

Jakub M. GAC

Wydział Inżynierii Chemicznej i Procesowej, Politechnika Warszawska
Faculty of Chemical and Process Engineering, Warsaw University of Technology

Numeryczne modelowanie rozkładu prędkości przepływu wody w korycie z elementami sztywnymi przy użyciu metody gazu sieciowego Boltzmanna

Numerical modeling of the water velocity profiles in open channel flow with submerged rigid stems by use of lattice Boltzmann method

Słowa kluczowe: rozkład prędkości przepływu, opływ elementów sztywnych, modelowanie numeryczne, metoda gazu sieciowego Boltzmanna

Keywords: velocity profile, emergent flow with rigid stems, numerical modeling, lattice Boltzmann method

Wprowadzenie

Przepływ wody w korycie z zatopioną bądź wynurzoną roślinnością jest ważnym zagadnieniem hydrodynamiki o dużym znaczeniu praktycznym. W ostatnim czasie zagadnienie to było intensywnie badane, zarówno na drodze eksperymentalnej (Kubrak i Wielgosz 2008, Huai i in. 2009), jak i na drodze symulacji numerycznych (Kubrak 2006, Huai i in. 2009). Większość propono-

wanych w literaturze modeli numerycznych to modele jednowymiarowe, wykorzystujące hipotezę drogi mieszania Prandtla (Czernuszenko i Rowiński 1994). Istotną zaletą tych modeli, w porównaniu z trójwymiarowymi modelami polegającymi na numerycznym rozwiązywaniu równań Naviera-Stokesa, jest ich prostota, a w konsekwencji – krótszy czas obliczeń oraz mniejsze wymagania w stosunku do mocy używanych komputerów (Kubrak 2006).

Przedstawione modele mają jednak również swoje wady. Zakładają one równomierne rozmieszczenie roślinności w korycie, jednakowe właściwości poszczególnych roślin (np. wysokość czy średnica) oraz stacjonarny charakter przepływu. W wielu przypadkach jest to dość poważne ograniczenie.

W niniejszej pracy do symulacji przepływu wody przez koryto z elementami sztywnymi użyta została metoda gazu sieciowego Boltzmanna (Chen i Doolen 1998). Metoda ta, wywodząca się z teorii automatów komórkowych (McNamara i Zanetti 1988), łączy w sobie prostotę i szybkość działania z możliwością opisywania problemów charakteryzujących się skomplikowaną geometrią oraz niestacjonarnych. W pracy przedstawiono wyniki symulacji przepływu wody dla koryt o równomiernym oraz nierównomiernym rozmieszczeniu elementów sztywnych w przekroju, dla przypadku gdy elementy te różnią się wysokością, oraz przedstawiono przypadek niestacjonarnego przepływu wody w korycie.

Praca ta powstała przy wsparciu finansowym Fundacji na rzecz Nauki Polskiej.

Metoda gazu sieciowego Boltzmanna

Do symulacji przepływu zastosowano metodę gazu sieciowego Boltzmanna (He i Luo 1997, Chen i Doolen 1998). Metoda ta stanowi alternatywne podejście do modelowania zagadnień dynamiki płynów. Polega ona na symulowaniu zachowania jednocząstkowej funkcji rozkładu gęstości prawdopodobieństwa w czasie, zgodnie z równaniem kinetycznym Boltzmanna (Landau i Lifszyc 1971) – wzór (1).

