

Marcin Janaszewski\*, \*\*, Laurent Babout\*, Michał Postolski\*, \*\*, Łukasz Jopek\*, \*\*

## Zamykanie otworów w trójwymiarowych obiektach wolumetrycznych

### 1. Wprowadzenie

W niniejszym artykule rozważamy pojęcie otworu z punktu widzenia topologii dyskretnej i geometrii dyskretnej. Ważne jest aby zaznaczyć różnicę pomiędzy otworem, wklęsłością i pustką. Wklęsłość (*concavity*) jest wklęsłym fragmentem obiektu, pustka natomiast to połączony komponent tła ograniczony przez obiekt (patrz rys. 1a). Otwór natomiast nie jest pojęciem prostym do zdefiniowania i wizualizacji. Zgodnie z definicją zaproponowaną w [7] w obiekcie  $X$  występuje otwór lub otwory wtedy, gdy istnieje pętla wokseli należących do  $X$ , którą nie można iteracyjnie transformować wewnątrz  $X$ , z wykorzystaniem elementarnych lokalnych transformacji, do jednego punktu należącego do  $X$ . Przykładowo w dyskretnej przestrzeni 2D łatwo dokonać detekcji i zamykania otworu, ponieważ każdy otwór jest jednocześnie pustką, więc prosta operacja etykietowania połączonych komponentów tła pozwala na zlokalizowanie otworów. W przestrzeni 3D zadanie detekcji i zamykania otworów nie jest już takie łatwe. Powyżej przytoczona koncepcja detekcji otworów nie jest łatwa do zastosowania w praktyce. Pozwala jedynie stwierdzić, czy obiekt nie posiada otworów lub posiada przynajmniej jeden otwór. Ponadto w przestrzeni 3D nie każdy otwór jest jednocześnie pustką. Przykładowo kula nie posiada otworu ani pustki, pusta w środku kula posiada jedną pustkę, ale nie posiada otworu, torus posiada jeden otwór, pusty torus posiada jedną pustkę i dwa otwory. Rysunek 1b pokazuje pusty torus wraz z dwoma różnymi pętlami, których nie można iteracyjnie transformować do jednego punktu zawartego w tym torusie.

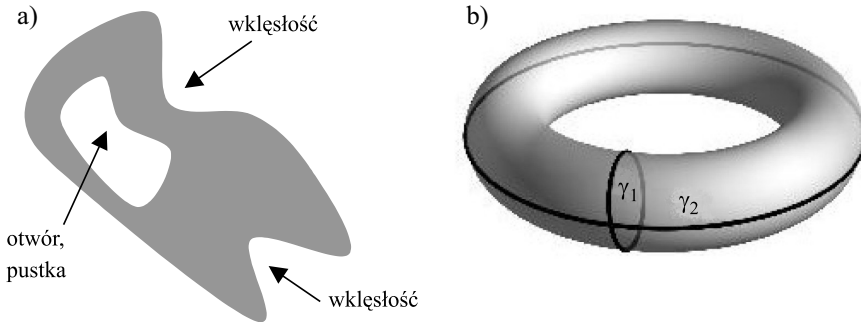
Należy podkreślić, że w analizie obrazów tomografii komputerowej w medycynie i nauce o materiałach istnieje potrzeba realizacji zamykania otworów w obiektach wolumetrycznych. W medycynie zrekonstruowane obiekty na obrazach 3D rentgenowskiej tomografii komputerowej posiadają otwory powstałe w wyniku niedoskonałości procesu akwizycji. Szczególnie cienkie obiekty posiadają otwory, które komplikują proces analizy tego

---

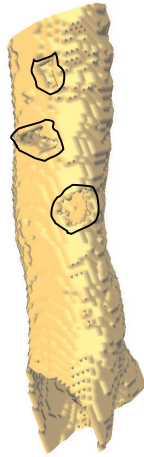
\* Katedra Informatyki Stosowanej, Politechnika Łódzka

\*\* Katedra Systemów Ekspertowych i Sztucznej Inteligencji, Wyższa Szkoła Informatyki w Łodzi

typu obrazów. Taka sytuacja ma miejsce podczas obrazowania oskrzeli. Zwykle po rekonstrukcji otrzymujemy obraz 3D reprezentujący, między innymi, drzewo oskrzelowe posiadające niewielkie otwory w swoich ściankach (patrz rys. 2), które istotnie komplikują proces segmentacji tego drzewa [9]. Znane są w literaturze bardzo skomplikowane algorytmy segmentacji drzewa oskrzelowego, np. [6, 10]. Natomiast zastosowanie algorytmu zamykania otworów, jako jednego z pierwszych etapów przetwarzania tego typu obrazów, prowadzi do znacznie szybszych i prostszych rozwiązań [9].



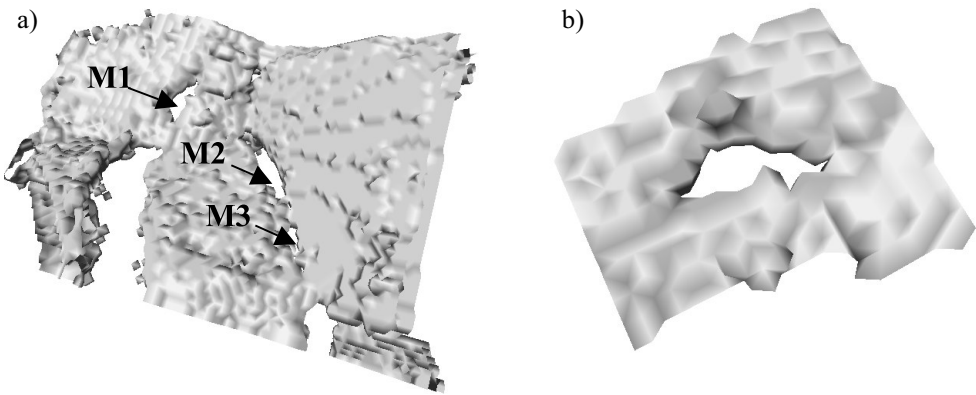
**Rys. 1.** Ilustracja pojęć otworu, wklęsłości i pustki: a) przykład obiektu 2D; b) pusty torus wraz z dwoma różnymi pętlami, determinującymi występowanie dwóch otworów



