Wskaźniki deformacji powierzchni terenu w ujęciu przestrzennym z uwzględnieniem siedmiu właściwości geomechanicznych skał górotworu

Indicators of land surface deformation in spatial terms, including seven geomechanical properties of rock mass

dr inż. Witold Paleczek (ORCID: 0000-0003-4742-2078), Wydział Budownictwa, Politechnika Częstochowska

DOI: 10.5604/01.3001.0054.1322

Streszczenie: Przedstawiono formuły matematyczne umożliwiające modelowanie deformacji powierzchni terenu na terenach górniczych wskutek podziemnej eksploatacji złóż pokładowych. Modelowanie zastosowano przy wykorzystaniu przestrzennych wskaźników deformacji górotworu. Opracowane modele matematyczne na podstawie analogii do teorii Knothego-Budryka oraz do teorii Chudka-Stefańskiego umożliwiają obliczanie takich wskaźników deformacji, jak: obniżenia, nachylenia i krzywizny w ujęciu 3D. Z analogii do postulatu S. G. Awierszyna otrzymano: odkształcenia poziome i przemieszczenia poziome. Uwzględniono możliwość zastosowania w modelu górotworu łącznie do siedmiu parametrów geomechanicznych masywu skalnego w formie ich wartości uśrednionych: wykorzystano przy tym zależności empiryczne z danych pozyskanych z 16 otworów wiertniczo-badawczych i 34 rodzajów skał. W wymienionych tu teoriach można zastosować maksymalnie do dwóch parametrów geomechanicznych. Wyprowadzone formuły matematyczne umożliwiają również weryfikację symulacji numerycznych stosowanych obecnie do prognozowania wpływów eksploatacji górniczej na powierzchnię oraz korzystanie z tych formuł bez konieczności stosowania rachunku całkowego. Proponowane formuły, w szczególnych przypadkach, prowadzą do wzorów występujących we wspomnianych tu teoriach i są stosowane przy prowadzeniu analiz w budownictwie na terenach górniczych.

Słowa kluczowe: wskaźniki deformacji, niecka obniżeniowa, teoria Knothego-Budryka, teoria Chudka-Stefańskiego, budownictwo na terenach górniczych.

Abstract: Mathematical formulas for modeling deformations are presented land surface in mining areas as a result of underground exploitation of seam deposits. Modeling was carried out using spatial indicators of rock mass deformation. Developed mathematical models based on analogies to the Knothe-Budryk theory and to the theory Chudek-Stefański enable the calculation of deformation indicators such as: depression, inclination and curvature in 3D. By analogy to S.G.'s postulate Awiershina received: horizontal deformations and horizontal displacements. Possibility of use in the model was taken into account rock mass, including up to seven geomechanical parameters of the rock mass in the form of their values averaged: empirical relationships from data obtained from 16 wells were used drilling and research and 34 types of rocks. The theories listed here can be applied up to two geomechanical parameters. Derived mathematical formulas they also enable verification of numerical simulations currently used for forecasting influence of mining exploitation on the surface and the use of these formulas without necessity applying integral calculus. The proposed formulas, in special cases, lead to patterns appearing in the theories mentioned here and are used when conducting analyzes in construction in mining areas.

Keywords: deformation rates, subsidence trough, Knothe-Budryk theory, Chudek-Stefański, construction in mining areas.

