

Radosław Jasiński^{1*}, Izabela Skrzypczak²¹ prof. dr hab. inż., Katedra Konstrukcji Budowlanych, Laboratorium Budownictwa Politechniki Śląskiej² dr hab. inż., prof. PRz, Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Politechniki Rzeszowskiej

Propozycja alternatywnej metody szacowania wytrzymałości betonu na ściskanie z zastosowaniem dwóch metod nieniszczących

Proposal of an alternative method for assessing the compressive strength of concrete using two non-destructive methods

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono autorską metodę określania wytrzymałości na ściskanie z wykorzystaniem dwóch metod nieniszczących (pośrednich) – SonReb. Omówiono ogólną metodykę postępowania według aktualnej normy PN-EN 13791:2019-12 oraz metod podanych w literaturze przedmiotu. Do oceny wytrzymałości zaproponowano jako powierzchnię bazową paraboloidę eliptyczną wiążącą wyniki badań niszczących oraz nieniszczących: sklerometrycznych oraz ultradźwiękowych. Podano algorytm wyznaczania współczynników powierzchni oraz dwie metody skalowania powierzchni bazowej. Wykorzystując zapisy normy PN-EN 13791:2019-12 przedstawiono procedurę określania charakterystycznej wytrzymałości betonu na ściskanie.

Słowa kluczowe: wytrzymałość betonu na ściskanie; metody nieniszczące (NDT); metody pośrednie; metoda sklerometryczna; metoda ultradźwiękowa, metoda SonReb

1. Wstęp

Powszechnie do oceny wytrzymałości betonu na ściskanie w konstrukcji stosuje się metody niszczące i nieniszczące [1]. W metodzie niszczącej – bezpośredniej wytrzymałość na ściskanie betonu uzyskuje się w laboratoryjnych badaniach pobranych z konstrukcji próbek betonu (rdzeni). Procedury i zasady prowadzenia badań zostały znormalizowane [2] i dość szczegółowo opisane w literaturze [3, 4, 5] i z tego powodu oraz ze względu na wiarygodność uzyskiwanych wyników jest to metoda często stosowana w praktyce. Jednak ze względu na charakter tej metody, metoda niszcząca, jest stosowana w ograniczonym zakresie. Dlatego badania nieniszczące (NDT) są alternatywą do szacowania wytrzymałości na ściskanie uszkodzonych lub eksploatowanych konstrukcji, głównie w przypadkach, gdy wytrzymałość materiału jest nieznaną; lub nie jest możliwe pobranie miarodajnej liczby próbek (rdzeni) [6, 7]. Najczęściej stosowanymi NDT są liczba odbicia (R), mierzona za pomocą sklerometru, oraz prędkość impulsu ultradźwiękowego (V) ze względu na ich względną łatwość,

ABSTRACT

The paper presents an original method for determining compressive strength using two non-destructive (indirect) methods – SonReb. The general methodology of the procedure according to the current standard PN-EN 13791:2019-12 and methods given in the literature on the subject is discussed. For the strength assessment, an elliptical paraboloid was proposed as the base surface, combining the results of destructive and non-destructive tests: sclerometric and ultrasonic. An algorithm for determining surface coefficients and two methods for scaling the base surface were given. Using the provisions of the standard PN-EN 13791:2019-12, the procedure for determining the characteristic compressive strength of concrete was presented.

Keywords: concrete compressive strength; non-destructive testing methods (NDT); indirect methods; sclerometric method; ultrasonic method, SonReb method

szybkość wykonania i fakt, że powodowane przez nie uszkodzenia konstrukcji są zerowe. Istnieją jednak czynniki, które mogą mieć wpływ na wyniki tych testów, takie jak wiek, wilgotność betonu, maksymalny rozmiar kruszywa oraz obecność pęknięć, ubytków lub stali zbrojeniowej. Alternatywnym i efektywnym podejściem może być metoda SONREB (SONic i REBound) polega na skorelowaniu wartości R i V z wytrzymałością betonu na ściskanie uzyskaną w badaniu standardowych cylindrów lub próbek pobranych bezpośrednio z konstrukcji w celu uzyskania modeli matematycznych, liniowych i nieliniowych.

Niestety dotychczas nie powstały jednolite procedury i zasady łączenia metod nieniszczących. Mimo potencjalnych korzyści, nie jest również znana wiarygodność metody SonReb. Dostępne w literaturze wyniki badań wskazują zarówno na zmniejszenie estymatorów rozproszenia wyników [8, 9] i poprawę oceny wytrzymałości betonu na ściskanie, jak również na pogorszenie wskaźników rozproszenia i brak istotnej poprawy oceny przy użyciu metody SonReb [10, 11, 12]. Celem publikacji było przybliżenie zagadnienia stosowania dwóch najbardziej popularnych metod: sklerometrycznej i ultradźwiękowej wraz z możliwością praktycznej aplikacji uwzględniając zalecenia aktualnych

*Autor korespondencyjny.

E-mail: rafal.kaczmarek133@gmail.com

norm [2, 6, 7, 1]. W pracy przedstawiono poglądy na temat stosowania metody SonReb, zalecenia zawarte w krajowych i zagranicznych normach, a także propozycję modeli wraz z autorską procedurą oceny wytrzymałości na ściskanie tą metodą. Dodatkowo, zamieszczono przykład obliczeniowy, wykonany zgodnie z autorską metodą.

2. Ustalenia normowe i literaturowe

Zastosowanie dwóch metod nieniszczących zostało dokładnie opisane w poradniku [13] wydanym w 2022 roku. Jest to w zasadzie dotychczas jedyna tak wyczerpująca informacja na ten temat. Jest to transparentna i prosta metoda oceny wytrzymałości betonu. W metodzie nie operuje się funkcjami regresji obu technik pomiarowych, tylko wykorzystuje się parametry pozycyjne w postaci wartości ekstremalnych: minimum i maksimum oraz średniej z zastosowania dwóch metod NDT. Jeśli w wyniku zastosowania pierwszej metody, której podstawą jest krzywa skalowania $f=f(x_1)$, określono wartości: średnią wytrzymałość f_{1m} oraz wartości ekstremalne f_{1min} i f_{1max} , a w wyniku zastosowania drugiej metody do tej samej konstrukcji wyznaczono odpowiednio f_{2m} oraz f_{2min} i f_{2max} , to zależnie od relacji wartości ekstremalnych pokazanych na rys. 1 najbardziej prawdopodobna wartość średniej wytrzymałości f_m będzie zawarta w przedziałach:

$$\text{przypadek „a”} \quad f_{2min} \leq f_m \leq f_{1max} \quad (1)$$

$$\text{przypadek „b”} \quad f_{1min} \leq f_m \leq f_{1max} \quad (2)$$

$$\text{przypadek „c”} \quad f_{2min} \leq f_m \leq f_{2max} \quad (3)$$

W przypadku „d” w związku ze znacznymi różnicami otrzymanych wyników, pomiary powinny być powtórzone. Jeżeli powtórnie uzyska się podobne wyniki, wtedy ocena na podstawie badań dwoma metodami nieniszczącymi nie może być przeprowadzona.