**Rys. 2.** Wizualizacja izopowierzchni wysegmentowanego fragmentu tchawicy – fragment drzewa oskrzelowego. W ścianach tchawicy występują trzy otwory spowodowane niedoskonałością techniki akwizycji obrazu

Inne potencjalne zastosowanie to segmentacja mostów w mikrotomograficznych obrazach 3D propagacji szczeliny korozyjno-naprężeniowej w stali nierdzewnej [2]. Mosty definiuje się jako niewielkie obszary materiału na granicy krystalitów wykazujące podwyż-

szoną odporność na pęknięcia. Jeżeli szczelina napotka taki obszar, nie rozrywa go, ale otacza, jak rwąca fala powodziowa otacza wzniesienie, które napotyka na swojej drodze. Stąd w obiekcie reprezentującym szczelinę 3D mosty reprezentowane są przez otwory. Segmentacja tych otworów umożliwiłaby ilościowy opis właściwości geometrycznych mostów, co ma istotne znaczenie w badaniach nad wytrzymałością korozyjno-naprężeniową stali nierdzewnej. Na rysunku 3a zaprezentowano izopowierzchnię fragmentu szczeliny korozyjno naprężeniowej powstałej w próbce stali nierdzewnej podczas eksperymentów przeprowadzonych w Europejskim Synchrotronie w Grenoble [2]. Wczesne etapy propagacji szczeliny rejestrowano z wykorzystaniem mikrotomografii rentgenowskiej. Na rysunku 3c widać obiekt 3D reprezentujący szczelinę oraz trzy mosty oznaczone M1, M2 i M3, które reprezentowane są przez otwory w tej szczelinie.



**Rys. 3.** Izopowierzchnia fragmentu szczeliny korozyjno-naprężeniowej w próbce stali nierdzewnej, w skali mikro: 1 piksel obrazu odpowiada  $0,343 \mu\text{m}^3$ : a) izopowierzchnia szczeliny wraz z zaznaczonymi otworami reprezentującymi mosty; b) wizualizacja powiększonego mostu M3

## 2. Podstawowe pojęcia topologii dyskretnej

W tym rozdziale zaprezentujemy wybrane podstawowe pojęcia topologii dyskretnej w zastosowaniu do przetwarzania obrazów binarnych, które są niezbędne do zrozumienia dalszej części artykułu. Dokładniejszą prezentację tych zagadnień można znaleźć w [8]. Oznaczmy przez  $Z$  zbiór liczb całkowitych, przez  $N$  zbiór nieujemnych liczb całkowitych, przez  $N_+$  zbiór dodatnich liczb całkowitych, przez  $R_+$  dodatnich liczb rzeczywistych. Ponadto, niech  $E = Z^3$ . Niech  $X \subseteq E$ , przez  $\bar{X}$  oznaczamy dopełnienie zbioru  $X$ , czyli  $\bar{X} = E \setminus X$ .

Punkt  $x \in E$  jest zdefiniowany przez  $(x_1, x_2, x_3)$ , gdzie  $x_i \in Z$ . Dla dowolnego  $x \in E$  rozważamy trzy typy sąsiedztwa  $N_6, N_{18}, N_{26}$  zdefiniowane następująco:

$$N_6(x) = \{y \in E : |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + |x_3 - y_3| \leq 1\},$$

$$N_{26}(x) = \{y \in E : \max[|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|, |x_3 - y_3|] \leq 1\},$$

$$N_{18}(x) = \{y \in E : |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + |x_3 - y_3| \leq 2\} \cap N_{26}(x)$$

Zbiór  $N_n(x)$  nazywany jest *n-sąsiedztwem* punktu  $x$ . Ponadto definiujemy  $N_n^*(x) = N_n(x) \setminus \{x\}$ , dla  $n = 6, 18, 26$ . Każdy punkt  $y \in N_n^*(x)$  nazywany jest *n-przyległy* ( $n = 6, 18, 26$ ) do  $x$  lub mówmy również, że  $y$  jest *n-sąsiadem*  $x$ .

*n-ścieżka*  $s$  jest (istnieje możliwość, że pusta) sekwencją punktów  $x_1, \dots, x_k$ , gdzie  $x_i \in N_n^*(x_{i-1})$ , dla  $i = 1, 2, \dots, k$ . Jeżeli  $s$  jest niepusta, to *długość*  $s$  jest równa  $k$ . Jeżeli  $x_1 = x_k$ , to  $s$  jest *zamknięta*.

Obiekt  $X \subseteq E$  jest *n-połączony* jeżeli dla każdej pary punktów z  $X$ , istnieje *n-ścieżka* między tymi punktami, zawarta w  $X$ . Klasami równoważności tej relacji są *n-połączone* komponenty  $X$ . Jeżeli  $X$  jest zbiorem skończonym, to nieskończony połączony komponent  $\bar{X}$  jest nazywany *tem*, inne połączone komponenty  $\bar{X}$  nazywane są *pułkami*. Zbiór złożony ze wszystkich *n-połączonych* komponentów  $X$  oznaczamy  $C_n(X)$ . Ponadto, jeżeli używamy 6-połączeniowości dla  $X$ , to musimy użyć innej *m-połączeniowości* dla  $\bar{X}$  (i odwrotnie). Jest to konieczne aby uniknąć paradoksów połączeniowości [8]. Dalej w celu skrócenia zapisu wprowadzimy symbol  $6^+$ , który oznacza 6-połączeniowość powiązaną z 18-połączeniowością. Stąd dopuszczalne konfiguracje połączeniowości są następujące:  $(n, m) = (6, 26), (26, 6), (6^+, 18), (18, 6^+)$ , gdzie  $n$  oznacza typ połączeniowości między wkselami obiektu  $X$ , natomiast  $m$  typ połączeniowości między wkselami  $\bar{X}$  oraz między wkselami obiektu i wkselami jego dopełnienia.