Funkcja rozkładu gęstości prawdopodobieństwa $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ określa prawdopodobieństwo znalezienia cząstki płynu w punkcie \mathbf{x} i w czasie t , poruszającej się

$$\frac{\partial}{\partial t} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \mathbf{v} \nabla f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \int d\Omega \int d^3 \mathbf{v}' \sigma(\Omega) |v - v'| [f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \cdot f(\mathbf{x}, \mathbf{v}', t) - f(\mathbf{x}, \mathbf{v}_p, t) \cdot f(\mathbf{x}, \mathbf{v}_p', t)] \quad (1)$$

z prędkością \mathbf{v} . Gdy znana jest wartość tej funkcji w każdym punkcie przestrzeni położenia i prędkości, możliwe jest obliczenie na jej podstawie lokalnych wielkości określających przepływ, jak ciśnienie czy prędkość przepływu (Palmer i Rector 2000). Pozostałe symbole w równaniu (1) oznaczają: Ω – kąt bryłowy, σ – różniczkowy przekrój czynny na zderzenie cząstek poruszających się z prędkościami \mathbf{v} oraz \mathbf{v}' , natomiast \mathbf{v}_p i \mathbf{v}_p' oznaczają prędkości tych cząstek po zderzeniu. W równaniu (1) pominięto działanie siły grawitacji.

Istotą metody gazu sieciowego Boltzmanna jest dyskretyzacja czasu, przestrzeni oraz kierunków prędkości (McNamara i Zanetti 1988). Dyskretna postać funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa zapisywana jest jako $f_i(\mathbf{x}, t)$, gdzie indeks i numeruje dopuszczalne kierunki prędkości. Ewolucję funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa opisuje następujące równanie różnicowe, będące dyskretyzowaną formą równania kinetycznego Boltzmanna (1) – Chen i Doolen (1998):

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i, t + 1) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i [f_i(\mathbf{x}, t)] \quad (2)$$

gdzie \mathbf{e}_i jest i -tym dyskretnym kierunkiem prędkości, łączącym punkt \mathbf{x} z jednym z sąsiednich punktów siatki numerycznej. Funkcja $\Omega_i [f_i(\mathbf{x}, t)]$ oznacza operator kolizji – nie należy go mylić z kątem bryłowym w równaniu (1) – i stanowi dyskretną formę całki występującej

po prawej stronie równania (1). Spośród kilku wyrażeń na operator kolizji spotykanych w literaturze, najpowszechniej używane jest przybliżenie Bhatnagara-Grossa-Krooka (BGK) – Bhatnagar i inni (1954), Qian i inni (1992):

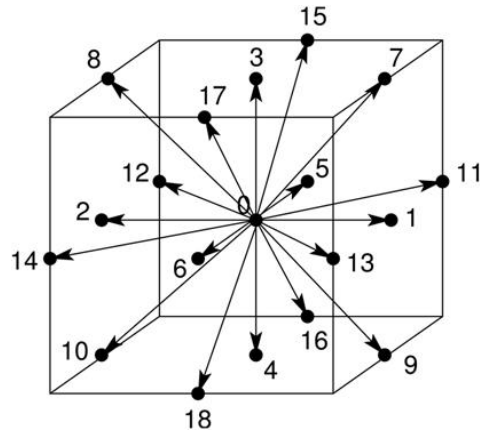
$$\Omega_i[f_i(\mathbf{x}, t)] = \frac{1}{\tau}[f_i^{eq} - f_i(\mathbf{x}, t)] \quad (3)$$

W równaniu (3) τ oznacza tzw. czas relaksacji, natomiast f_i^{eq} – równowagową wartość funkcji rozkładu gęstości prawdopodobieństwa. Najpowszechniej stosowaną formą wyrażenia na tę wartość jest równanie (Chen i Doolen 1998):

$$f_i^{eq} = \rho w_i \left(1 + 3\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{v} + \frac{9}{2}(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{v})^2 - \frac{3}{2}\mathbf{v}^2 \right) \quad (4)$$

W powyższym równaniu, oprócz znanych już symboli, występuje gęstość gazu sieciowego (ρ), której nie należy utożsamiać z gęstością płynu, oraz zależny od kierunku współczynnik w_i . Wartość tych współczynników zależy od przyjętej geometrii siatki obliczeniowej (Qian i in. 1992). W symulacjach korzystano z trójwymiarowej siatki D3Q19 o osiemnastu kierunkach wektorów. Schemat takiej siatki przedstawia rysunek 1. Dla siatki D3Q19 zachodzi:

$$w_i = \begin{cases} \frac{1}{3} & \text{dla } i = 0 \\ \frac{1}{18} & \text{dla } i = 1, \dots, 6 \\ \frac{1}{36} & \text{dla } i = 7, \dots, 18 \end{cases} \quad (5)$$