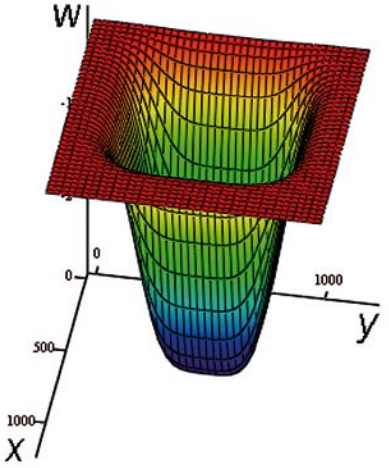
1. Wprowadzenie

W budownictwie na terenach górniczych analizowane są deformacje powierzchni terenu, a w przypadku budowli podziemnych także deformacje górotworu. Podstawowym wskaźnikiem deformacji przyjmowanych do analiz jest wskaźnik określany nazwą obniżenia – oznaczenie w (są to osiadania, przemieszczenia pionowe górotworu) [1–14]. Wskaźnik deformacji będący pierwszą pochodną funkcji obniżeń określany jest nazwą nachylenia – oznaczenie T, natomiast drugą pochodną jest krzywizna – oznaczenie K. W teorii Knothego-Budryka obniżenia obliczane są z formuły określonej wzorem (1). Na rysunku 1 przedstawiono wizualizację przestrzenną formuły określonej wzorem (1), a wizualizację przedstawiono w oparciu o następujące, poglądowe wartości liczbowe zmiennych występujących we wzorach, przy uwzględnieniu wniosków zawartych w pracy [15]:

- współrzędne przekątnej pojedynczego, prostokątnego pola eksploatacyjnego zalegającego poziomo: $X1 = 200$ [m], $X2 = 800$ [m], $Y1 = 300$ [m], $Y2 = 900$ [m],

- współczynnik eksploatacyjny: $a = -0{,}7$,
- głębokość wyeksploatowanej warstwy: $H = 300$ [m],
- uśredniony ciężar objętościowy skał nadległego górotworu: $\gamma = 0{,}02$ [MPa/m],
- miąższość wyeksploatowanej warstwy: $g = 3{,}9$ [m],
- wartości liczbowe parametrów przyjętych w procedurach aproksymacyjnych: $v = q \cdot \sqrt{N}$, $q = 12/5$, $N = \pi$, $\pi \approx 355/113$,
- uśredniona doraźna wytrzymałość skał górotworu na ściskanie: $R_c = 25$ [MPa],
- uśredniona doraźna wytrzymałość skał górotworu na rozciąganie: $R_r = 2$ [MPa],
- uśredniona wytrzymałość skał na ściskanie w stanie nasączenia wodą: $R_{cn} = 11{,}11$ [MPa],
- uśredniona kohezja skał górotworu nadległego: $c = 3{,}33$ [MPa],
- uśredniony moduł sprężystości skał nadległego górotworu: $E = 4630$ [MPa],
- promień zasięgu wpływów głównych określony wzorami (2) do (15).

$$w(x,y) = \int_{X1}^{X2}\int_{Y1}^{Y2} \frac{a \cdot g}{r^2} \cdot e^{\frac{-N\cdot\left[(\psi-y)^2+(\eta-x)^2\right]}{r^2}} d\psi d\eta \qquad N=\pi \qquad (1)$$



Rys. 1. *Wizualizacja przestrzenna formuły określonej wzorem (1) i jego aproksymacją (16); oznaczenia i dane liczbowe omówiono w tekście*

$$r = \frac{H}{tg(\beta)} \Rightarrow tg(\beta) = \frac{H}{r} \qquad (2)$$

$$r = \sqrt{\frac{H \cdot R_r}{\gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{H \cdot \gamma}{R_r}} \qquad (3)$$

$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot H \cdot c}{5 \cdot \gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{5 \cdot H \cdot \gamma}{3 \cdot c}} \qquad (4)$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot R_c}{25 \cdot \gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{25 \cdot H \cdot \gamma}{2 \cdot R_c}} \qquad (5)$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot H \cdot R_{cn}}{50 \cdot \gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{50 \cdot H \cdot \gamma}{9 \cdot R_{cn}}} \qquad (6)$$

$$r = \sqrt{\frac{27 \cdot H \cdot E}{250^2 \cdot \gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{250^2 \cdot H \cdot \gamma}{27 \cdot E}} \qquad (7)$$

$$r = \frac{\sqrt{3}}{15} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (15 \cdot c + 2 \cdot R_c + 25 \cdot R_r)}{\gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = 5 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot H \cdot \gamma}{15 \cdot c + 2 \cdot R_c + 25 \cdot R_r}} \qquad (8)$$

$$r = \frac{\sqrt{2}}{10} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = 5 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot \gamma}{25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c}} \qquad (9)$$