Teraz zostaną zaprezentowane definicje, które umożliwią prezentację ilościowej charakterystyki topologicznej punktu przestrzeni  $E$ . *Geodezyjne n-sąsiedztwo punktu  $x$  wewnątrz zbioru  $X \subseteq E$  stopnia  $k$*  jest oznaczane przez  $N_n^k(x, X)$  i definiowane rekurencyjnie przez:  $N_n^1(x, X) = N_n^*(x) \cap X$  i  $N_n^k(x, X) = \cup \{N_n(y) \cap N_{26}^*(x) \cap X, y \in N_n^{k-1}(x, X)\}$ . Innymi słowy,  $N_n^k(x, X)$  jest zbiorem złożonym z punktów  $y \in N_{26}^*(x) \cap X$  takich, że istnieje *n-ścieżka*  $s$  od  $x$  do  $y$  o długości mniejszej lub równej  $k$ , wszystkie punkty  $s$  z wyjątkiem  $x$  należą do  $N_{26}^*(x, X) \cap X$ . *Geodezyjne sąsiedztwo  $G_n(x, X)$*  definiowane jest następująco:  $G_6(x, X) = N_6^2(x, X)$ ,  $G_{6^+}(x, X) = N_6^3(x, X)$ ,  $G_{18}(x, X) = N_{18}^2(x, X)$  i  $G_{26}(x, X) = N_{26}^1(x, X)$ . Teraz na bazie wprowadzonej terminologii zostanie podana definicja liczb topologicznych [3]:

Niech  $X \subseteq E$  i  $x \in X$  liczby topologiczne  $T_n(x, X)$  i  $\bar{T}_m(x, X)$  zdefiniowane są następująco:

$$T_n(x, X) = \#C_n[G_n(x, X)] \quad \bar{T}_m(x, \bar{X}) = \#C_m[G_m(x, \bar{X})] \quad (1)$$

gdzie  $\#X$  oznacza liczbę elementów zbioru  $X$ .

Na bazie liczb topologicznych można realizować topologiczną charakterystykę punktu. W szczególności powyższe liczby pozwalają ustalić czy punkt jest prosty.

Nieformalne, *punktem prostym*  $p$  dyskretnego obiektu  $X \subseteq E$  nazywamy punkt, który „nie ma wpływu” na topologię  $X$ , tzn. można usunąć taki punkt i topologia obiektu  $X$  się nie zmieni. Pojęcie punktów prostych jest kluczowe dla budowy transformacji zachowujących topologię w przestrzeniach dyskretnych [3, 8]. Bertrand udowodnił, że  $x \in X \subseteq E$  jest *n-punktem prostym* wtedy i tylko wtedy, gdy  $T_n(x, X) = 1$  i  $\bar{T}_m(x, X) = 1$ .

Liczby topologiczne pozwalają również na detekcję innych rodzajów punktów. Punkt  $x \in X$  dla którego  $T_n(x, X) = 0$  jest *punktem izolowanym*. Jeżeli  $\bar{T}_m(x, X) = 0$  to  $x$  jest *punktem wewnętrznym*, a gdy  $\bar{T}_m(x, X) \neq 0$ , to  $x$  jest *punktem granicznym*. Jeżeli ze zbioru  $X$  skasujemy punkt  $x$ , dla którego  $T_n(x, X) \geq 2$  to lokalnie rozłączymy  $X$ . Taki punkt nazywany jest *przesmykiem 1D* (ang. *1D isthmus*). Analogicznie jeżeli  $\bar{T}_m(x, X) \geq 2$ , to  $x$  nazywany jest *przesmykiem 2D* (ang. *2D isthmus*), ponieważ jego skasowanie lokalnie łączy połączone komponenty  $\bar{X}$ . Kontynuując, punkt, dla którego  $T_n(x, X) = 2$  i  $\bar{T}_m(x, X) = 1$ , nazywany jest *prostym przesmykiem 1D* (ang. *simple 1D isthmus*). Jeżeli  $T_n(x, X) = 1$  i  $\bar{T}_m(x, X) = 2$ , to mamy *prosty przesmyk 2D* (ang. *simple 2D isthmus*).

Niech  $X$  będzie skończonym podzbiorem  $E$ . Zbiór  $Y \subseteq X$  jest *homotopologicznym pocienianiem* (ang. *homotopic thinning*) zbioru  $X$ , jeżeli  $Y$  można uzyskać poprzez iteracyjne usuwanie punktów prostych. Ponadto,  $Y$  jest *ostatecznym homotopologicznym szkieletem* (ang. *ultimate homotopic skeleton*)  $X$ , jeżeli  $Y$  jest homotopologicznym pocienianiem  $X$  i  $Y$  nie zawiera punktów prostych. Mówimy, że  $Y$  jest *ostatecznym homotopologicznym szkieletem  $X$  ograniczonym przez zbiór  $C$* , jeżeli  $C \subseteq Y$ ,  $Y$  jest homotopologicznym pocienianiem  $X$  i zbiór  $Y \setminus C$  nie zawiera punktów prostych. Zbiór  $C$  zwany jest *zbiorem ograniczającym* tak wygenerowanego szkieletu.