RYSUNEK 1. Schemat kierunków wektorów prędkości dla sieci D3Q19
FIGURE 1. Scheme of velocity vector directions for D3Q19 lattice

Wartość czasu relaksacji określa lokalną szybkość dochodzenia funkcji rozkładu do wartości równowagowej, jest zatem w prosty sposób związana z lepkością płynu. Związek ten ma postać:

$$\nu = \frac{2\tau - 1}{6} \quad (6)$$

gdzie ν oznacza lepkość kinematyczną płynu.

Znając funkcję gęstości rozkładu prawdopodobieństwa, można w każdym punkcie wyznaczyć gęstość gazu sieciowego:

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t) \quad (7)$$

a na jej podstawie ciśnienie oraz prędkość płynu w każdym punkcie według wzorów (He i Luo 1997, Chen i Doolen 1998):

$$p(\mathbf{x}, t) = c_s^2 \rho(\mathbf{x}, t) \quad (8)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\rho(\mathbf{x}, t)} \sum_i f_i(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{e}_i \quad (9)$$

We wzorze (8) wielkość c_s oznacza stałą zależną od geometrii siatki obliczeniowej. Dla siatki D3Q19 wynosi ona $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Po wyznaczeniu pola prędkości oraz gęstości gazu sieciowego należy obliczyć nowe wartości równowagowe funkcji rozkładu według wzoru (4) i przejść do następnego kroku czasowego, na który składają się równania (2) i (7–9).

Schemat obliczeń należy jeszcze uzupełnić o warunki brzegowe. Obszar rozwiązania podczas symulacji przepływu wody w korycie posiada cztery rodzaje brzegów. Pierwszy z nich to dno i ściany boczne koryta, a także ścianki elementów sztywnych. Na tych brzegach zakłada się brak poślizgu cieczy, a więc dla odpowiednich węzłów siatki zamiast równania (2), zachodzi:

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i, t + 1) = f_{-i}(\mathbf{x}, t) \quad (10)$$

gdzie wektory oznaczone indeksami i oraz $-i$ spełniają warunek $\mathbf{e}_{-i} = -\mathbf{e}_i$. Kolejny brzeg obszaru rozwiązania stanowi powierzchnia swobodna cieczy, dla której zakładano następujące warunki brzegowe (Prosnak 2006):

$$\left. \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{t}) \right|_b = 0 \quad (11)$$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \Big|_b = 0$$

gdzie \mathbf{n} i \mathbf{t} oznaczają odpowiednio wektor normalny i styczny do powierzchni cieczy. Aby spełnić te warunki, stosowano następujący warunek:

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i, t + 1) = f_j(\mathbf{x}, t) \quad (12)$$

przy czym:

$$\mathbf{e}_j = \mathbf{e}_i - 2(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \quad (13)$$

Oznacza to, że funkcja odpowiadająca dowolnemu wektorowi i zostaje zamieniona na funkcję odpowiadającą wektorowi j , który ma przeciwną składową prostopadłą do powierzchni cieczy.

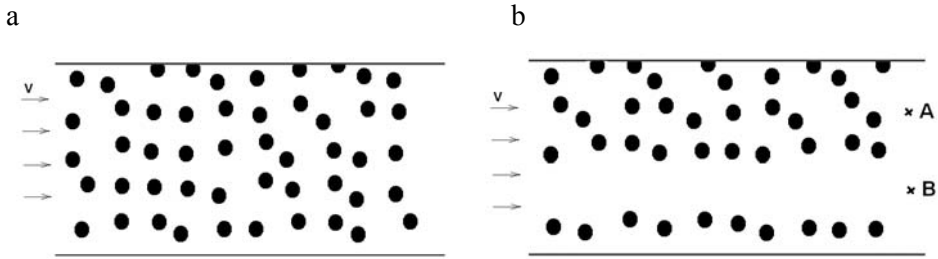
Pozostałe dwa brzegi obszaru rozwiązania to przekrój wlotowy i odpływowy cieczy. Dla tych brzegów stosowano warunki omówione szczegółowo w pracy Zou i He (1997).

