odbijania się. Wychylając się z jednej



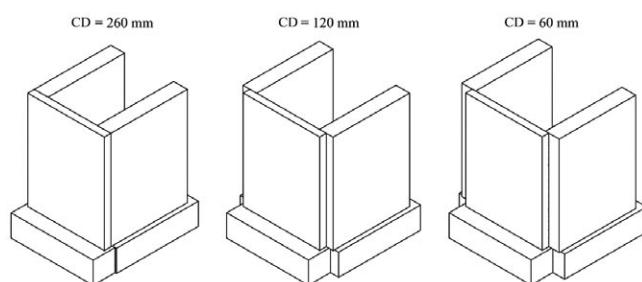
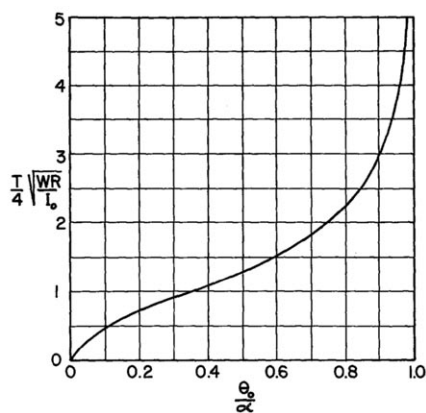
Rys. 2. Kołysanie ciała sztywnego wg [23];  $2h$  – wysokość,  $2b$  – szerokość,  $R$  – połowa długości przekątnej,  $\theta$  – kąt kołysania,  $O$  oraz  $O'$  – punkty obrotu,  $W$  – ciężar bloczka,  $cg$  – środek ciężkości

strony w przeciwną, blok uderza w podstawę, a oś obrotu przemieszcza się. Rozproszenie energii w czasie uderzenia jest wyznaczone, stosując zasadę zachowania momentu pędu względem danego narożnika tuż przed i tuż po zmianie kierunku obrotu. Stosując powyższe założenia, Housner określił, iż okres kołysania  $T$ , w odróżnieniu od oscylatorów harmonicznym, rośnie wraz z kątem kołysania  $\theta$  (rys 3). Pomimo licznych założeń (małe kąty, smukły blok, brak tarcia, odbijania, sposób dyssypacji energii), przytaczana praca była bodźcem do niezliczonych prac naukowych w kolejnych latach. Równanie ruchu dla dowolnej wartości kąta  $\alpha$ , wyprowadzono w [24].

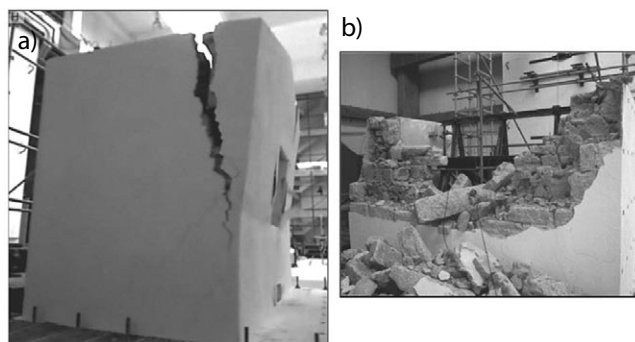
Ze względu na swoją specyfikę (duża sztywność, mała ciągliwość, „sztywność negatywna”, etc.), konstrukcje murowe w czasie obciążeń o charakterze dynamicznym – wykazują wiele cech znamienych dla zjawiska kołysania ciał sztywnych. W pracy [25] zajmowano się eksperymentalnie i analitycznie nieregularnym murem trójwarstwowym. Badano drgania swobodne próbek po uprzednim wychyleniu ich z położenia równowagi. Szczegółnej analizie poddano współczynnik restytucji. W modelach analitycznych uwzględniono odkształcalność zaprawy oraz jej zdolność do pęknięcia, jak i plastyczność. Przytoczone cechy zaprawy uchwycono również eksperymentalnie. Mur jednowarstwowy badano w pracy [26], według dwóch modeli: wolnostojący (kołysanie dwustronne) oraz jako fasada (kołysanie jednostronne), czyli podparty dwiema ścianami poprzecznymi (szerokość podparcia była zmienna – rysunek 4). Fasada nie była w żaden sposób przymocowana bądź przewiązana ze ścianami ortogonalnymi – imitacja obiektów o słabej pracy skrzynkowej. Zmiennymi były również rodzaj budulca oraz smukłość ścian. Modele zostały wykonane w skali, badano ich zachowanie w czasie drgań swobodnych. Kołysanie konstrukcji murowej z fasadą (w skali rzeczywistej) za pomocą stołu wstrząsowego analizowano w pracach: [27, 28]. Badania pokazały wpływ braku monolityczności muru trójwarstwowego na odpowiedź konstrukcji – obok globalnej niestabilności związanej z kołysaniem pojawiało się lokalne osłabienie ścian (rys. 5).

Podobny układ konstrukcyjny badano w pracy [29]. Tym razem jednak ściany ortogonalne nie były symetryczne – w jednej z nich umieszczono otwór okienny. Jeden z modeli doświadczalnych wykonany został jako ceglany, natomiast kolejny jako trójwarstwowy mur kamienny. W obu przypadkach odnotowano istotny wpływ asymetrii na kołysanie zmobilizowanych fragmentów konstrukcji.