### 3. Koncepcja otworu w obiekcie wolumetrycznym

W niniejszym rozdziale zostanie formalnie zaprezentowane pojęcie otworu [8] zbudowane na bazie topologii dyskretnej w zastosowaniu do analizy wolumetrycznych obrazów 3D. Zgodnie z tą definicją, jeżeli w obiekcie  $X$  istnieje zamknięta ścieżka wokseli, którą nie można transformować wewnątrz  $X$ , z wykorzystaniem lokalnych, elementarnych transformacji zachowujących topologię, do jednego punktu zawartego w  $X$ , to w  $X$  istnieje przynajmniej jeden otwór.

Formalna definicja lokalnych, elementarnych transformacji zachowujących topologię wprowadzona w [8] jest następująca: niech  $X \subseteq E$  i  $p \in X$  będzie dalej nazywany *punktem bazowym* (ang. *base point*). Niech  $\gamma$  i  $\gamma'$  będą dwoma zamkniętymi ścieżkami zawartymi w  $X$ , których punktem początkowym jest  $p$ . Mówimy, że  $\gamma'$  jest *elementarną n-deformacją*  $\gamma$  i oznaczamy  $\gamma \sim \gamma'$ , jeżeli istnieją dwie  $n$ -ścieżki  $\pi_1, \pi_2$  i dwie niepuste  $n$ -ścieżki  $\pi, \pi'$  takie,

że  $\gamma$  i  $\gamma'$  można przedstawić w następującej formie:  $\gamma = \pi_1 \pi_2$  i  $\gamma' = \pi_1 \pi'_1 \pi_2$  oraz wszystkie punkty  $\pi$  i  $\pi'$  zawierają się w małym wycinku  $P \subset E$ :

- dla  $n = 6$ ,  $P$  jest kwadratem o długości boku równym 2,
- dla  $n = 26$ ,  $P$  jest sześcianem o boku równym 2.

Mówimy, że  $\gamma'$  jest  $n$ -deformacją  $\gamma$ , co oznaczamy:  $\gamma \simeq \gamma'$  jeżeli występuje sekwencja  $n$ -ścieżek zamkniętych  $\gamma_0 \dots \gamma_k$  takich, że  $\gamma = \gamma_0$ ,  $\gamma' = \gamma_k$  i  $\gamma_{i-1} \sim \gamma_i$  dla  $i = 1, \dots, k$ .

Niech  $\gamma = px_0 \dots x_i p$  i  $\gamma' = px'_0 \dots x'_i p$  będą dwoma zamkniętymi ścieżkami, których punkty należą do  $X$ . Iloczynem  $\gamma$  i  $\gamma'$  nazywamy zamkniętą  $n$ -ścieżkę  $px_0 \dots x_i px'_0 \dots x'_i p$  powstałą przez połączenie  $\gamma$  i  $\gamma'$ .

Rozważmy klasy równoważności zamkniętych  $n$ -ścieżek z punktem początkowym  $p$  względem relacji  $\simeq$ . Można zdefiniować iloczyn dwóch takich klas jako klasę równoważności iloczynu dwóch zamkniętych  $n$ -ścieżek reprezentujących te klasy. Klasy równoważności względem tak zdefiniowanej operacji iloczynu tworzą grupę  $\Pi_n(p, X)$ , która jest *fundamentalną  $n$ -grupą z punktem bazowym  $p$* . Tak jak dla przestrzeni ciągłych również w przestrzeniach dyskretnych, grupa fundamentalna odzwierciedla strukturę otworów. Przykładową grupą fundamentalną dla pustego torusa jest grupa abelowa wolna, którą tworzą dwa generatory – dwie pętle (patrz rys. 1b).

## 4. Algorytm zamykania otworów

W niniejszym rozdziale zaprezentujemy zasadę działania oraz właściwości oryginalnego algorytmu zamykania otworów dla obiektów wolumetrycznych zaprezentowanego w [1].

Pierwszym krokiem algorytmu jest wyznaczenie wypełnionego prostopadłościanu  $Y$ , który jest minimalnym prostopadłościanem zawierającym obiekt wejściowy  $X$ . Następnie algorytm iteracyjnie kasuje punkty ze zbioru  $Y \setminus X$ , które są punktami granicznymi i jednocześnie nie są przesmykami 2D (patrz podrozdz. 2). Jeżeli punkt jest przesmykiem 2D, to może być usunięty tylko wtedy, gdy jego odległość od zbioru  $X$  jest większa niż a priori zdefiniowana wartość  $r$  reprezentująca „promień” (rozmiar) zamykanego otworu. Ostatni warunek prowadzi do tego, że tylko otwory o „rozmiarze” mniejszym lub równym  $r$  zostaną zamknięte. Selekcja punktów do kasowania jest sterowana przez odległość punktu  $x \in Y \setminus X$  od zbioru  $X$  oznaczaną  $d(x, X)$ . Stąd najpierw są kasowane punkty najdalej oddalone od  $X$ . Dzięki temu łąty zamykające otwory dla prostych geometrycznie obiektów znajdują się w ich centrum.