Wartości górnych granicznych wytrzymałości betonu, przy założeniu rozkładu normalnego oraz prawdopodobieństwa przekroczenia f_{max} wynoszącym 10% (analogicznie do f_{min}), wyznacza się ze wzorów:

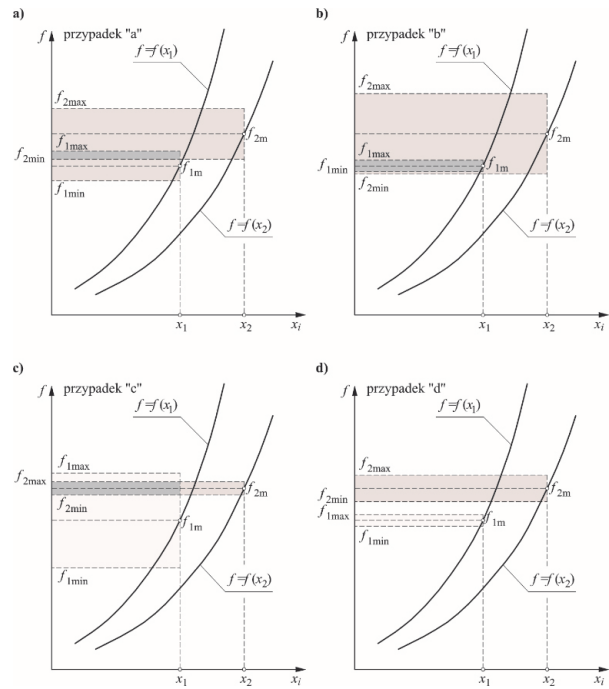
$$f_{1max} = 2f_{1m} - f_{1min} \quad (4)$$

$$f_{2max} = 2f_{2m} - f_{2min} \quad (5)$$

Tab. 1. Wybrane dwuwymiarowe podstawowe powierzchnie bazowe do określenia wytrzymałości na ściskanie przy użyciu łączonych technik: liczby odbicia i prędkości fali ultradźwiękowej

Tab. 1. Selected two-dimensional basic base surfaces for determining compressive strength using combined techniques: reflection number and ultrasonic wave velocity

Rok	Model SonReb technik NDT liczb odbicia ART. i prędkości fali ultradźwiękowej (V)	Źródło	Rodzaj funkcji
1979	$f_{RV} = 0,000635 \cdot R^3 + 8,397 \cdot V - 25,586$	[19]	wielomianowa
1979	$f_{RV} = 7,695 \cdot 10^{-11} \cdot R^{1,4} \cdot V^{2,6}$	[20]	potęgowa
1979	$f_{RV} = 0,058 \cdot V^4 + 1,24 \cdot R - 21,1$	[19]	wielomianowa
1979	$f_{RV} = 0,37 \cdot R + 0,01174V - 28,44$	[21]	liniowa
1985	$f_{RV} = (R / (0,023 \cdot R - 0,056 \cdot V + 3,64))^2$	[22]	potęgowa
1988	$f_{RV} = 0,67 \cdot e^{0,04R + 0,72V}$	[23]	wykładnicza



Rys. 1. Ocena wytrzymałości betonu w konstrukcji dwoma zastosowanymi metodami nieniszczącymi [13]: a), b), c), d) opisano w tekście

Fig. 1. Assessment of the strength of concrete in the structure using two non-destructive methods [13]: a), b), c), d) described in the text

Analogicznie do stosowania jednej techniki, przy łączeniu technik NDT stosować można opracowane empirycznie podstawowe powierzchnie bazowe. Podejście takie poprawia wiarygodność oszacowania wytrzymałości [14]. Jednak korzyści z jego zastosowania należy ocenić, biorąc pod uwagę pracochłonność, koszty związane z dodatkowymi pomiarami oraz złożoność analizy danych. W publikacjach [15, 16] podano kilkadziesiąt różnych podstawowych powierzchni bazowych metody SonReb wykorzystującej wyniki pomiarów ultradźwiękowych i sklerometrycznych – tablica 1. Ze wszystkich wymienionych zależności, tylko dwie (wyróżnione kolorem szarym) zostały uznane i wprowadzone do norm branżowych [17] i [18].

Tab. 1. c.d.

Tab. 1. cont.

Rok	Model SonReb technik NDT liczb odbicia ART. i prędkości fali ultradźwiękowej (V)	Źródło	Rodzaj funkcji
1993	$f_{RV} = 7,695 \cdot 10^{-11} \cdot R^{1,4} \cdot V^{2,6}$	[17, 23]	potęgowa
1993	$f_{RV} = 9,27 \cdot 10^{-11,11} \cdot R^{1,4} \cdot V^{2,6}$	[18]	potęgowa
1994	$f_{RV} = 0,9 \cdot R + 0,022 \cdot V - 0,94$	[24]	liniowa
1996	$f_{RV} = 0,00153 \cdot (R^3 + V^4)^{0,611}$	[25]	potęgowa
1996	$f_{RV} = 1,532 \cdot R + 5,0614 \cdot V - 39,570$	[26]	liniowa
1999	$f_{RV} = 0,0158 \cdot R^{-1,1171} \cdot V^{0,4254}$	[27]	potęgowa
2005	$f_{RV} = 0,17 \cdot R^{0,7} \cdot V^{0,4} - 76,30$	[28]	potęgowa
2006	$f_{RV} = 1,416R + 8,360V - 51,581$	[29]	liniowa
2006	$f_{RV} = 0,77 \cdot R + 44,8 \cdot V - 194$	[30]	liniowa
2007	$f_{RV} = 10 - 4,251 \cdot R^{0,686} \cdot V^{1,281}$	[31]	potęgowa
2009	$f_{RV} = e^{0,048R+0,446V}$	[32]	wykładnicza
2011	$f_{RV} = 4,07V^2 + 57,96V + 1,31R - 173,04$	[33]	wielomian
2013	$f_{RV} = 0,42 \cdot R^{0,63V} \cdot e^{0,58V}$	[34]	wykładnicza
2017	$f_{RV} = 1,974 \cdot e^{0,01605R+0,000542V}$	[31]	wykładnicza
2020	$f_{RV} = 0,0841 \cdot R^{-0,572} \cdot V^{0,4945}$	[35]	potęgowa

Najczęściej stosowanym modelem wykorzystywanym do oceny wytrzymałości betonu w konstrukcji są powierzchnie paraboliczne lub hiperboliczne. Każdy z modeli przedstawionych w tabelicy 1 został opracowany na podstawie badań zrealizowanych na różnych próbkach i różnych betonach, co wyjaśnia zmienność wartości parametrów powierzchni f_{RV} . Wykorzystanie równań powierzchni podanych w tabelicy 1 do innych betonów i próbek wymaga niestety za każdym razem skalowania.

3. Propozycja autorskiej metody SonReb

W celu uniknięcia kłopotliwego wyznaczania wykładniczych współczynników modeli podanych w tabelicy 1 zaproponowano autorską procedurę zbliżoną do ścisłej metody normowej [1]. Równanie podstawowej powierzchni bazowej wyznacza się na podstawie znajomości współrzędnych, co najmniej pięciu punktów należących do podstawowej powierzchni bazowej. Najefektywniejszym podejściem jest wyznaczenie w płaszczyznach $f-R$ i $f-V$ dwóch punktów i jednego punktu odpowiadającego średnim wartościom R i V .

W przypadku punktów leżących w płaszczyznach $f-R$ i $f-V$ najkorzystniej uwzględnić punkty odpowiadające minimalnym i maksymalnym zakresom R i V . Odpowiadające wytrzymałości na ściskanie (rys. 2c,d) oblicza się na podstawie wyznaczonych wcześniej równań najmniejszych kwadratów:

$$\text{metoda sklerometryczna} \quad f_{c, \text{is}, \text{reg}, R} = aR_i + b, \quad R_{\min} \leq R_i \leq R_{\max} \quad (6)$$

$$\text{metoda ultradźwiękowa} \quad f_{c, \text{is}, \text{reg}, V} = cR_i + d, \quad V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} \quad (7)$$

Z zależności (6) i (7) i ekstremalnych wartości pomiarów pośrednich: liczb odbicia – R_{\min} , R_{\max} i prędkości ultradźwięku – V_{\min} , V_{\max} oblicza się odpowiadające (skrajne) wytrzymałości betonu: $f_{c, \text{is}, \text{min}, R}$, $f_{c, \text{is}, \text{max}, R}$, $f_{c, \text{is}, \text{min}, V}$, $f_{c, \text{is}, \text{max}, V}$. W punkcie piątym średnia wytrzymałość betonu uzyskana na podstawie badań niszczących $f_{c, m(n), \text{is}}$ odpowiada medianie liczb odbicia $R_{m(n)}$ i średniej wartości prędkości fali ultradźwiękowej $V_{m(n)}$.