$$r = \frac{\sqrt{10}}{10} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (5 \cdot R_r + 3 \cdot c)}{\gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{10 \cdot H \cdot \gamma}{5 \cdot R_r + 3 \cdot c}} \qquad (10)$$

$$r = \frac{\sqrt{2}}{10} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (15 \cdot c + 2 \cdot R_c)}{\gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = 5 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot \gamma}{15 \cdot c + 2 \cdot R_c}} \qquad (11)$$

$$r = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{15} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot R_c^{\,2}}{\gamma \cdot R_{cn}}} \Rightarrow tg(\beta) = \frac{15}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot \gamma \cdot R_{cn}}{R_c^{\,2}}} \qquad (12)$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot H \cdot (270 \cdot c + 79 \cdot R_{cn} + 40 \cdot R_c)}{2^2 \cdot 5^5 \cdot \gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 5^5 \cdot H \cdot \gamma}{9 \cdot (270 \cdot c + 79 \cdot R_{cn} + 40 \cdot R_c)}} \qquad (13)$$

$$r = \sqrt{\frac{H \cdot (37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E)}{500^2 \cdot \gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{500^2 \cdot H \cdot \gamma}{37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E}} \qquad (14)$$

$$r = \sqrt{\frac{H \cdot (37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r)}{2^2 \cdot 5^7 \cdot \gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{312500 \cdot H \cdot \gamma}{37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r}} \qquad (15)$$

2. Zależności empiryczne wynikające z własności geomechanicznych skał górotworu

We wzorach stosowanych w modelowaniu i prognozowaniu deformacji powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji górniczej występuje parametr *r* określany mianem „promienia zasięgu wpływów głównych". W przypadku teorii Knothego-Budryka wywodzi się on ze wzoru (2), natomiast wzór (3) z teorii Chudka-Stefańskiego [1, 5, 10, 11]. Wzory od (4) do (15) są propozycjami obliczania promienia zasięgu wpływów głównych na podstawie uśrednionych wartości parametrów geomechanicznych skał górotworu – wzory te utworzono na podstawie analizy korelacyjnej danych empirycznych z 16 otworów wiertniczo-badawczych tego samego rejonu, według algorytmów przedstawionych w pracy [10]. Przekształcenie wzoru (2) względem $tg(\beta)$ prowadzi do zamieszczonych tu formuł matematycznych ze względu na to, że wartość $tg(\beta)$ bywa często stosowana także do wyznaczania filarów ochronnych w budownictwie na terenach górniczych [4, 5, 10].

3. Zależności wynikające z aproksymacji

Aproksymacja wzoru (1) umożliwiła utworzenie formuły dla $N = \pi$ oraz $N \neq \pi$, którą określono wzorem (16), [13].

$$
{}^{N\neq\pi}w(x,y)=\left(\frac{\pi\cdot a\cdot g}{4\cdot N}\right)\cdot\left(\left(1-\frac{2}{1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(y-Y2)}{r}}}\right)-\left(1-\frac{2}{1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(y-Y1)}{r}}}\right)\right)\cdot
$$
$$
\cdot\left(\left(1-\frac{2}{1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(x-X2)}{r}}}\right)-\left(1-\frac{2}{1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(x-X1)}{r}}}\right)\right) \tag{16}
$$

Na podstawie obniżeń w w dwóch różnych punktach niecki obniżeniowej można obliczyć nachylenie T dla zadanego odcinka. Wykonując na formule określonej wzorem (1) różniczkowanie określone we wzorach (17) i (18), otrzymujemy odpowiednio nachylenia $T_x(x,y)$, $T_y(x,y)$, które określono zależnościami (19) i (20).