Pseudokod procedury zamykania otworów może być przedstawiony następująco:

AZO (Wejście  $X, r$ , Wyjście  $Y$ )

Generacja prostopadłościanu  $Y$  zawierającego  $X$

Powtarzaj do momentu, gdy brak punktu do skasowania:

Wybierz punkt  $p \in Y \setminus X$  taki, że:  $\bar{T}_m(p, X) = 1$

lub taki, że:  $\bar{T}_m(p, X) = 2$  i  $d(p, X) > r$ ,

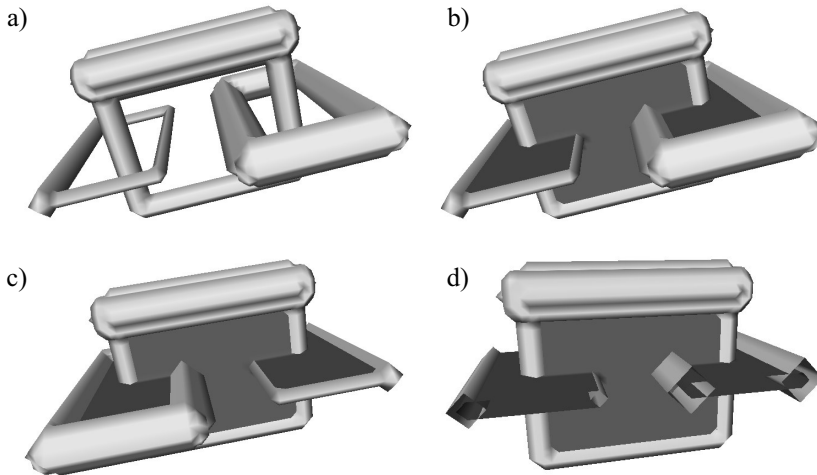
który jest w największej odległości od  $X$

$Y := Y \setminus p$

Rezultat:  $Y$

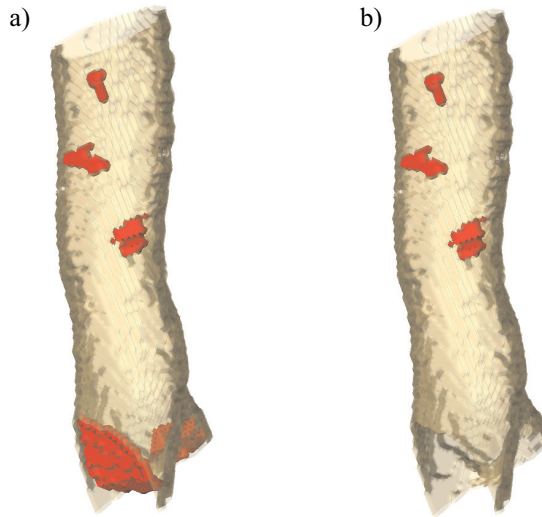
Przykład zastosowania AZO pokazano na rysunku 4, gdzie można zaobserwować, że AZO generuje dla każdego otworu „łatę” o grubości jednego woksela, która zamyka ten otwór i jest w „centrum obiektu”.

Parametr  $r$  zastosowany w algorytmie ma istotne znaczenie praktyczne, gdyż umożliwia zamykanie tylko tych otworów, dla których maksymalna odległość pikseli łąty zamykającej od pikseli obiektu wejściowego jest mniejsza lub równa  $r$ . Zwykle niepożądane otwory w obiektach wolumetrycznych powstałe w wyniku szumów są niewielkich rozmiarów. Oprócz takich otworów obiekt może jeszcze posiadać otwory, które są jego naturalną cechą i nie powinny być zamykane. Takie otwory zwykle są większe od tych powstałych w wyniku zaszumienia. Odpowiednie ustawienie parametru  $r$  w AZO, umożliwia zamknięcie tylko niepożądanych otworów, przy pozostawieniu otworów większych będących istotnymi cechami badanego obiektu. Sytuacja taka została zaprezentowana na rysunku 5.



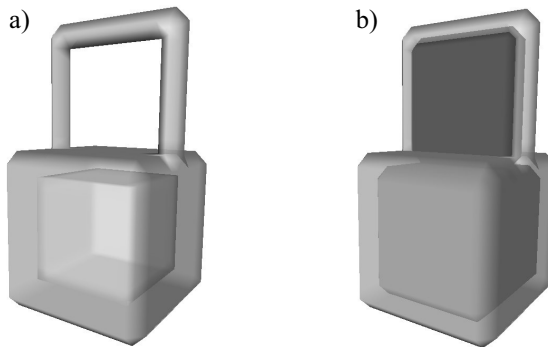
**Rys. 4.** Ilustracja działania AZO: a) Wizualizacja obiektu wolumetrycznego, który może być interpretowany jako fragment łańcucha, którego ogniwa mają zmienną grubość. Najcieńszy fragment ogniwa ma grubość 1 woksela. Obiekt posiada trzy otwory. b) Wynik zastosowania AZO (ciemny odcień szarości) na tle obiektu wejściowego (jasny odcień szarości). c) Obiekt wejściowy z wypełnionymi otworami obrócony, względem obiektu z rysunku b), o  $180^\circ$  wokół pionowej osi obiektu. Widać, że wszystkie otwory zostały zamknięte. d) Przekrój przez wynik zamykania otworów, który pokazuje, że grubość łąt zamykających otwory jest równa jednemu pikselowi niezależnie od grubości obiektu wejściowego (widać, że w tym przykładzie grubość łąt jest równa grubości najcieńszego fragmentu łańcucha)

Niestety AZO posiada kilka wad ograniczających jego zastosowanie. Pierwsza polega na tym, że algorytm oprócz otworów zamyka również pustki i niektóre wklęsnięcia. Przykłady takich sytuacji pokazano na rysunku 6. Stąd nie nadaje się on do detekcji otworów w obiektach wolumetrycznych.