**Rys. 3.** Okres kołysania bloczka przy amplitudzie  $\theta_0$ , gdzie:  $I_0$  – moment bezwładności bloczka względem punktu  $O$  ( $O'$ ) [23]



**Rys. 4.** Kołysanie jednostronne; CD – zakres kontaktu fasady ze ścianami poprzecznymi [26]

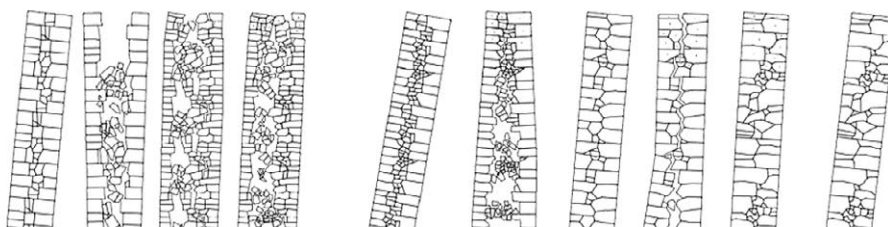


**Rys. 5.** Próba nr 1: a) maksymalne wychylenie podczas kołysania, b) po zniszczeniu [27]

## 5. Metody numeryczne

Modelowanie numeryczne konstrukcji murowych podlegających obciążeniom poziomym zmiennym w czasie jest silnie uzależnione od specyfiki tegoż zjawiska. Mianowicie, wymagane jest uwzględnienie: dużych przemieszczeń i obrotów, obecności elementów kontaktowych zdolnych do pracy w zakresie dużych przemieszczeń oraz zdolnych do wielokrotnego otwierania oraz zamykania się, a także przeprowadzanie analiz, w których czas ma sens fizyczny. Stąd też w literaturze często można spotkać próby oparte o metodę elementów dyskretnych (*Discrete Element Method*) lub o jej wariację, czyli metodę elementów odrębnych (*Distinct Element Method*). Metody te stosowano w pracy [30] do analizy jednostronnego kołysania muru oraz w pracy [31] – murowane iglice kościelne. Istotnych analiz numerycznych dokonano w pracy [32], w której analizowano mury wielowarstwowe o różnej jakości wyrażonej zmiennym stopniem monolityczności przekroju. Wyniki jakościowe przedstawia rysunek 6. Przekrojowy przegląd metod numerycznych dedykowanych historycznym konstrukcjom murowym, w tym mechanizmom lokalnym zawiera pozycja [33]. Poza wspomnianą już nieliniowością geometryczną i kontaktem pełen opis numeryczny murów wymaga również uwzględnienia trzeciej formy nieliniowości, czyli

**Rys. 6.** Postać zniszczenia murów o tym samym przekroju w funkcji rodzaju obciążenia: st. – obciążenie statyczne, dyn. – obciążenie dynamiczne [32]



modeli konstytutywnych opisujących wytrzymałość budulca i zaprawy (lub wartości uśrednionych tych składowych). W ten sposób mogłoby zostać uchwycone pęknięcie i kruszenie się muru. Wszechstronne modele numeryczne są jednak wymagające zarówno pod względem umiejętności użytkownika, czasochłonności obliczeń, jak i parametrów sprzętu obliczeniowego (w szczególności w przypadku analiz dynamicznych).

## 6. Podsumowanie

Powyżej przedstawiono cztery różne metody szacowania nośności murów istniejących obciążonych z płaszczyzny. Poszczególne metody różnią się od siebie stopniem złożoności, wymaganiami wobec umiejętności użytkownika czy też dostępem do informacji na temat analizowanej konstrukcji. W praktyce inżynierskiej biorąc pod uwagę całościowy wpływ wymienionych czynników, najczęściej stosowane są metody siłowe AS oraz przemieszczeniowe AP. Zastosowanie kołysania w dalszym ciągu wymaga podejmowania prac eksperymentalnych.