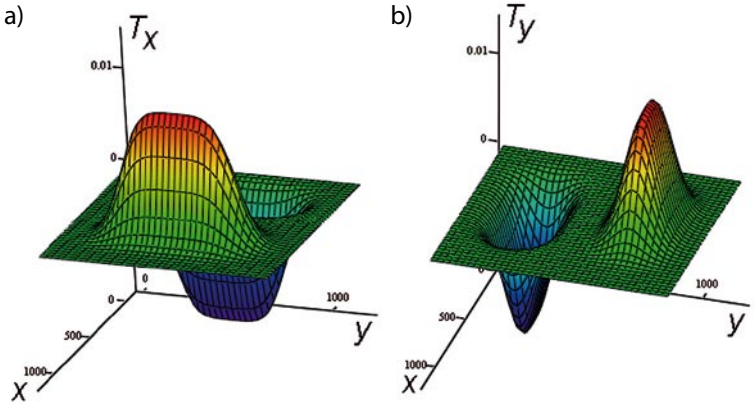
$$
T_x(x,y)=\frac{\partial w(x,y)}{\partial x} \tag{17}
$$

$$
T_y(x,y)=\frac{\partial w(x,y)}{\partial y} \tag{18}
$$

$$
{}^{N=\pi}T_x(x,y)=\frac{a\cdot g}{2\cdot r}\cdot\left(e^{\frac{-\pi\cdot(x-X2)^2}{r^2}}-e^{\frac{-\pi\cdot(x-X1)^2}{r^2}}\right)\cdot\left(ERF\left(\frac{\sqrt{\pi}\cdot(y-Y2)}{r}\right)-ERF\left(\frac{\sqrt{\pi}\cdot(y-Y1)}{r}\right)\right) \tag{19}
$$

$$
{}^{N=\pi}T_y(x,y)=\frac{a\cdot g}{2\cdot r}\cdot\left(e^{\frac{-\pi\cdot(y-Y2)^2}{r^2}}-e^{\frac{-\pi\cdot(y-Y1)^2}{r^2}}\right)\cdot\left(ERF\left(\frac{\sqrt{\pi}\cdot(x-X2)}{r}\right)-ERF\left(\frac{\sqrt{\pi}\cdot(x-X1)}{r}\right)\right) \tag{20}
$$

Na rysunku 2 zamieszczono wizualizację przestrzenną zależności określonych wzorami (17), (19) i (18), (20) oraz odpowiednio formułami wynikającymi z aproksymacji, określonych wzorami (22) i (23).



Rys. 2. *Wizualizacja przestrzenna funkcji określonych wzorami (17), (19), (22) – oznaczenie a) oraz (18), (20), (23) – oznaczenie b); opisy osi: osie poziome odpowiadają wzajemnie ortogonalnym osiom x i y, odległości oznaczone w [m], oś pionowa odpowiada nachyleniom T [m/m]*

Funkcja błędu ERF określona jest wzorem (21). Proponowane, szczegółowe sposoby obliczeń numerycznych wartości tej funkcji przedstawiono w pracy [2].

$$ERF(\xi)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot\int_0^{\xi}e^{-\lambda^2}d\lambda \tag{21}$$

Formuły określone wzorami (22), (23) oraz (29), (30) wyprowadzono przy oznaczeniach $q = 12/5$, $N = \pi$, $v = q \cdot \sqrt{N}$, przy czym w obliczeniach numerycznych przyjęto dla $N = \pi$, natomiast empiryczną wartość parametru: $v \cong 4{,}25$.

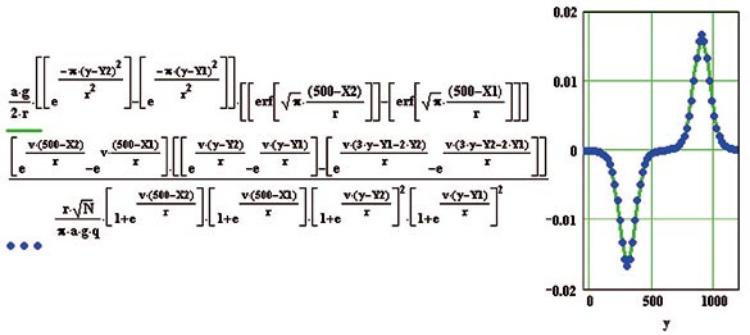
$$N\neq\pi,N=\pi\,T_x(x,y)=\frac{\frac{\pi\cdot a\cdot g\cdot q}{r\cdot\sqrt{N}}\cdot\left(e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(y-Y2)}{r}}-e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(y-Y1)}{r}}\right)}{\left(1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(y-Y2)}{r}}\right)\cdot\left(1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(y-Y1)}{r}}\right)\cdot\left(1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(x-X2)}{r}}\right)^2\cdot\left(1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(x-X1)}{r}}\right)^2}\cdot$$
$$\cdot\left[\left(e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(x-X2)}{r}}-e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(x-X1)}{r}}\right)-\left(e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(3\cdot x-X1-2\cdot X2)}{r}}-e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(3\cdot x-X2-2\cdot X1)}{r}}\right)\right] \tag{22}$$