Wyniki symulacji

Obliczenia przeprowadzono dla koryta o prostokątnym przekroju, w którym rozmieszczone były elementy sztywne, symulujące opływającą roślinność.

Na początku rozważano koryto, w którym umieszczone są elementy sztywne o jednakowej wysokości, mniejszej niż głębokość koryta. Elementy były rozmieszczone w miarę równomiernie w węzłach kwadratowej siatki – występowały jednak odchylenia od tych położen o wartości poniżej jednej trzeciej odległości między elementami. Schemat układu elementów sztywnych w tym przypadku przedstawiony jest na rysunku 2a.

Przyjęto następujące wartości liczbowe: średnica elementu sztywnego – 1,8 cm, wysokość elementów sztywnych – 9 cm, średnie odległości między elementami – 5,5 cm, głębokość koryta – 13,5 cm. Średnia prędkość przepływu wody w przekroju została przyjęta jako

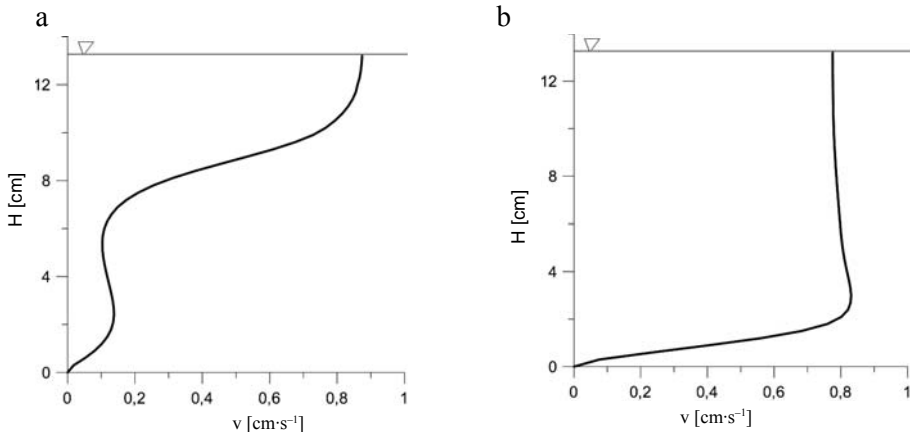


RYSUNEK 2. Rozmieszczenie elementów sztywnych w korycie: a – równomierne, b – nierównomierne
 FIGURE 2. (a) Uniform and (b) nonuniform distribution of rigid stems in open channel

0,5 cm·s⁻¹ (przepływ laminarny). Lepkość kinematyczna wody była równa 10⁻² cm²·s⁻¹ (w temperaturze około 20°C). W obliczeniach przyjęto wartość kroku przestrzennego – 0,3 cm, a kroku czasowego – 0,18 s. Przy tych wartościach lepkość kinematyczna wody wyrażona w jednostkach metody gazu sieciowego wynosi 0,02, a zatem czas relaksacji, zgodnie z równaniem (6), jest równy 0,56.