**Rys. 5.** Wizualizacja wyniku zastosowania AZO dla tchawicy z rysunku 2: a) Wynik działania AZO zamykającego wszystkie otwory. Łaty zamykające otwory zaznaczono ciemnym odcieniem szarości na tle półprzezroczystej jasnej tchawicy. Widać, że AZO zamknął nie tylko niepożądane otwory w ścianie tchawicy, ale również prześwit tchawicy, co jest działaniem niepożądanym.

b) Wynik działania AZO przy ustalonym parametrze  $r = 5$ . Niepożądane otwory zostały zamknięte. Prześwit tchawicy pozostał otwarty

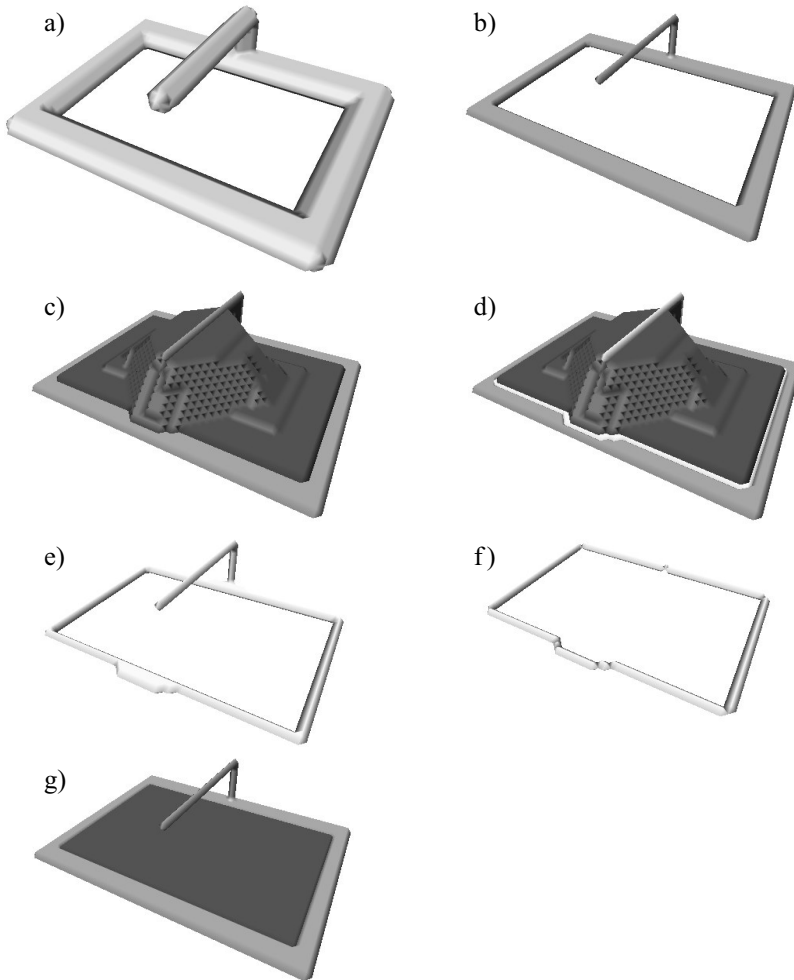


**Rys. 6.** Wizualizacja półprzezroczystej izopowierzchni obiektu zawierającego jeden otwór i jedną pustkę. Pustka znajduje się wewnątrz sześcianu (a). Wynik zastosowania AZO (ciemny odcień szarości) nałożony na obiekt wejściowy (jasny odcień szarości). Widać, że AZO nie tylko zamknął otwór, ale także wypełnił pustkę (b)

Kolejny problem polega na tym, że na kształt „łaty” zamykającej otwór, mają istotny wpływ gałęzie obiektu znajdujące się w pobliżu otworu. Sytuacja taka jest zaprezentowana na rysunku 7c, gdzie łata zamykająca otwór, reprezentowana z wykorzystaniem ciemnego szarego koloru, skierowana jest ku górze łącząc się z gałęzią usytuowaną nad otworem. Stąd obiekt zamykający otwór nie pasuje do „geometrii tego otworu”. Ostatnia wada AZO



istotnie ogranicza jego zastosowanie do tych zadań, gdzie geometria łąty zamykającej otwór nie ma istotnego znaczenia. W zaprezentowanych w rozdziale 1 zastosowaniach zamykania otworów kształt łąty zamykającej powinien „pasować do geometrii obiektu w pobliżu otworu”. Stąd autorzy opracowali nową koncepcję algorytmu zamykania otworów, który nie posiada opisanych wad AZO. Algorytm ten został zaprezentowany w następnym rozdziale.



**Rys. 7.** Przykładowe rezultaty kolejnych etapów AZO+: a) Izopowierzchnia obiektu wejściowego. b) Szkielet obiektu wejściowego (SOW). c) Rezultat zastosowania AZO (ciemny odcień szarości) na tle SOW. Łata zamykająca otwór łączy się z gałęzią usytuowaną nad SOW. d) Rezultat jednej iteracji geodezyjnej dylacji łąty zamykającej otwór do wnętrza SOW. Przecięcie powiększonej łąty z SOW, które nazwano konturem otworu oznaczono kolorem białym. e) Wizualizacja konturu otworu. f) Rezultat zastosowania OHS na konturze otworu. Gałąź została skasowana a topologia konturu została zachowana. g) Rezultat zastosowania AZO na szkielecie konturu obiektu (ciemny odcień szarości) wraz z SOW (jaśniejszy odcień szarości)

## 5. Zmodyfikowany algorytm zamykania otworów

W niniejszym rozdziale zostanie opisana nowa koncepcja algorytmu zamykania otworów AZO+ zbudowana na bazie opisanego w poprzednim rozdziale algorytmu zaproponowanego w [1].

Problem dotyczący wypełniania pustek opisany w poprzednim rozdziale może być rozwiązany poprzez zastosowanie na pierwszym etapie klasycznej procedury wypełniania pustek dla obiektu wejściowego, a następnie przeprowadzenie zamykania otworów dla obiektu z wypełnionymi pustkami. Pierwszy etap tej procedury to powiększenie obrazu wejściowego  $X$  o 1 woksel w każdym kierunku i przypisanie nowym wokselom wartości 0. W ten sposób otrzymujemy obraz  $X'$ . Kolejny krok to zastosowanie geodezyjnej dylacji  $X$ , startując z woksela  $(0, 0, 0)$  do wnętrza  $X'$ , a następnie dokonanie inwersji wyniku. Ostatni krok to pomniejszenie obrazu o 1 woksel w każdym kierunku.