$$N\neq\pi,N=\pi\,T_y(x,y)=\frac{\frac{\pi\cdot a\cdot g\cdot q}{r\cdot\sqrt{N}}\cdot\left(e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(x-X2)}{r}}-e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(x-X1)}{r}}\right)}{\left(1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(x-X2)}{r}}\right)\cdot\left(1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(x-X1)}{r}}\right)\cdot\left(1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(y-Y2)}{r}}\right)^2\cdot\left(1+e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(y-Y1)}{r}}\right)^2}\cdot$$
$$\cdot\left[\left(e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(y-Y2)}{r}}-e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(y-Y1)}{r}}\right)-\left(e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(3\cdot y-Y1-2\cdot Y2)}{r}}-e^{\frac{q\cdot\sqrt{N}\cdot(3\cdot y-Y2-2\cdot Y1)}{r}}\right)\right] \tag{23}$$

Na podstawie wzorów (22) i (23) nachylenie maksymalne obliczane jest z zależności (24) [3, 4, 7, 11]:

$$\left|T_{\max}(x,y)\right|=\sqrt{T_x^{\,2}(x,y)+T_y^{\,2}(x,y)} \tag{24}$$

Na rysunku 3 przedstawiono poglądowo wykresy funkcji określone odpowiednio dla T_y wzorami: (20) – linia ciągła oraz (23) – linia kropkowana.



Rys. 3. *Wykresy nachylenia w przekroju płaszczyzną $T_y(500,y)$ niecki obniżeniowej określonej wzorami (1) i jego aproksymacją (16), przy czym oznaczenie linią ciągłą odnosi się do wzoru (20), oznaczenie linią kropkowaną do wzoru (23) – dane liczbowe przyjęte do obliczeń zamieszczono w tekście*

Z zależności (25) i (26) bazując na (1), otrzymano wzory na krzywizny $K_x(x,y)$, $K_y(x,y)$ określone formułami (27) i (28).

$$K_x(x,y)=\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} \tag{25}$$

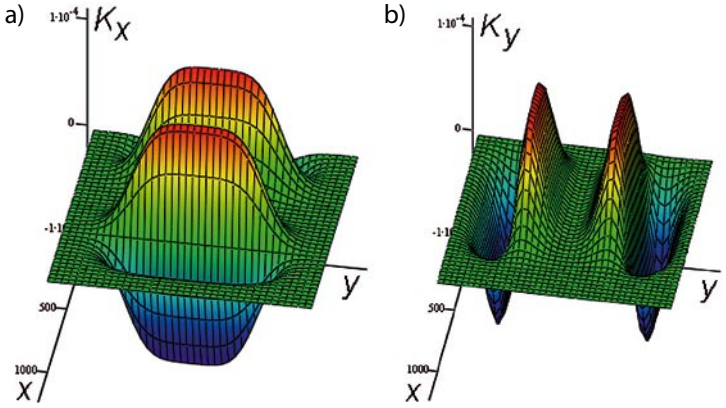
$$K_y(x,y)=\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2} \tag{26}$$

Wzory (27) i (28) wynikające bezpośrednio z formuły (1) i zależności (25), (26) aproksymowano do postaci określonych wzorami (29) i (30), które otrzymano z przekształcenia funkcji określonej wzorem (16).