Pionowy rozkład prędkości, obliczony w pobliżu wylotu koryta, przedstawiony został na rysunku 3a. Na rysunku 3b przedstawiono natomiast pionowy

profil prędkości, w przypadku gdy wysokość elementów sztywnych jest większa niż głębokość koryta. Profil widoczny na rysunku 3a jest jakościowo podobny do profilu uzyskanego przez Huai i innych (2009). Można tu wyodrębnić trzy warstwy. W pierwszej z nich, rozciągającej się do około 2 cm od dna kanału, obserwuje się zwiększenie prędkości wraz z wysokością. W kolejnej, sięgającej do wysokości nieco mniejszej od wysokości elementów sztywnych, prędkość praktycznie nie zmienia się wraz z wysokością. Wreszcie w trzeciej, najwyż-



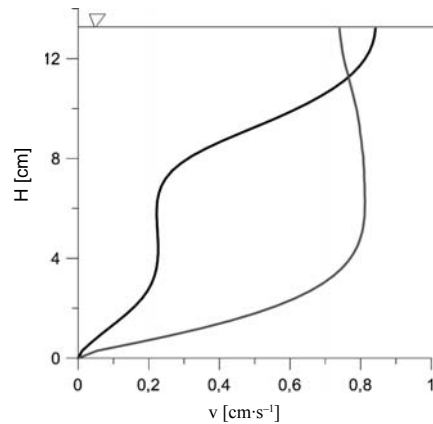
RYSUNEK 3. Obliczone pionowe rozkłady prędkości wody w korycie z elementami sztywnymi: a – zanurzonymi w wodzie, b – wystającymi ponad lustro wody
 FIGURE 3. Calculated vertical velocity profiles in channel with rigid stems: a – submerged, b – emerged

szej warstwie, rozciągającej się powyżej wierzchołków elementów sztywnych, obserwuje się szybkie zwiększenie prędkości aż do wartości maksymalnej w pobliżu lustra wody. Podobne trzy warstwy przepływu były obserwowane, zarówno eksperymentalnie, jak i w wynikach obliczeń numerycznych, w przypadku koryt z elementami sprężystymi (Kubrak i Wielgosz 2008). Wynika stąd wniosek, że jakościowy obraz profilu prędkości nie zależy istotnie od rodzaju umieszczonych w nim elementów (sprężyste lub sztywne). Również wprowadzenie nierównomiernego rozmieszczenia elementów nie wpływa istotnie na charakter profilu prędkości.

Profil prędkości przedstawiony na rysunku 3b również odpowiada jakościowo profilowi otrzymanemu przez Kubrak i Wielgosza (2008) dla sprężystych elementów o wysokości większej niż głębokość wody w korycie. W tym przypadku wyróżnić można dwie warstwy cieczy – dolną, w której następuje zwiększanie prędkości cieczy, oraz górną, o znacznie większej grubości, w której prędkość cieczy ma wartość praktycznie stałą.

Następnie rozważano koryto, w którym jeden rząd elementów sztywnych został usunięty. Układ elementów sztywnych w takim korycie przedstawiono na rysunku 2b. W tym przypadku obliczony profil prędkości zależy silnie od punktu, w którym jest wyznaczany, co pokazuje rysunek 4.

W przypadku gdy badany jest profil w punkcie odległym od „pustego” rzędu (punkt A na rys. 2b), okazuje się, że jest on zbliżony do trójwarstwowego profilu otrzymanego poprzednio (czarna linia na rys. 4). Zupełnie inny charakter ma profil prędkości obliczony dla punktu