Równanie podstawowej powierzchni bazowej może mieć dowolną postać pod warunkiem, że przechodzi przez pięć wyznaczonych punktów. Jako dodatkowe założenia można przyjąć, że tworzące leżące w płaszczyznach $f-R$ i $f-V$ mogą być parabolami drugiego stopnia o ramionach skierowanych w jedną stronę z równoległymi osiami symetrii (wzdłuż osi Z). Powierzchnią spełniającą powyższe założenia jest paraboloida eliptyczna (rys. 2a) o równaniu:

$$f(x, y) = \frac{(x + x_0)^2}{a^2} + \frac{(y + y_0)^2}{b^2} \rightarrow \quad (8)$$

$$f(x, y) = a_1x^2 + a_2x + a_3y^2 + a_4y + a_5 \quad (9)$$

gdzie:

a, b – długości półosi,

x_0, y_0 – współrzędne wierzchołka paraboloidy.

Równanie (8) obowiązywać może tylko w dodatniej ósemce kartezyjskiego układu współrzędnych, czyli $x, y, z \geq 0$. Śladem powierzchni opisanej równaniem (8) w płaszczyznach OXZ i OYZ są parabole o równaniach:

$$f(x, y = 0) = a_1 x^2 + a_2 x + a_6, \quad (10)$$

$$f(x = 0, y) = a_3 y^2 + a_4 y + a_6, \quad (11)$$

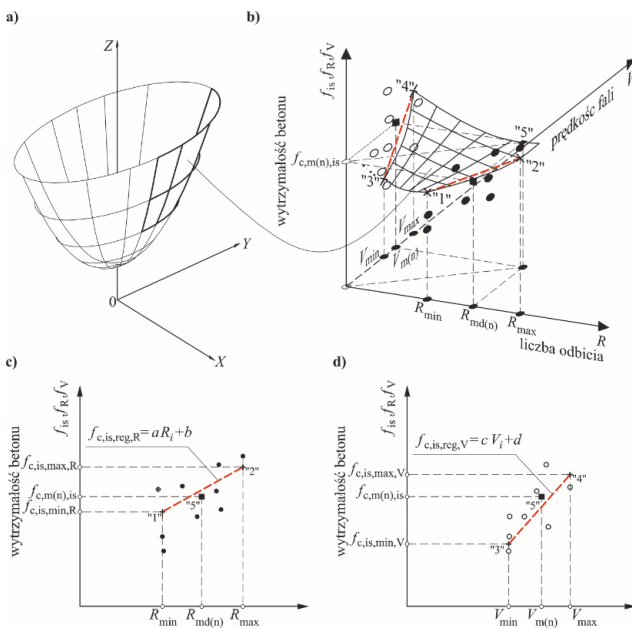
Uwzględniając oznaczenia normowe PN-EN 13791:2019-12 [1], proponowane równanie poszukiwanej podstawowej powierzchni bazowej ma postać:

Wartości współczynników oblicza się budując układ równań

$$f_{RV} = \alpha \cdot R^2 + \beta \cdot R + \gamma \cdot V^2 + \delta \cdot V + \varepsilon. \quad (12)$$

powierzchni przechodzącej przez punkty skrajne "1", "2", "3", "4". Piąte równanie uzyskuje się w punkcie odpowiadającym medianie liczbie odbicia $R_{md(n)}$ i średniej prędkości fali ultradźwiękowej $V_{m(n)}$ i wytrzymałości betonu na ściskanie uzyskanej na próbkach odwiertach $f_{c,m(n),is}$ – rys.2b. Układ równań można zatem zapisać w postaci:

$$\begin{cases} f_{c,is,min,R} = \alpha \cdot R_{min}^2 + \beta \cdot R_{min} + \varepsilon \\ f_{c,is,max,R} = \alpha \cdot R_{max}^2 + \beta \cdot R_{max} + \varepsilon \\ f_{c,is,min,V} = \gamma \cdot V_{min}^2 + \delta \cdot V_{min} + \varepsilon \\ f_{c,is,max,V} = \gamma \cdot V_{max}^2 + \delta \cdot V_{max} + \varepsilon \\ f_{c,m(n),is} = \alpha \cdot R_{md(n)}^2 + \beta \cdot R_{md(n)} + \gamma \cdot V_{m(n)}^2 + \delta \cdot V_{m(n)} + \varepsilon. \end{cases} \quad (13)$$



Rys. 2. Idea wyznaczania podstawowej powierzchni bazowej na podstawie wyników pomiarów sklerometrycznych i ultradźwiękowych: a) widok paraboloidy eliptycznej, b) widok wycinka podstawowej powierzchni bazowej f_{RV} , c) wyniki pomiarów sklerometrycznych z prostą najmniejszych kwadratów w płaszczyźnie f - R , d) wyniki pomiarów ultradźwiękowych z prostą najmniejszych kwadratów w płaszczyźnie f - V

Fig. 2. The idea of determining the basic base surface based on the results of sclerometric and ultrasonic measurements: a) view of the elliptical paraboloid, b) view of a section of the basic base surface f_{RV} , c) results of sclerometric measurements with the least squares line in the f - R plane, d) results of ultrasonic measurements with the least squares line in the f - V plane

W stosunku do modeli przedstawionych w tabelicy 1, przedstawiona metoda stanowi alternatywę metody najmniejszych kwadratów funkcji dwóch zmiennych (nie jest dostępna w popularnych arkuszach kalkulacyjnych). Ze względu na stosunkowo małe rozrzuty wyników badań wytrzymałości in-situ wiarygodność metody jest porównywalna z metodą najmniejszych kwadratów. Jeżeli nie ma możliwości budowy powierzchni przedstawioną metodą można stosować powierzchnię bazową mającą uogólniony charakter podany w normie [18]. Podobnie jak w przypadku stosowania jednej metody NDT podstawowa powierzchnia bazowa podlega skalowaniu jedną z zaproponowanych w dalszej części metod.

4. Skalowanie powierzchni bazowej metodą parametru przesunięcia (metoda f)

W proponowanej metodzie skalowania podstawowej powierzchni bazowej model jest korygowany poprzez zastosowanie addytywnego parametru f zgodnie z następującą relacją:

$$f_{is,RV} = f_{RV} + \Delta f, \quad (14)$$

w której:

f_{RV} – wytrzymałość na ściskanie betonu obliczona na podstawie podstawowej powierzchni bazowej na podstawie liczby odbicia R i prędkości fali V ,

f – parametr przesunięcia podstawowej powierzchni bazowej.