Algorytm rozwiązujący drugi problem, opisany w poprzednim rozdziale, dotyczący zakłóceń geometrii łąt zamykających otwory przez gałęzie obiektu wejściowego, znajdujące się w pobliżu otworu, zostanie zaprezentowany na podstawie przykładu. Na rysunku 7a zaprezentowano obiekt, który posiada jeden duży otwór i gałąź nad otworem. Pierwszym etapem jest generacja szkieletu obiektu wejściowego w celu uzyskania cienkiej reprezentacji obiektu (grubość jednego woksela) położonej w centrum obiektu i zachowującej topologię. Gałęzie obiektu wejściowego w szkielecie reprezentowane są w postaci ścieżek o grubości jednego woksela (patrz rys. 7b). W niniejszym podejściu autorzy zastosowali algorytm generacji euklidesowego, filtrowanego szkieletu [5]. Drugi etap polega na zastosowaniu AZO, w wyniku czego otrzymujemy łąkę zniekształconą przez gałęzie zlokalizowane w pobliżu otworu (patrz rys. 7c). Następnie algorytm, w trzecim etapie, realizuje tylko jedną iterację geodezyjnej dylacji łąki zamykającej otwór do wnętrza obiektu wejściowego. Przykład rezultatu takiej dylacji pokazano na rysunku 7d, gdzie przecięcie łąki po dylacji z obiektem wejściowym zaprezentowano cieniowanym, białym kolorem. Obiekt ten będzie dalej nazywany konturem otworu. Czwarty etap polega na zastosowaniu algorytmu generacji ostatecznego homotopologicznego szkieletu (OHS) [4] dla konturu otworu (patrz rys. 7f). W wyniku otrzymujemy kontur otworu pozbawiony wszelkich gałęzi, gdyż algorytm OHS usuwa wszystkie fragmenty obiektu niemające wpływu na jego topologię – między innymi wszystkie gałęzie nietworzące pętli. Ostatni – piąty etap polega na ponownym zastosowaniu AZO teraz na wygenerowanym w poprzednim etapie szkielecie konturu. Szkielet ten nie posiada gałęzi, stąd otrzymujemy łąkę zamykającą, która „odpowiada geometrii otworu” (patrz rys. 7g).

Podsumowując, zaprezentowany w niniejszym rozdziale algorytm można przedstawić w postaci następującego pseudokodu:

- AZO+ (Wejście  $X$ , Wyjście  $Z$ )
01.  $X_{wp} \leftarrow \text{WypełnianiePustek}(X)$
  02.  $S_{X_{wp}} \leftarrow \text{Szkieletyzacja}(X_{wp})$
  03.  $Y \leftarrow \text{AZO}(S_{X_{wp}})$
  04.  $Y_{dyl} \leftarrow \text{GeodezyjnaDylacja}(Y; X)$
  05.  $K \leftarrow Y_{dyl} \cap X$
  06.  $S_K \leftarrow \text{OHS}(K)$
  07.  $Z \leftarrow \text{AZO}(S_K)$

Zaproponowany algorytm posiada prawie liniową złożoność obliczeniową, ponieważ algorytm OHS posiada prawie-liniową złożoność obliczeniową i wszystkie pozostałe etapy posiadają liniową złożoność obliczeniową [1, 4].

AZO+ został przetestowany na skomplikowanych obrazach reprezentujących szczelinę powstałą w stali nierdzewnej w wyniku silnego działania korozji i sił rozciągających. Szczeliny korozyjno-naprężeniowe są obiektami geometrycznie i topologicznie skomplikowanymi, gdyż posiadają wiele otworów i gałęzi. Niektóre z tych gałęzi znajdują się nad otworami.

Przykład takiej sytuacji pokazano na rysunku 8, gdzie gałąź szczeliny znajduje się bardzo blisko otworu. Wynik zastosowania AZO+ dla obiektu z rysunku 8a pokazano na rysunkach 8g, h. Widać, że łąta zamykająca otwór odzwierciedla geometrię obiektu wokół otworu, a gałąź występująca tuż nad otworem nie ma wpływu na wynik.

## 6. Wnioski

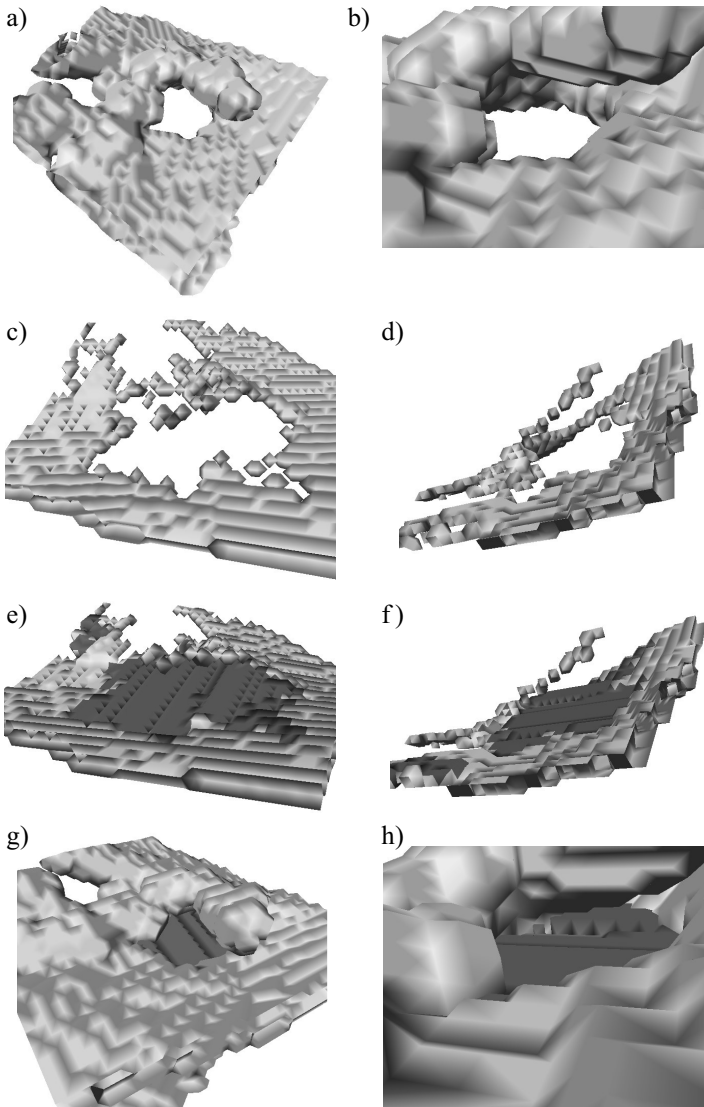
W niniejszym artykule autorzy zaprezentowali wydajny algorytm zamykania otworów AZO+ w obiektach wolumetrycznych, oparty na dobrze zdefiniowanych pojęciach matematycznych. AZO+ zbudowano na bazie AZO zaprezentowanego w [1], dokonując istotnych zmian, które eliminują wady AZO ograniczające istotnie jego zastosowanie.