$$K_x(x,y)=\frac{-\pi\cdot a\cdot g}{r^3}\cdot\left[(x-X2)\cdot e^{\frac{-\pi\cdot(x-X2)^2}{r^2}}-(x-X1)\cdot e^{\frac{-\pi\cdot(y-X1)^2}{r^2}}\right]\cdot \left[ERF\left(\frac{\sqrt{\pi}\cdot(y-Y2)}{r}\right)-ERF\left(\frac{\sqrt{\pi}\cdot(y-Y1)}{r}\right)\right] \tag{27}$$

$$K_y(x,y)=\frac{-\pi\cdot a\cdot g}{r^3}\cdot\left[(y-Y2)\cdot e^{\frac{-\pi\cdot(y-Y2)^2}{r^2}}-(y-Y1)\cdot e^{\frac{-\pi\cdot(y-Y1)^2}{r^2}}\right]\cdot \left[ERF\left(\frac{\sqrt{\pi}\cdot(x-X2)}{r}\right)-ERF\left(\frac{\sqrt{\pi}\cdot(x-X1)}{r}\right)\right] \tag{28}$$

Na rysunku 4 przedstawiono wizualizację przestrzenną wzorów określonych formułami (25), (27) i (29) przy $N=\pi$ oraz formułami (26), (28) i (30).



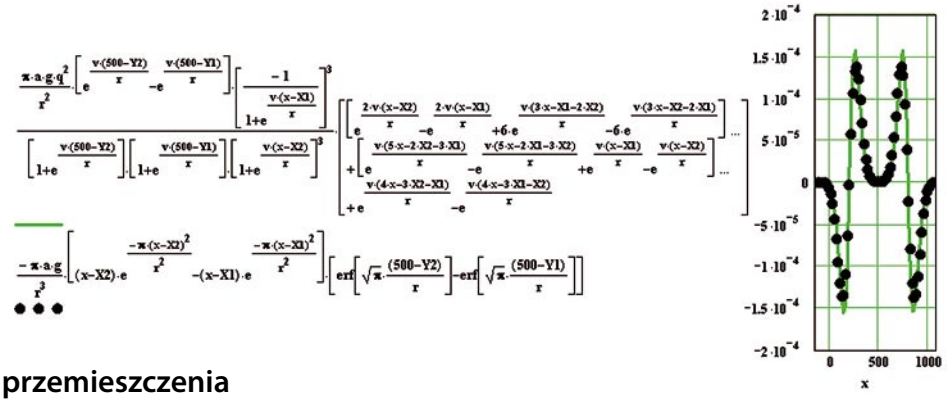
Rys. 4. *Wizualizacja przestrzenna funkcji $K_x(x,y)$, $K_y(x,y)$ dla N = π określonych wzorami (27) i (29) przy oznaczeniu a), natomiast wzorami (28) i (30) przy oznaczeniu b)*

$$\underset{N\neq\pi,N=\pi}{\overset{v=q\cdot\sqrt{N}}{K_x(x,y)}}=\frac{\pi\cdot a\cdot g\cdot\frac{q^2}{r^2}\cdot\left(e^{\frac{v\cdot(y-Y2)}{r}}-e^{\frac{v\cdot(y-Y1)}{r}}\right)\cdot\left(\frac{-1}{1+e^{\frac{v\cdot(x-X1)}{r}}}\right)^3}{\left(1+e^{\frac{v\cdot(y-Y2)}{r}}\right)\cdot\left(1+e^{\frac{v\cdot(y-Y1)}{r}}\right)\cdot\left(1+e^{\frac{v\cdot(x-X2)}{r}}\right)^3}\cdot\left(e^{\frac{2\cdot v\cdot(x-X2)}{r}}-e^{\frac{2\cdot v\cdot(x-X1)}{r}}+\ldots\right.$$
$$\ldots+6\cdot e^{\frac{v\cdot(3\cdot x-X1-2\cdot X2)}{r}}-6\cdot e^{\frac{v\cdot(3\cdot x-X2-2\cdot X1)}{r}}+e^{\frac{v\cdot(5\cdot x-2\cdot X2-3\cdot X1)}{r}}-e^{\frac{v\cdot(5\cdot x-2\cdot X1-3\cdot X2)}{r}}+\ldots$$
$$\left.\ldots+e^{\frac{v\cdot(x-X1)}{r}}-e^{\frac{v\cdot(x-X2)}{r}}+e^{\frac{v\cdot(4\cdot x-3\cdot X2-X1)}{r}}-e^{\frac{v\cdot(4\cdot x-3\cdot X1-X2)}{r}}\right) \tag{29}$$