Parametr przesunięcia f jest różnicą wytrzymałości betonu na ściskanie określonej na próbkach rdzeniowych i wytrzymałości obliczonej na podstawie powierzchni bazowej metody pośredniej. Jednak parametr f nie może zmodyfikować modelu konwersji, aby uwzględnić efekty wszystkich parametrów. Co więcej, nie modyfikuje współczynników czułości modelu tzn. jeśli model jest liniowy, to skalowanie nie ma wpływu na nachylenie powierzchni regresji, co w niektórych przypadkach może prowadzić do poważnych błędów. Parametr przesunięcia oblicza się ze wzoru:

$$\Delta f_i = f_{i,is} - f_{i,RV} \quad (15)$$

gdzie:

$f_{i,is}$ – wytrzymałość betonu na ściskanie określona na próbkach rdzeniowych pobranych w punktach pomiarowych konstrukcji,

$f_{i,RV}$ – wytrzymałość na ściskanie betonu obliczona na podstawie podstawowej powierzchni bazowej na podstawie liczby odbicia R_i i prędkości fali V_i ,

Średnią wartość różnic $\delta f_{m(n)}$ można obliczyć operując średnimi wartościami wytrzymałości na ściskanie, wyznaczonymi na próbkach rdzeniowych $f_{m(n),is}$ oraz wartościami obliczonymi z podstawowej powierzchni bazowej od mediany liczby odbicia $R_{md(n)}$ oraz średniej prędkości fali ultradźwiękowej $V_{m(n)}$:

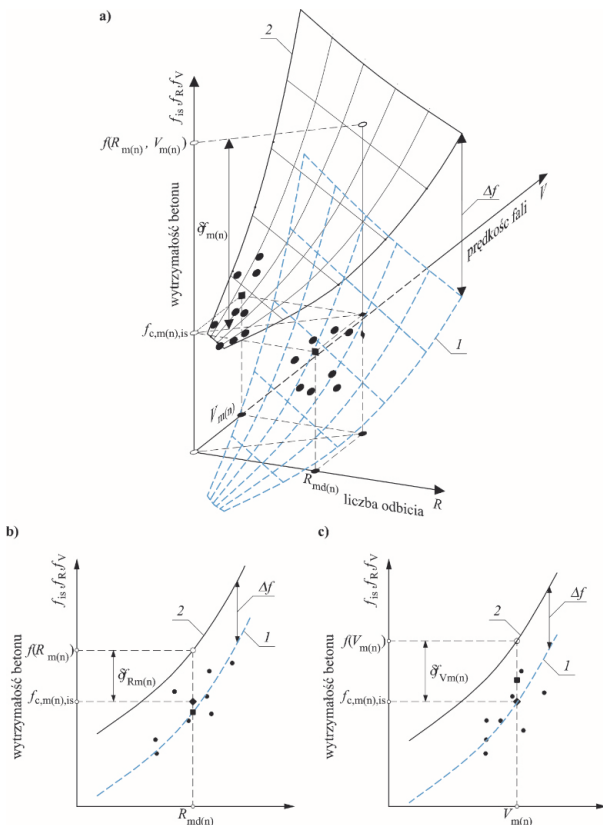
$$\delta f_{m(n)} = f_{m(n),is} - f(R_{md(n)} V_{m(n)}) \quad (15)$$

w której:

$f_{m(n, is)}$ – średnia wytrzymałość betonu na ściskanie określona na próbkach odwiertach,

$f(R_{md(n)}V_{m(n)})$ – wytrzymałość na ściskanie obliczona z podstawowej powierzchni bazowej od mediany liczb odbicia $R_{md(n)}$ oraz średniej prędkości fali ultradźwiękowej $V_{m(n)}$.

Zasadę skalowania modelu z zastosowaniem dwóch metod nieniszczących (pośrednich) metodą parametru przesunięcia przedstawiono na rys. 3a. Widok śladów powierzchni f_{RV} przed i po kalibracji w płaszczyznach $f_{c, is} - f_R$ i $f_{c, is} - f_V$ pokazano na rys. 3b, c.



Rys. 3. Korygowanie podstawowej powierzchni bazowej według metody parametru przesunięcia: a) widok podstawowej i skorygowanej powierzchni bazowej f_{RV} , b) ślad powierzchni bazowej przed i po kalibracji w płaszczyźnie $f-R$, c) ślad powierzchni bazowej przed i po kalibracji w płaszczyźnie $f-V$: 1 – skorygowana powierzchnia bazowa, 2 – podstawowa powierzchnia bazowa, $f_{m(n)}$ – różnica między średnią wytrzymałością z odwiertów rdzeniowych i wytrzymałością obliczoną z podstawowej powierzchni bazowej (2), f – parametr przesunięcia

Fig. 3. Correction of the basic base surface according to the shift parameter method: a) view of the basic and corrected base surface f_{RV} , b) trace of the base surface before and after calibration in the $f-R$ plane, c) trace of the base surface before and after calibration in the $f-V$ plane: 1 – corrected base surface, 2 – basic base surface, $f_{m(n)}$ – difference between the average strength from core drillings and the strength calculated from the basic base surface (2), f – shift parameter

Parametr przesunięcia krzywej modelu oblicza się z zależności:

$$\Delta f = \delta f_{m(n)} - ks \quad (15)$$

gdzie:

s – odchylenie standardowe różnic, równe:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\delta f_i - \delta f_{m(n)})^2} \quad (16)$$

k – współczynnik zależny od liczby próbek wyciętych z konstrukcji, $n = 6 - 9$ oraz statystyki rozkładu t-Studenta, obliczany ze wzoru:

$$k = t_{p, \alpha, n-2} \sqrt{\frac{n-1}{n(n-2)}} \quad (17)$$

5. Przykład budowy powierzchni bazowej i skalowanie powierzchni bazowej metodą parametru przesunięcia (metoda f)

Do skalowania powierzchni bazowej wykorzystano wyniki badań niszczących, sklerometrycznych oraz ultradźwiękowych, które zestawiono w tabelicy 2.

Tab. 2. Wyniki badań niszczących i nieniszczących betonu

Tab. 2. Results of destructive and non-destructive tests of concrete

Nr próbki	f_{is} , cyl N/mm ²	Liczba odbicia R	Prędkość fali V, km/s
1	22,4	39	5050
2	21,1	38	4700
3	20,8	39	4850
4	23,3	40	5100
5	21,0	39	4800
6	20,3	38	4750
7	19,7	37	4500
8	19,5	37	4250
9	22,0	39	4950
Mediana	--	39	--
Średnia	21,1	--	4772

Na podstawie wyników badań określono równania regresji wyników badań sklerometrycznych i ultradźwiękowych w postaci:

$$f_{c, is, reg, R} = 1,09R_i + 20,9, \quad 37 \leq R_i \leq 40, \quad (18)$$

$$f_{c, is, reg, V} = 0,0042V_i + 1,11, \quad 4250 \frac{m}{s} \leq V_i \leq 5200 \frac{m}{s}. \quad (19)$$

Punkty przez które przechodzi podstawowa powierzchnia graniczna obliczono na podstawie równań (18) i (19) oraz średnich wyników badań próbek rdzeniowych. Wyniki zestawiono w tabelicy 3.

Tab. 3. Współrzędne punktów podstawowej powierzchni bazowej

Tab. 3. Coordinates of points of the basic base surface

Nr punktu	Współrzędne punktów		
	L	V, m/s	f_c , N/mm ²
1	37	0,0	19,5
2	40	0,0	22,8
3	0	4250	19,0
4	0	5100	22,5
5	39	4772	21,1

Wykorzystując punkty bazowe zawarte w tabelicy 3 oraz zależność (11) zbudowano układ równań:

$$\begin{cases} 19,5 = \alpha \cdot 37^2 + \beta \cdot 37 + \varepsilon \\ 22,8 = \alpha \cdot 40^2 + \beta \cdot 40 + \varepsilon \\ 19,0 = \gamma \cdot 4250^2 + \delta \cdot 4250 + \varepsilon \\ 22,5 = \gamma \cdot 5100^2 + \delta \cdot 5100 + \varepsilon \\ 21,1 = \alpha \cdot 38,4^2 + \beta \cdot 38,4 + \gamma \cdot 4772^2 + \delta \cdot 4772 + \varepsilon \end{cases} \quad (20)$$

Po rozwiązaniu uzyskano następujące wartości współczynników:

$$\begin{aligned} \alpha &= 2,888 \times 10^{-2} \text{ N/mm}^2, \\ \beta &= -1,123 \text{ N/mm}^2, \\ \gamma &= 9,243 \times 10^{-7} \text{ (s}^2/\text{m}^2) \times \text{N/mm}^2, \\ \delta &= -4,525 \times 10^{-3} \text{ (s/m)} \times \text{N/mm}^2, \\ \varepsilon &= 21,53 \text{ N/mm}^2. \end{aligned}$$

Wykorzystując otrzymane mediany liczb odbicia w oraz średnie prędkości fali poszczególnych punktach pomiarowych oraz równanie powierzchni bazowej w postaci:

$$f_{RV} = \alpha \cdot L^2 + \beta \cdot L + \gamma \cdot V^2 + \delta \cdot V + \varepsilon \quad (21)$$

Następnie obliczono różnice wytrzymałości uzyskane z rdzeni $f_{is,cyl}$ i f_{RV} . Wyniki zestawiono w tabelicy 4.