### BIBLIOGRAFIA

- [1] Heyman J., The stone skeleton, *International Journal of Solids and Structures* 2(2)1966, str. 249–256
- [2] Heyman J., *The masonry arch*, West Sussex: Halsted Press, 1982
- [3] Livesley R. K., Limit analysis of structures formed with rigid blocks, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 12(12)1978, str. 1853–1871
- [4] Sinha B. P., A simplified ultimate load analysis of laterally loaded model orthotropic brickwork panels of low tensile strength, *Structural Engineering B* 56(4)1978, str. 81–84
- [5] Wu H., Liew A., Van Mele T., Block P., Analysis and optimisation of a rib-stiffened vaulted floor for dynamic performance, *Engineering Structures* 213, 6/2020, str. 110577
- [6] Iannuzzo A. et al., PRD method: A limit analysis-based approach to detect mechanisms and internal forces through two dual energy criteria, *Mechanics Research Communications* 107, 2020, str. 103557
- [7] Ceradini V., *Modelazione e sperimentazione per lo studio della struttura muraria storica*, Roma: Università degli studi di Roma La Sapienza, 1992
- [8] Restrepo-Vélez L. F., *Seismic risk of unreinforced masonry buildings. Individual Study*, ROSE School, University of Pavia, Pavia, 2004
- [9] Restrepo-Vélez L. F., Magenes G., *Static tests on dry stone masonry and evaluation of static collapse multipliers. Research Report ROSE 2009/02*, IUSS Press, Pavia, Italy, 2009
- [10] Vaculik J., Griffith M. C., Magenes G., *Dry Stone Masonry Walls in Bending – Part II: Analysis*, *Int. Journal of Arch. Heritage: Conservation, Analysis and Restoration* 8/2014, str. 29–48
- [11] De Felice G., Giannini R., *Out-of-plane seismic resistance of masonry walls*, *Journal of Earthquake Engineering* 5(2)2001, str. 253–271
- [12] Casapulla C. et al., *In-plane frictional resistances in dry block masonry walls and rocking-sliding failure modes revisited and experimentally validated*, *Composites Part B: Engineering* 132, 2018, str. 197–213
- [13] Casapulla C., Portioli F., *Experimental tests on the limit states of dry-jointed tuff blocks*, *Materials and Structures* 49, 2016, str. 751–767
- [14] Casapulla C., Maione A., *Experimental and Analytical Investigation on the Corner Failure in Masonry Buildings*, *International Journal of Architectural Heritage* 14(2)2020, str. 208–220
- [15] ABK Joint Venture, *Methodology for mitigation of seismic hazards in existing unreinforced masonry buildings: wall testing, out-of-plane*, *El Segundo*, 1981
- [16] Bruneau M., *Seismic evaluation of unreinforced masonry buildings – A state-of-the-art report*, *Canadian Journal of Civil Engineering* 21, 1994, str. 512–539
- [17] Sullivan T. J., Calvi M. G., Priestley M. J. N., Kowalsky M. J., *The limitations and performances of different displacement-based design methods*, *Journal of Earthquake Engineering* 7/2003, str. 201–41
- [18] Priestley M. J. N., *Displacement-based seismic assessment of reinforced concrete buildings* *Journal of Earthquake Engineering* 1(1)1997, str. 157–192
- [19] Priestley M. J. N., *Seismic behaviour of unreinforced masonry walls*, *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering* 18(2)1985, str. 191–205
- [20] Doherty K. T. et al., *Displacement-based seismic analysis for out-of-plane bending of unreinforced masonry walls*, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 31(4)2002, str. 833–850
- [21] Griffith M. C., Magenes G., Melis G., Picchi L., *Evaluation of out-of-plane stability of unreinforced masonry walls subjected to seismic excitation*, *Journal of Earthquake Engineering* 7/2003, str. 141–169
- [22] Derakhshan H., Griffith M. C., Ingham J. M., *Out-of-Plane Behavior of One-Way Spanning Unreinforced Masonry Walls*, *Journal of Engineering Mechanics* 139(4)2013, str. 409–417
- [23] Housner G. W., *The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes*, *Bulletin of the Seismological Society of America* 53(2)1963, str. 403–417
- [24] Yim C. S., Chopra A. K., Penzien J., *Rocking response of rigid blocks to earthquakes*, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 8(6)1980, str. 565–587
- [25] Costaet A. A. al., *Free rocking response of a regular stone masonry wall with equivalent block approach: experimental and analytical evaluation*, *Engineering and Structural Dynamics* 42, 2013, str. 2297–2319
- [26] Sorrentino L. et al., *The relevance of energy damping in unreinforced masonry rocking mechanisms. Experimental and analytic investigations*, *Bulletin of Earthquake Engineering* 9/2011, str. 1617–1642
- [27] Costa A. A. et al., *Out-of-plane behaviour of a full-scale stone masonry façade. Part 2: shaking table tests*, *Engineering and Structural Dynamics* 42, 2013, str. 2097–2111
- [28] Costa A. A. et al., *Out-of-plane behaviour of a full-scale stone masonry façade. Part 1: specimen and ground motion selection*, *Engineering and Structural Dynamics* 42, 2013a, str. 2081–2095
- [29] Candeias P. X. et al., *Experimental assessment of the out-of-plane performance of masonry buildings through shaking table tests*, *International Journal of Architectural Heritage* 11/2017, str. 31–58
- [30] Al Shawa O., de Felice G., Mauro A., Sorrentino L., *Out-of-plane seismic behaviour of rocking masonry walls*, *Engineering and Structural Dynamics* 41(5)2012, str. 949–968
- [31] DeJong M. J., *Seismic response of stone masonry spires: Analytical modeling*, *Engineering Structures* 40, 2012, str. 556–565
- [32] de Felice G., *Out-of-Plane Seismic Capacity of Masonry Depending on Wall Section Morphology*, *Int. Journal of Architectural Heritage*, str. 466–482, doi: 10.1080/15583058.2010.530339, 2011
- [33] Ghiassi B., Milani G., *Numerical Modeling of Masonry and Historical Structures*, Duxford: Woodhead Publishing, Elsevier, 2019