$$\underset{N\neq\pi,N=\pi}{\overset{v=q\cdot\sqrt{N}}{K_y(x,y)}}=\frac{\pi\cdot a\cdot g\cdot\frac{q^2}{r^2}\cdot\left(e^{\frac{v\cdot(x-X2)}{r}}-e^{\frac{v\cdot(x-X1)}{r}}\right)\cdot\left(\frac{-1}{1+e^{\frac{v\cdot(y-Y1)}{r}}}\right)^3}{\left(1+e^{\frac{v\cdot(x-X2)}{r}}\right)\cdot\left(1+e^{\frac{v\cdot(x-X1)}{r}}\right)\cdot\left(1+e^{\frac{v\cdot(y-Y2)}{r}}\right)^3}\cdot\left(e^{\frac{2\cdot v\cdot(y-Y2)}{r}}-e^{\frac{2\cdot v\cdot(y-Y1)}{r}}+\ldots\right.$$
$$\ldots+6\cdot e^{\frac{v\cdot(3\cdot y-Y1-2\cdot Y2)}{r}}-6\cdot e^{\frac{v\cdot(3\cdot y-Y2-2\cdot Y1)}{r}}+e^{\frac{v\cdot(5\cdot y-2\cdot Y2-3\cdot Y1)}{r}}-e^{\frac{v\cdot(5\cdot y-2\cdot Y1-3\cdot Y2)}{r}}+\ldots$$
$$\left.\ldots+e^{\frac{v\cdot(y-Y1)}{r}}-e^{\frac{v\cdot(y-Y2)}{r}}+e^{\frac{v\cdot(4\cdot y-3\cdot Y2-Y1)}{r}}-e^{\frac{v\cdot(4\cdot y-3\cdot Y1-Y2)}{r}}\right) \tag{30}$$

Przykładową wizualizację krzywizn w przekroju płaszczyzną $K_x(x,500)$ niecki obniżeniowej określonej wzorami (1) i (16) przedstawiono na rysunku 5.

Podstawiając do wzorów (19), (20), (22), (23), (27), (28), (29), (30) za r formuły od (3) do (15), otrzymujemy wzory uwzględniające dowolną kombinację parametrów geomechanicznych przedstawionych w niniejszej pracy, uzyskując zbieżne wyniki [13].



Rys. 5. *Przykładowe wykresy krzywizn w przekroju płaszczyzną $K_x(x,500)$ niecki obniżeniowej według wzorów: (29) – oznaczenie linią ciągłą, (27) – oznaczenie linią kropkowaną; dane liczbowe poglądowych parametrów zamieszczono w tekście*

4. Odkształcenia poziome i przemieszczenia poziome

Wskaźniki deformacji określane mianem „odkształceń poziomych" – oznaczenie ε oraz „przemieszczeń poziomych" – oznaczenie u przyjmuje się w literaturze jako funkcje proporcjonalności odpowiednio do „krzywizn" i „nachyleń" zgodnie z postulatem S. G. Awierszyna i oblicza odpowiednio z zależności (31) i (32) [1–5, 7, 9–11]:

$$u(x,y) = -B \cdot T(x,y) \tag{31}$$

$$\varepsilon(x,y) = -B \cdot K(x,y) \tag{32}$$

Parametr proporcjonalności B przyjmowany z zależności empirycznych $\hat{B}$ obliczany jest ze wzoru (33) [10]:

$$B \Rightarrow \hat{B} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \cdot K_i}{\sum_{i=1}^{n} K_i^2} \tag{33}$$