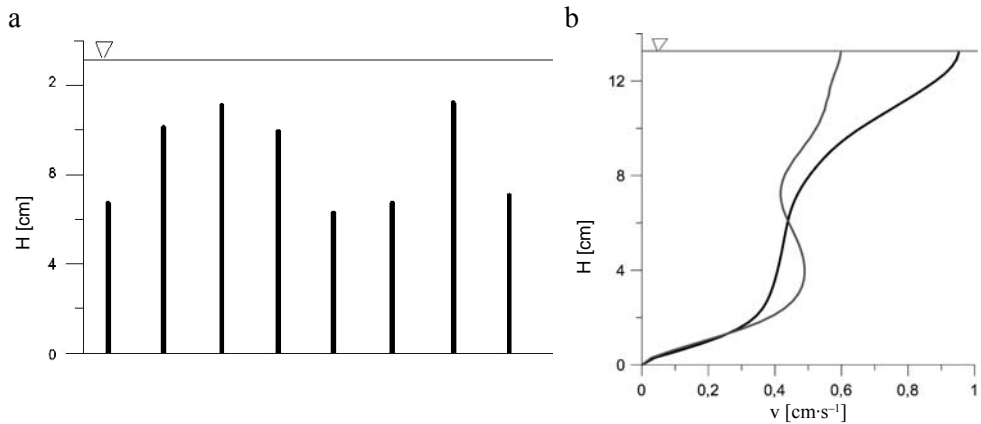


RYSUNEK 4. Pionowe rozkłady prędkości wody w korycie z nierównomiernie rozmieszczonymi elementami sztywnymi: linia czarna – profil obliczony w punkcie A, linia szara – profil w punkcie B (patrz rys. 2b)

FIGURE 4. Vertical velocity profile in channel with nonuniformly distributed rigid stems: black line – profile computed for A point, gray line – profile in B point (see Fig. 2b)

leżącego na przedłużeniu „pustego” rzędu elementów (punkt B na rys. 2b). W tym przypadku zanika podział profilu prędkości na trzy strefy, a sam profil staje się zbliżony do profilu parabolicznego, charakterystycznego dla swobodnego przepływu wody w korycie (Prosnak 2006).

Kolejnym rozważanym przypadkiem był przepływ w korycie z elementami sztywnymi o różnej wysokości. Pionowe profile prędkości wody obliczone w tym przypadku przedstawiono na rysunku 5. W pierwszym przypadku wysokość elementów wynosiła od 6 do 12 cm. Rozkład elementów w przekroju koryta przedstawia rysunek 5a. Profil prędkości dla tego przypadku przedstawia czarna linia na rysunku 5b. Porównując ten profil z profilem uzyskanym dla elementów o stałej wysokości (rys. 3a),

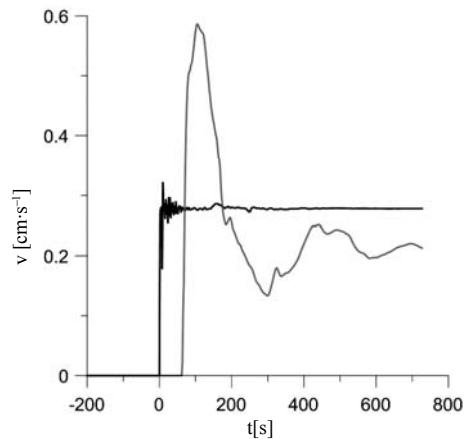


RYSUNEK 5. Pionowy przekrój przez koryto z elementami sztywnymi o różnej wysokości (a) oraz pionowy rozkład prędkości wody w tym korycie (b): linia czarna – wysokość elementów 6–12 cm, linia szara – wysokość elementów 0–14 cm

FIGURE 5. Vertical cross-section through the open channel with rigid stems having various height (a) and vertical velocity profile in this channel (b): black line – height of the stems 6–12 cm, gray line – height of the stems 0–14 cm

obserwowano częściowy zanik charakterystycznej, trójwarstwowej struktury tego profilu. Najniższa warstwa, sięgająca do wysokości około 2 cm, może być w dalszym ciągu dość łatwo zidentyfikowana, natomiast dwie pozostałe „zlewają się” ze sobą. Nie można rozgraniczyć obszaru stałej prędkości oraz obszaru wzrostu prędkości w pobliżu lustra wody, natomiast wzrost prędkości wraz z wysokością następuje w całej głębokości koryta, choć nie jest on równomierny. Nieco podobny jest profil prędkości dla przypadku, gdy wysokość elementów zmienia się od 0 do 14 cm (a zatem najwyższe elementy są wynurzone).