Nr próbki	$f_{is, cyl}$ N/mm ²	Liczba odbicia R	Prędkość fali V, km/s	f_{RV} N/mm ²	$f_{is, cyl} - f_{RV}$
1	22,4	39	5050	23,0	-0,65
2	21,1	38	4700	20,4	0,73
3	20,8	39	4850	22,1	-1,28
4	23,3	40	5100	24,4	-1,14
5	21,0	39	4800	21,9	-0,90
6	20,3	38	4750	20,6	-0,28
7	19,7	37	4500	18,5	1,22
8	19,5	37	4250	17,6	1,90
9	22,0	39	4950	22,5	-0,59
Mediana	--	39	--	21,1	--
Średnia	21,1	--	4772	--	--
Odchylenie standardowe różnic s				--	1,12

Różnicę średnich wytrzymałości obliczono ze wzoru (14):

$$\mathcal{F}_{m(n)} = f_{c,m(n),is} - f(R_{md(n)}V_{m(n)})_R = 21,1 - 21,1 = 0 \text{ N/mm}^2,$$

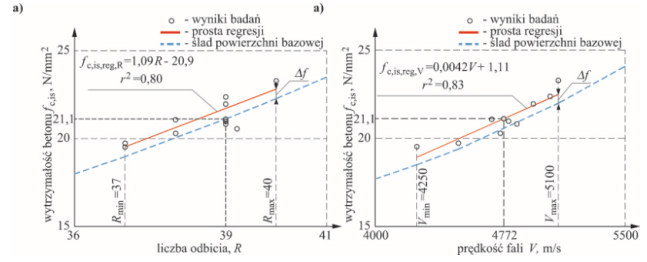
a parametr przesunięcia powierzchni ze wzoru (15) przy $k=0,47$:

$$\Delta f = \mathcal{F}_{m(n)} - ks = 0 - 0,47 \cdot 1,12 = -0,52 \text{ N/mm}^2.$$

Równanie powierzchni (21) po skalowaniu ma postać:

$$f_{is,RV} = \alpha \cdot L^2 + \beta \cdot L + \gamma \cdot V^2 + \delta \cdot V + \varepsilon + \Delta f. \quad (22)$$

Wyniki skalowania podstawowej powierzchni bazowej pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Wyniki skalowania podstawowej powierzchni bazowej:

a) wyniki pomiarów sklerometrycznych z prostą najmniejszych kwadratów i ślad powierzchni bazowej po skalowaniu w płaszczyźnie $f-R$, c) wyniki pomiarów ultradźwiękowych z prostą najmniejszych kwadratów i ślad powierzchni bazowej po skalowaniu w płaszczyźnie $f-V$

Fig. 4. Results of scaling the basic base surface: a) results of sclerometric measurements with the least squares line and the trace of the base surface after scaling in the $f-R$ plane, c) results of ultrasonic measurements with the least squares line and the trace of the base surface after scaling in the $f-V$ plane

6. Skalowanie powierzchni bazowej metodą mnożnika C_k

W tym przypadku kalibrację powierzchni przeprowadza się stosując współczynnik multiplikacyjny – mnożnik C_k . Algorytm skalowania według tej procedury można znaleźć w publikacjach Brunarskiego i Dohojdy [36, 37, 38], a także w Instrukcji ITB z 1977 roku [39]. W przeciwieństwie do metody kalibracji przez przesunięcie, metoda mnożnika modyfikuje wszystkie współczynniki modelu. Procedura sprowadza się do aktualizacji krzywej wybranego modelu o współczynnik C_k według formuły:

$$f_{is} = C_k f_{RV}, \quad (23)$$

gdzie:

f_{RV} – wytrzymałość na ściskanie betonu obliczona na podstawie podstawowej powierzchni bazowej na podstawie liczby odbicia R i prędkości fali V .

Współczynnik C_k zdefiniowany został jako iloraz wartości średniej wytrzymałości próbek rdzeniowych $f_{m(n),is}$ i wytrzymałości $f(RV_{m(n)})$ otrzymanej z podstawowej powierzchni bazowej od mediany liczb odbicia $R_{md(n)}$ oraz średniej prędkości fali $V_{m(n)}$:

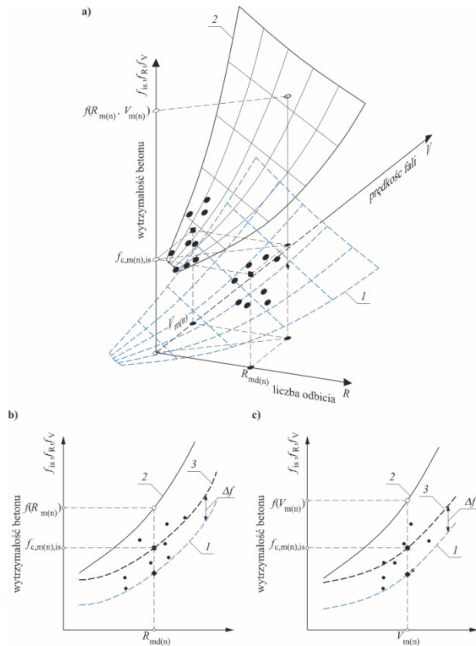
$$C_k = \frac{f_{m(n),is}}{f(R_{md(n)}V_{m(n)})}, \quad (24)$$

gdzie:

$f_{m(n),is}$ – wytrzymałość betonu na ściskanie określona na próbkach rdzeniowych pobranych w punktach pomiarowych konstrukcji,

$f(R_{md(n)}V_{m(n)})$ – wytrzymałość na ściskanie betonu obliczona na podstawie podstawowej powierzchni bazowej od mediany liczb odbicia $R_{md(n)}$ oraz średniej prędkości fali $V_{m(n)}$.

Zasadę skalowania modelu z zastosowaniem dwóch metod nieniszczących (pośrednich) metodą mnożnika pokazano na rys. 5a. Identycznie jak w metodzie parametru przesunięcia na rys. 5b i rys. 5c pokazano ślady powierzchni f_{RV} przed i po kalibracji w płaszczyznach $f_{c,sk} - f_R$ i $f_{c,sk} - f_V$.