We wzorze (33) zarówno ε jak i K są wartościami empirycznymi, obliczonymi na podstawie pomiarów na istniejących liniach obserwacyjnych w danym rejonie; w innych przypadkach modelowania deformacji wartość obliczeniową tego parametru, przy uwzględnieniu wniosków zawartych w pracy [15], można określać ze wzoru (34) [8, 10]:

$$B = \frac{r(R_c, R_{cn}, \gamma)}{\pi} \tag{34}$$

5. Podsumowanie

Proponowane wzory opracowane na podstawie uśrednionych wartości parametrów geomechanicznych skał górotworu umożliwiają obliczanie wszystkich podstawowych, stosowanych w praktyce inżynierskiej wskaźników deformacji terenu w przestrzeni 3D. W opracowaniu dołożono starań, aby dążyć do wykorzystywania dostępnych baz danych geomechanicznych skał górotworu z rozpatrywanego rejonu. Wyprowadzone formuły matematyczne umożliwiają prowadzenie przedmiotowych obliczeń bez konieczności stosowania rachunku całkowego, który stosowany jest we wspomnianych tu teoriach. W zaproponowanych modelach można wprowadzić maksymalnie do siedmiu różnych parametrów geomechanicznych, podczas gdy rozpatrywane teorie umożliwiają zastosowanie maksymalnie do dwóch parametrów w modelu. Zaprezentowane wzory znajdują zastosowanie w analizach i modelowaniu deformacji powierzchni terenu w problematyce budownictwa na terenach górniczych.

BIBLIOGRAFIA

[1] Knothe S., Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej.,Wydawnictwo Śląsk, Cieszyn, 1984

[2] Paleczek W., Modelowanie deformacji powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji górniczej w aspekcie budownictwa na terenach górniczych, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Seria: Monografie nr 252, Częstochowa, 2013

[3] Kwiatek J. (red.), Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice, 1998

[4] Borecki M. (red.), Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi, Wydawnictwo Śląsk, Katowice, 1980

[5] Białek J., Algorytmy i programy komputerowe do prognozowania deformacji terenu górniczego, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2003

[6] Borecki M., Chudek M., Mechanika górotworu, Wydawnictwo Śląsk, Katowice, 1972

[7] Chudek M., Sapicki K. F. (red), Ochrona środowiska w Górnośląskim i Donieckim Zagłębiu Węglowym, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2004

[8] Kicki J., Jarosz J., Sobczyk E. J., Saługa P., Dyczko A. (red.), Materiały Szkoły Eksploatacji Podziemnej, Sympozja i Konferencje nr 66, Polska Akademia Nauk, Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią, Kraków, 2006

[9] Kwiatek J. (red.), Problemy eksploatacji górniczej pod terenami zagospodarowanymi, Główny Instytut Górnictwa, Katowice, 2005

[10] Paleczek W., Metoda określania wielkości i zasięgu deformacji powierzchni terenu powodowanych podziemną eksploatacją złóż z uwzględnieniem własności geomechanicznych skał górotworu, Polska Akademia Nauk, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Studia z Zakresu Inżynierii nr 58, Warszawa, 2007

[11] Chudek M. (red.), Kompleksowa metoda prognozowania oddziaływania wpływu podziemnej eksploatacji złóż oraz wstrząsów górotworu na chronione obiekty powierzchniowe w brzeżnym obszarze niecki obniżeniowej, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2003

[12] Szpetkowski S., Pomiary deformacji na terenach górniczych, Wydawnictwo Śląsk, Katowice, 1978

[13] Paleczek W., O aproksymacji funkcji osiadań powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż z uwzględnieniem danych geomechanicznych masywu skalnego na potrzeby modelowania w budownictwie na terenach górniczych, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej, seria: Budownictwo 26/2020, str. 126–132

[14] Kwiatek J., Obiekty budowlane na terenach górniczych, Główny Instytut Górnictwa, Katowice, 2007

[15] Duży S., Studium niezawodności konstrukcji obudowy i stateczności wyrobisk korytarzowych w kopalniach węgla kamiennego z uwzględnieniem niepewności informacji, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1750/2007