Następnie rozważano niestacjonarny przepływ wody w korycie z elementami sztywnymi. Założono, że woda w korycie jest początkowo nieruchoma, a w chwili $t = 0$ s prędkość w przekroju wlotowym koryta rośnie skokowo do wartości $0,5 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$. Na rysunku 6 przedstawione



RYSUNEK 6. Zależność prędkości wody w korycie od czasu w pobliżu wlotu do koryta (czarna linia) oraz wylotu z koryta (szara linia)

FIGURE 6. The dependence of the velocity of water on time near the inlet of the open channel (black line) and the outlet of the channel (gray line)

są zmiany prędkości (na wysokości 8 cm nad dnem koryta) w zależności od czasu w pobliżu wlotu do koryta oraz w pobliżu wylotu z koryta. Wyraźnie widać, że

skok prędkości znacznie szybciej pojawia się na wlocie i tu również znacznie szybciej dochodzi do ustalenia się końcowej, stałej wartości prędkości.

Dyskusja

W pracy przedstawiono przykłady zastosowania metody gazu sieciowego Boltzmanna do symulacji przepływu wody w korycie z elementami sztywnymi. Ograniczono się jednak wyłącznie do przepływu laminarnego, który zachodzi przy stosunkowo małych prędkościach wody. Metoda gazu sieciowego Boltzmanna pozwala jednak na symulacje również przepływów burzliwych. Większe wartości liczby Reynoldsa, zdefiniowanej jako $Re = \rho v d / \mu$ (a w konsekwencji – uzyskanie przepływu burzliwego), można otrzymać przez zmniejszenie lepkości płynu, zwiększenie jego prędkości (wyrażonych w jednostkach metody gazu sieciowego) lub zastosowanie drobniejszej siatki numerycznej. Niestety dwie pierwsze metody napotykają na ograniczenia wynikające z warunków stabilności modelu numerycznego (Chen i Doolen 1998). Wyniki obliczeń dowodzą, że dla czasów relaksacji mniejszych niż 0,55 model numeryczny staje się rozbieżny. Ograniczenie na maksymalną wartość prędkości wymaga, aby była ona mniejsza od stałej c_s , która dla siatki

D3Q19 jest równa $c_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0,577$

(Chen i Doolen 1998). Zastosowanie drobniejszej siatki numerycznej jest możliwe, jednak znacznie wydłuża to czas symulacji. Symulacja przepływu

z n -krotnie większą wartością prędkości (wyrażonej w jednostkach fizycznych) prowadzi do około n^3 -krotnego wydłużenia czasu obliczeń.

Ostatnio pojawiło się kilka prac, których autorzy w celu przeprowadzenia symulacji przepływu burzliwego połączyli metodę gazu sieciowego Boltzmanna ze znaną z teorii przepływów burzliwych metodą LES (Chen 2009, Fernandino i in. 2009). Metoda LES (Large Eddy Simulation) polega na bezpośrednim modelowaniu wirów o rozmiarach większych niż krok przestrzenny siatki obliczeniowej, natomiast ruchy o mniejszej skali są uwzględniane w członie lepkościowym równania Naviera-Stokesa (tzw. lepkość burzliwa, Prosnak 2006). W połączeniu z metodą gazu sieciowego Boltzmanna oznacza to wprowadzenie zależności między lokalnym polem prędkości a czasem relaksacji, który tym samym przestaje być wielkością stałą.

Wydaje się, że połączenie metody gazu sieciowego Boltzmanna oraz metody LES pozwoli na efektywną symulację przepływu burzliwego wody w korycie zawierającym roślinność. Obecnie prowadzone są prace nad zastosowaniem tej metody w celu symulacji przepływów burzliwych w korytach z zatopioną i wynurzoną roślinnością.