Rys. 5. Korygowanie podstawowej powierzchni bazowej według metody Brunarskiego: a) widok podstawowej i skorygowanej powierzchni bazowej f_{RV} , b) ślad powierzchni bazowej przed i po kalibracji w płaszczyźnie $f-R$, c) ślad powierzchni bazowej przed i po kalibracji w płaszczyźnie $f-V$: 1 – skorygowana powierzchnia bazowa, 2 – podstawowa powierzchnia bazowa, 3 – pośrednia powierzchnia bazowa po skorygowaniu współczynnikiem C_k ; f – parametr przesunięcia

Fig. 5. Correction of the basic base surface according to the Brunarski method: a) view of the basic and corrected base surface f_{RV} , b) trace of the base surface before and after calibration in the $f-R$ plane, c) trace of the base surface before and after calibration in the $f-V$ plane: 1 – corrected base surface, 2 – basic base surface, 3 – intermediate base surface after correction with the C_k coefficient; f – shift parameter

Zalecany w Instrukcji ITB [39] algorytm skalowania przybliżonego kończy się sprawdzeniem dopasowania skorygowanej krzywej modelu, czyli warunkiem ograniczającym względne odchylenia wytrzymałości próbek rdzeniowych $f_{i,s}$ od wytrzymałości określonych ze skorygowanego równania tej krzywej według równania:

$$v_k = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{C_k f_{i,RV} - f_{i,s}}{C_k f_{i,RV}} \right)^2} \cdot 100 \leq 12\% \quad (25)$$

Zależność (25) określana jest współczynnikiem zmiennej losowej i informuje, jaka procentowa część średniej wartości wytrzymałości betonu (zmiennej zależnej) stanowi błąd standardowy oszacowania. Ostateczne równanie skorygowanej powierzchni bazowej uzyskuje się po zastosowaniu parametru przesunięcia zastosowanego do pośredniej powierzchni bazowej:

$$f_{i,s,RV} = C_k f_{i,RV} - \frac{k_s}{\Delta f} \quad (26)$$

gdzie:

s – odchylenie standardowe różnic, równo:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (f_{i,s} - C_k f_{i,RV})^2} \quad (27)$$

k – współczynnik zależny od liczby próbek wyciętych z konstrukcji, $n = 6 - 9$ oraz statystyki rozkładu t-Studenta, obliczany ze wzoru:

$$k = t_{p,\alpha,n-2} \sqrt{\frac{n-1}{n(n-2)}} \quad (28)$$

Stosując skorygowaną powierzchnię (23) wraz z parametrem przesunięcia f (24) uwzględnia się niepewność oszacowania obliczonej wartości średniej wytrzymałości betonu na ściskanie.

Istotną różnicą metody mnożnika w stosunku do metody parametru przesunięcia jest nie tylko zmiana położenia powierzchni bazowej, ale także jej obrót względem osi R i V . Pozwala to uzyskać w niektórych przypadkach lepsze dopasowanie skorygowanego modelu do faktycznych wyników badań wytrzymałości betonu w konstrukcji.

7. Przykład skalowania powierzchni bazowej metodą mnożnika C_k

Do skalowania powierzchni bazowej wykorzystano wyniki badań zamieszczonych w poprzednim przykładzie, a jako bazową przyjęto powierzchnię podaną w normie [18] w postaci:

$$f_{RV} = 9,27 \cdot 10^{-11,11} \cdot R^{1,4} \cdot V^{2,6} \quad (29)$$

Wykorzystując otrzymane mediany liczb odbicia w oraz średnie prędkości fali poszczególnych punktach pomiarowych oraz równanie powierzchni bazowej (29) obliczono różnice wytrzymałości uzyskane z rdzeni $f_{i,s,cyl}$ i f_{RV} . Wyniki zestawiono w tabelicy 5.

Tab. 5. Wyniki badań niszczących i nieniszczących betonu

Tab. 5. Results of destructive and non-destructive tests of concrete

Nr próbki	$f_{i,s}$, cyl N/mm ²	Liczba odbicia R	Prędkość fali V , km/s	f_{RV} N/mm ²	$C_k f_{RV}$	$f_{i,s}$, cyl – $C_k f_{RV}$
1	22,4	39	5050	51,7	24,5	-2,1
2	21,1	38	4700	41,3	19,6	1,5
3	20,8	39	4850	46,5	22,0	-1,2
4	23,3	40	5100	54,9	26,0	-2,7
5	21,0	39	4800	45,3	21,4	-0,5
6	20,3	38	4750	42,5	20,1	0,2
7	19,7	37	4500	35,6	16,8	2,9
8	19,5	37	4250	30,6	14,5	5,0
9	22,0	39	4950	49,0	23,2	-1,3
Mediana	--	39	--	44,6	--	--
Średnia	21,1	--	4772	--	21,1	--
Odchylenie standardowe s				--		2,51

Wartość współczynnika C_k obliczono ze wzoru (24):

$$C_k = \frac{f_{m(n),is}}{f(R_{md(n)}V_{m(n)})} = \frac{21,1}{44,6} = 0,47.$$

Wartość współczynnika v_k obliczono ze wzoru (25):

$$v_k = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum \left(\frac{C_k f_{i,RV} - f_{i,is}}{C_k f_{i,RV}} \right)^2} \cdot 100 = 15\% > 12\%.$$

Parametr przesunięcia powierzchni bazowej wyznaczono ze wzoru (26) przy $k=0,47$:

$$\Delta f = -ks = -0,47 \cdot 2,51 = -1,18 \text{ N/mm}^2.$$

Ostatecznie równanie powierzchni bazowej po skalowaniu na następującą postać:

$$f_{is,RV} = C_k \cdot (9,27 \cdot 10^{-11,11} \cdot R^{1,4} \cdot V^{2,6}) + \Delta f = 0,47 \cdot (9,27 \cdot 10^{-11,11} \cdot R^{1,4} \cdot V^{2,6}) - 1,18. \quad (29)$$

8. Ocena charakterystycznej wytrzymałości betonu na ściskanie metodami pośrednimi

Charakterystyczną wytrzymałość betonu na ściskanie przy wykorzystaniu dwóch metod pośrednich powinna być analogiczna jak w przypadku zastosowania tylko jednej metody NDT zgodnie z [1]. Średnią wytrzymałość wyznacza się na podstawie skorygowanej powierzchni bazowej ($f_{is,RV}$). Średnie wytrzymałości oblicza się z następujących wzorów:

$$f_{c,m(m),is,RV} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{RV}} f_{c,is,RV}}{n_{RV}}, \quad (30)$$

w którym:

n_{RV} – liczba ważnych wyników wykonanych metodami pośrednimi (sklerometryczną lub ultradźwiękową).

Odchylenie standardowe zastępowane jest wyrażeniem określającym złożone odchylenie standardowe, uwzględniające zmienność zarówno wyliczonych wartości równoważnych ($f_{c,is,RV}$), jak i tych uzyskanych w badaniu bezpośrednim na odwiertach ($f_{c,is}$), według zależności:

$$s_s = \sqrt{s_{cRV}^2 + s_{eRV}^2}, \quad (31)$$

gdzie:

$$s_{eRV} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_{RV}} (f_{c,is,RV} - f_{c,m(m),is,RV})^2}{n_{RV} - 1}}, \quad (32)$$

$$s_{cRV} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_{c,is} - f_{c,is,RV})^2}{n - 1}}. \quad (33)$$

n – liczba par pomiarów wytrzymałość odwiertu na ściskanie
– liczba odbicia – prędkość ultradźwięku

Wypadkową liczbę stopni swobody oblicza się na podstawie wzoru Welcha-Satterthwaite'a [40]:

$$n_{eff} = \frac{s_s^4}{\frac{s_{cRV}^4}{n-1} + \frac{s_{eRV}^4}{n_{RV}-1}}, \quad n_{eff} \leq n + n_{RV}. \quad (34)$$

Wartość współczynnika k_n dobiera się na podstawie liczby stopni swobody $n = n_{eff} + 1$. Wytrzymałość $f_{c,is,lowest}$ wyznacza się jako najmniejszą z wytrzymałości uzyskanej w wyniku badania rdzeni ($f_{c,is}$) i wyliczonej ze skorygowanej powierzchni bazowej ($f_{is,RV}$).

Ewidentną korzyścią zastosowania dwóch metod jest zwiększenie liczby stopni swobody modelu, a tym samym zwiększenie współczynnika k_n i zwiększenie wiarygodności oszacowania charakterystycznej wytrzymałości betonu na ściskanie.