Podsumowanie

Model gazu sieciowego Boltzmanna bardzo dobrze nadaje się do symulacji przepływu wody w korytach z częściowo lub całkowicie zanurzoną roślinnością. Prostota równań, które go tworzą, oraz

pełny trójwymiarowy charakter tych równań to podstawowe atuty przedstawionej metody. W przypadku koryta, w którym znajdują się elementy sztywne rozmieszczone w przybliżeniu równomiernie, uzyskiwane wyniki są zbliżone do wyników zastosowania używanych powszechnie modeli jednowymiarowych. Model gazu sieciowego Boltzmanna, w przeciwieństwie do modeli jednowymiarowych, pozwala jednak także analizować przypadki, gdy elementy w korycie rozmieszczone są nierównomiernie lub charakteryzują się zmiennymi parametrami (wysokość, średnica), jak również przypadki przepływu niestacjonarnego, które nie mogą być prawidłowo opisane przy użyciu modeli jednowymiarowych.

Literatura

- BHATNAGAR P.L., GROSS E.P., KROOK M. 1954: A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Physical Review* 94: 511–525.
- CHEN D., DOOLEN G.D. 1998: Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* 30: 329–364.
- CHEN S. 2009: A large-eddy-based lattice Boltzmann model for turbulent flow simulation. *Applied Mathematics and Computation* 215: 591–598.
- CZERNUSZENKO W., ROWIŃSKI P. 1994: Współczesne modele matematyczne procesów transportu i mieszanina zanieczyszczeń w rzekach. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- FERNANDINO M., BERONOV K., YTREHUST T. 2009: Large eddy simulation of turbulent open duct flow using a lattice Boltzmann approach. *Mathematics and Computers in Simulation* 79: 1520–1526.
- HE X., LUO L.-S. 1997: Lattice Boltzmann model for the incompressible Navier-Stokes equation. *Journal of Statistical Physics* 88: 927–944.
- HUAI W.X., ZENG Y.H., XU Z.G., YANG Z.H. 2009: Three-layer model for vertical velocity distribution in open channel flow with submerged rigid vegetation. *Advances in Water Resources* 32: 487–492.
- KUBRAK E. 2006: Opis rozkładu prędkości przepływu wody w korycie z elementami sprężystymi. *Przegląd Naukowy Inżynieria i Kształtowanie Środowiska* 2 (34): 90–98.
- KUBRAK E., WIELGOSZ P. 2008: Rozkłady prędkości wody w korytach z elementami sprężystymi. *Przegląd Naukowy Inżynieria i Kształtowanie Środowiska* 3 (41): 3–11.
- LANDAU L.D., LIFSHYCE M. 1971: Fizyka statystyczna. PWN, Warszawa.
- McNAMARA G., ZANETTI G. 1988: Use of the Boltzmann equation to simulate lattice gas automata. *Physical Review Letters* 761: 2332–2335.
- PALMER B.J., RECTOR D.R. 2000: Lattice Boltzmann algorithm for simulating thermal flow in compressible fluids. *Journal of Computational Physics* 161: 1–20.
- PROSNAK W.J. 2006: Równania klasycznej mechaniki płynów. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- QIAN Y.H., d'HUMIERES D., LALLEMAND P. 1992: Lattice BGK models for Navier-Stokes equation. *Europhysics Letters* 17: 479–484.
- ZOU Q., HE X. 1997: On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model. *Physics of Fluids* 9: 1591–1598.

Summary

Numerical modeling of the water velocity profiles in open channel flow with submerged rigid stems by use of lattice Boltzmann method. The lattice Boltzmann method is presented as an efficient tool for computation the velocity profiles in open channel flow with rigid stems. The results obtained for regular distribution of stems are compared with the results obtained by

means of other methods giving good quantitative agreement. The lattice Boltzmann method is also applied for the cases of nonuniform distribution of stems or stems with nonequal height and the velocity profiles for these cases are also computed.

Author's address:

Jakub M. Gac
Politechnika Warszawska
Wydział Inżynierii Chemicznej i Procesowej
Katedra Inżynierii Procesów Zintegrowanych
ul. L. Waryńskiego 1, 00-645 Warszawa
Poland
e-mail: j.gac@ichip.pw.edu.pl