9. Przykład określenia charakterystycznej wytrzymałości betonu na ściskanie metodami pośrednimi

Do określenia charakterystycznej wytrzymałości na ściskanie wykorzystano wyniki pomiarów pośrednich i bezpośrednich oraz wyskalowaną, autorską powierzchnię bazową zawartą w przykładzie (pkt.5). Wykorzystano równanie powierzchni bazowej podanej równaniem (22). Wykorzystując otrzymane mediany liczb odbicia i średnie prędkości fal ultradźwiękowych w poszczególnych punktach pomiarowych z równania (22) obliczono wytrzymałości na ściskanie $f_{c,is,RV}$. Wyniki zestawiono w tabelicy 6.

Tab. 6. Wyniki badań niszczących i nieniszczących betonu

Tab. 6. Results of destructive and non-destructive tests of concrete

Nr próbki	f_{is} , cyl N/mm ²	Liczba odbicia R	Prędkość fali V, km/s	Wytrzymałość na ściskanie wg równania (a)	$f_{is, cyl} - f_{RV}$
1	22,4	39	5050	51,7	-0,65
2	21,1	38	4700	41,3	0,73
3	20,8	39	4850	46,5	-1,28
4	23,3	40	5100	54,9	-1,14
5	21,0	39	4800	45,3	-0,90
6	20,3	38	4750	42,5	-0,28
7	19,7	37	4500	35,6	1,22
8	19,5	37	4250	30,6	1,90
9	22,0	39	4950	49,0	-0,59
10	--	40,0	4700	22,6	--
11	--	39,0	4650	21,2	--
12	--	37,0	4500	18,5	--
13	--	40,0	4850	23,3	--
14	--	39,0	4800	21,9	--
15	--	39,0	4700	21,5	--
16	--	39,0	--	21,6	--
17	--	38,0	--	20,5	--
18	--	38,0	--	20,5	--
Mediana:	--	39,0	--	--	--
Średnia:	21,1	--	4772	--	--

Tab. 6. c.d.

Tab. 6. cont.

		Wytrzymałość na ściskanie wg równania (a)	$f_{is, cyl} - f_{RV}$
Mediana pomiarów pośrednich:	$f_{c,m(n),is,RV} =$	21,8	--
Mediana wszystkich pomiarów:	$f_{c,m(n),is} =$	21,8	--
Wytrzymałość minimalna pomiarów pośrednich:	$f_{c,is,lowest,RV} =$	18,5	--
Wytrzymałość minimalna wszystkich pomiarów:	$f_{c,is,lowest} =$	17,6	
Wytrzymałość maksymalna pomiarów pośrednich:	$f_{c,is,highest,RV} =$	22,7	--
Wytrzymałość maksymalna wszystkich pomiarów:	$f_{c,is,highest} =$	22,4	
Odchylenie standardowe wszystkich pomiarów:	$s =$	1,76	
Odchylenie standardowe pomiarów pośrednich:	$s_{Erv} =$	1,37	--
Odchylenie standardowe różnic:	$s_{RV} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_{c,is,RV} - \bar{f}_{c,is,RV})^2}{n-1}}$	--	1,12 N/mm ²

Na podstawie zależności (31) wyznaczono złożone odchylenia standardowe:

$$s_s = \sqrt{s_{cRV}^2 + s_{eRV}^2} = \sqrt{1,12^2 + 1,37^2} = 1,77 \text{ N/mm}^2.$$

Efektywną liczbę stopni swobody obliczono według wzoru (34):

$$n_{eff} = \frac{s_s^4}{\frac{s_{cRV}^4}{n-1} + \frac{s_{eRV}^4}{n_{RV}-1}} = \frac{(1,77^2 + 1,37^2)^2}{\frac{1,77^4}{9-1} + \frac{1,37^4}{9-1}} = 15,4 \rightarrow 15$$

$$\leq n + n_{RV} = 18 \rightarrow n_{eff} = 15,$$

Przy liczbie stopni swobody wynoszących $n = n_{eff} + 1 = 16$ i po przyjęciu $k_n = 1,81$ i $M = 3$ oraz $f_{c,m(n),is,RV} = 21,8 \text{ N/mm}^2$ z pomiarów pośrednich i $f_{c,is,lowest} = 17,6 \text{ N/mm}^2$ ze wszystkich pomiarów) i uzyskano:

$$f_{ck,is} = f_{c,m(n),is} - k_n s = 21,8 - 1,79 \cdot 1,77 = 25,0 \text{ N/mm}^2,$$

$$f_{ck,is} = f_{c,is,lowest} + M = 17,6 + 3 = 20,6 \text{ N/mm}^2.$$

Na tej podstawie według normy PN-EN 13791:2019-12 [1] wytrzymałość charakterystyczna betonu w konstrukcji wynosi $f_{ck,is} = 20,6 \text{ N/mm}^2$.

10. Podsumowanie

W pracy przedstawiono najważniejsze informacje dotyczące stosowania metody oceny wytrzymałości na ściskanie w konstrukcji przy wykorzystaniu metod pośrednich, którą przy zastosowaniu metody sklerometrycznej i ultradźwiękowej nazywa się metodą SonReb. Przedstawiono krajowe podejście pozwalające na przybliżoną ocenę wytrzymałości na ściskanie, zgodnie z poradnikiem [13]. Zestawiono również literaturowe modele wykorzystywane w metodzie SonReb, wykazując, że różnią się one istotnie pod względem opracowanego modelu zależności i wartości poszczególnych współczynników.

Na podstawie dokonanego przeglądu dotychczas przeprowadzonych badań i analiz stwierdzono, że metoda SonReb nie zawsze jest skuteczna, a na jej skuteczność mają wpływ takie czynniki, jak jednorodność pomiarów prędkości fali i liczby odbicia młotka, liczbę próbek/rdzeni użytych do identyfikacji modelu i bezsprzecznie jakość samego betonu (wytrzymałość, zmienność, wahania wilgotności). Korzystanie w metodzie pośredniej z dostępnych w literaturze modeli nie jest możliwe bez ich skalowania na próbkach pobranych z konstrukcji. W tym przypadku wystarczające jest wykorzystanie 6 kompletów wyników badań wytrzymałość na ściskanie – liczba odbicia – prędkość ultradźwięku. Użycie więcej niż dziewięciu rdzeni nie poprawia znacząco, jakości oceny.

Bardziej wiarygodna jest ocena wytrzymałości betonu na podstawie podejścia autorskiego. W tym przypadku konieczne jest wykorzystanie 9 par wyników badań niszczących i nieniszczących. Opracowana powierzchnia podlega skalowaniu znanymi w literaturze metodami (przesunięcia lub mnożnika i przesunięcia) zgodnie z propozycją L. Brunarskiego zawartą w [36, 37].

11. Literatura

- [1] PN-EN 13791:2019-12 Ocena wytrzymałości betonu na ściskanie w konstrukcjach i prefabrykowanych wyrobach betonowych.
- [2] PN-EN 12504-1:2001 Badania betonu w konstrukcjach. Część 1: Odwierty rdzeniowe. Wycinanie, ocena i badanie wytrzymałości na ściskanie.
- [3] Jasiński R., Drobiec Ł., Piekarczyk A.: Kontrola robót betonowych i żelbetowych w trakcie ich realizacji i odbioru. Wydawnictwo Wolters Kluwer Polska, Warszawa 2010.
- [4] Jasiński R.: Określenie wytrzymałości betonu w konstrukcji. Materiały XXIX Ogólnopolskich Warsztatów Pracy Projektanta Konstrukcji, Szczyrk, 26–29 marca 2014 r., tom II, s. 1–110.
- [5] Jasiński R., Skrzypczak I.: Zasady określania wytrzymałości betonu w istniejących konstrukcjach żelbetowych według normy PN-EN 13791:2019-12. Materiały XXXVII Ogólnopolskich Warsztatów Pracy Projektanta Konstrukcji, Wisła, 28–31 marca 2023 r., tom I, s. 395–524.
- [6] PN-EN 12504-2:2002; PN-EN 12504-2:2002/Ap1:2004 Badania betonu w konstrukcjach. Część 2: Badanie nieniszczące. Oznaczanie liczby odbicia.
- [7] PN-EN 12504-4:2001 Badania betonu w konstrukcjach. Część 4: Oznaczanie prędkości fali ultradźwiękowej.

- [8] Green G.W., Test Hammer provides New method of evaluating hardened concrete, *ACI Journal*, 1954, vol. 51.
- [9] Stawski B., Analiza możliwości pomiarowych metody ultradźwiękowej w badaniach betonu, 30 Krajowa Konferencja Badan Nieniszczących, Szczyrk 2001, s. 81–86.
- [10] Zając B., Rojek J., Dutkiewicz M.: Analiza możliwości wykorzystania metody badań „PULL OFF” do oceny wytrzymałości betonu na ściskanie. *Zeszyty Naukowe nr 255. Budownictwo i Inżynieria Środowiska 32/2001*, Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy, str. 289–296.
- [11] Zoldners N.G., Calibration and use of impact test hammer, *Journal of ACI*, 1957, vol. 54, no. 2.
- [12] Chandak N.R., Kumavat H.R.: SonReb Method for Evaluation of Compressive Strength of Concrete, *Materials Science and Engineering*, 2020, dostęp: <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/810/1/012071>.
- [13] Runkiewicz L., Sieczkowski J.: Ocena wytrzymałości betonu w konstrukcjach na podstawie badań sklerometrycznych. *Poradnik. Instytut Techniki Budowlanej*. Warszawa 2022.
- [14] Sbartaï Z.M., Laurens S., Elachachi S.M., Payan C.: Concrete Properties Evaluation by Statistical Fusion of NDT Techniques, *Constr. Build. Mater.*, 2012, 37, 943.
- [15] Breys D.: Nondestructive Evaluation of Concrete Strength: An Historical Review and a New Perspective by Combining NDT, *Methods. Constr. Build. Mater.*, 2012, vol. 33, s. 139–163.
- [16] Bellander U.: NDT testing methods for estimating compressive strength in finished structures-evaluation of accuracy and testing system in: *RILEM Symp. Proc. On Quality Control of Concrete Structures*, 1979, s. 37-45.
- [17] RILEM TC 43-CND, Draft Recommendation for in Situ Concrete Strength Determination by Combined Non-Destructive Methods. *Mater. Struct.* 1993, s. 43–49.
- [18] RILEM NDT 4, Recommendation for in Situ Concrete Strength Determination by Combined Non-destructive Methods, *Compendium of RILEM Technical Recommendations*. U.K., London, 1993.
- [19] Cianfrone F., Facioaru I.: Study on the Introduction into Italy on the combined Non-Destructive Method, for the determination of in situ concrete strength. *Matér. Constr.*, 1979, vol 12, s. 413–424.
- [20] Meynink P., Samarin A.: Assessment of Compressive Strength of Concrete by Cylinders, Cores, and Non Destructive Tests, in *Proceedings of the Quality Control of Concrete Structures*, Rilem Symposium, Stockholm, Sweden, June 1979; vol. 1, s. 17–21.
- [21] Postacioglu B., Nouvelles significations de l'indice sclérométrique Schmidt et de la vitesse de propagation des ultra-sons, *Mater. Struct.*, 1985, t. 18, s. 447–451.
- [22] Ravindrajah R.S., Loo Y.H., Tam C.T.: Strength Evaluation of Recycled-Aggregate Concrete Byin-Situ Tests, *Mater. Struct.* 1988, vol. 21, no. 289.
- [23] Porco F., Uva G., Fiore A., Mezzina M.: Assessment of Concrete Degradation in Existing Structures: A Practical Procedure, *Struct. Eng. Mech.*, 2014, vol. 52, s. 701–721.
- [24] Faella C., Guadagnuolo M., Donadio A., Ferri L.: Calibrazione sperimentale del método SonReb per costruzioni della Provincia di Caserá degli anni'60-'80, w: *Proceedings of 14th anidis conference*, Bari, Italy, 2011.
- [25] Arioglu E., Koyluoglu O.: Discussion of prediction of concrete strength by destructive and nondestructive methods by Ramyar and Kol, *Cement and Concrete World*, 1996, vol. 3, s. 33–34.
- [26] Ramyar K., Kol P.: Destructive and non-destructive test methods for estimating the strength of concrete, *Cement and Concrete Word*, 1996, vol. 2, s. 46–54.
- [27] Khedar G.F.: A two stage procedure for assessment of in-situ concrete strength using combined non-destructive testing, *Materials and Structures*, 1999, vol. 32, s. 410–417.
- [28] Proverbio E., Venturi V.: Reliability of Nondestructive Tests for on Site Concrete Strength Assessment, *Proceedings of the 10DBMC International Conference On Durability of Building Materials and Components*, Lyon, France, 17–20 April 2005; vol. 8.
- [29] Soshiroda T., Voraputhaporn K., Nozaki Y.: Early-Stage Inspection of Concrete Quality in Structures by Combined Nondestructive Method, *Mater. Struct.*, 2006, vol. 39, s. 149.
- [30] Turgut P., Kucuk O.F.: Comparative Relationships of Direct, Indirect, and Semi-Direct Ultrasonic Pulse Velocity Measurements in concrete. *Russ. J. Nondestruct. Test.*, 2006, vol. 42, s.745.
- [31] Cristofaro M., Nudo R., Tanganelli M., D'Ambrisi A., Stefano M., Pucinotti R.: Issues Concerning the Assessment of Concrete Compressive Strength in Existing Buildings: Application to a Case Study, *Struct. Concr.*, 2017, vol. 19.
- [32] Machado M., Shehata L., Shehata I.: Correlation Curves to Characterize Concretes Used in Rio de Janeiro by Nondestructive Tests. *Rev. Ibracon Estrut. Mater*, 2009, vol. 2, s. 100–123.
- [33] Shariati M., Ramli-Sulong N.H., Arabnejad M.M., Shafigh P., Sinaei H.: Assessing the Strength of Reinforced Concrete Structures Through Ultrasonic Pulse Velocity and Schmidt Rebound Hammer Tests, *Sci. Res. Essays*, 2011, vol. 6, s. 213–220.
- [34] AL-Ameeri A., Al-Hussain K., Essa M.: Predicting a Mathematical Models of Some Mechanical Properties of Concrete from Non-Destructive Testing. *Civ. Environ. Res*, 2013, 3, 78–97.
- [35] *Guidebook on non-destructive testing of concrete structures*. International Atomic Energy Agency. Vienna, 2002.
- [36] Brunarski L., Dohojda M.: Diagnostyka wytrzymałości betonu w konstrukcji, ITB, Warszawa, 2015.
- [37] Brunarski L., Ocena wytrzymałości betonu w konstrukcji, *Prace ITB-kwartalnik*; 1998, nr 2-3, s. 27–45.
- [38] Brunarski L., Ocena wytrzymałości betonu w konstrukcji. IV Konferencja Naukowo-Techniczna „Warsztaty pracy rzeczoznawcy budowlanego”, Kielce 27–29.04.1998, s. 39–54.
- [39] Instrukcja ITB 210/1977 Instrukcja stosowania młotków Schmidta do nieniszczącej kontroli jakości betonu.
- [40] Zięba A.: Analiza danych w naukach ścisłych i technice. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa 2022.