AZO+ został przetestowany na sztucznie skonstruowanych obrazach, jak i obrazach reprezentujących propagację szczeliny korozyjno-naprężeniowej wewnątrz stali nierdzewnej, ponieważ detekcja i aproksymacja kształtu wiązań mostowych występujących podczas pęknięć korozyjno-naprężeniowych w stali nierdzewnej jest głównym zastosowaniem zaprezentowanego algorytmu. Przeprowadzone testy pokazały, że AZO+ zamyka tylko otwory (nie wypełnia pustek), co ma istotne znaczenie w zadaniach detekcji otworów. Ponadto gałęzie obiektu wejściowego znajdujące się w pobliżu otworów nie mają wpływu na geometrię łąt zamykających te otwory.

## Podziękowania

*Prace opisane w niniejszym artykule są sponsorowane przez Unię Europejską, Szósty Program Ramowy, Marie Curie Transfer of Knowledge Action (DENIDIA, contract No.: MTKD-CT-2006-039546). Opublikowane prace prezentują punkt widzenia autorów i Społeczność Europejska nie jest odpowiedzialna za skutki, jakie może przynieść wykorzystanie wiedzy zawartej w niniejszym artykule.*

*Autorzy pragną podziękować James Marrow z Materials Performance Centre, Schools of Materials, University of Manchester, UK, za udostępnienie obrazów 3D propagacji szczeliny w stali nierdzewnej do testów.*



**Rys. 8.** Wizualizacja przykładowych wyników AZO+ dla obrazu reprezentującego szczelinę:

- a) Izopowierzchnia fragmentu szczeliny, która zawiera otwór z grubą gałęzią nad otworem.
- b) Przybliżenie otworu wraz z gałęzią w celu lepszego pokazania, że gałąź znajduje się tuż nad otworem; c) wizualizacja szkieletu szczeliny z obrazu a). d) Szkielet szczeliny widziany z perspektywy pokazującej, że gałąź nad otworem jest w szkielecie reprezentowana za pomocą ścieżki o grubości jednego woksela, która również znajduje się nad otworem. e) Wynik zamykania otworu w szkielecie. Łata zamakająca jest płaska (ciemny odcień szarości). Gałąź nie ma wpływu na geometrię tej łaty. f) Perspektywa lepiej pokazująca, że gałąź nad otworem nie wpływa na geometrię łaty zamykającej ten otwór. g) Łata zamykająca otwór na tle szczeliny. h) Zbliżenie pokazujące, że łata znajduje się pod gałęzią

## Literatura

- [1] Aktouf Z., Bertrand G., Perroton L., *A three-dimensional holes closing algorithm*. Pattern Recognition Letters, 23, 2002, 523–31.
- [2] Babout L., Marrow T.J., Engelberg D., Withers P.J., *X-ray microtomographic observation of intergranular stress corrosion cracking in sensitised austenitic stainless steel*. Materials Science and Technology, 22, 2006, 1068–1075.
- [3] Bertrand G., *Simple points, topological numbers and geodesic neighborhoods in cubic grids*. Pattern Recognition Letters, 15, 1994, 1003–1011.
- [4] Bertrand G., Couprie M., *Transformations topologiques discrètes*. Géométrie discrète et images numériques. D. Coeurjolly, A. Montanvert, J.-M. Chassery, Hermes, 2007, 187–209.
- [5] Couprie M., Coeurjolly D., Zrou R., *Discrete bisector function and Euclidean skeleton in 2D and 3D*. Image Vision Comput., 25, 2007, 1543–1556.
- [6] Graham M., Gibbs J., Higgins W., *Robust system for human airway-tree segmentation*. SPIE Conf. on Medical Imaging 2008: Image Processing, 6914, 2008, 69141J–69141J–18.
- [7] Kong T.Y., *A digital fundamental group*. Computer Graphics, 13, 1989, 159–166.
- [8] Kong T.Y., Rosenfeld A., *Digital topology: Introduction and survey*. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 48, 1989, 357–393.
- [9] Postolski M., Janaszewski M., Fabijańska A., Babout L., Couprie M., Jędrzejczyk M., Stefańczyk L.: *Reliable Airway Tree Segmentation Based on Hole Closing in Bronchial Walls*. Computer Recognition Systems 3, Springer, 2009, w druku.
- [10] Tschirren J., Hoffman E., McLennan G., Sonka M., *Intrathoracic airway trees: segmentation and airway morphology analysis from low-dose CT scans*. IEEE Trans. Med. Imaging, 24, 2005, 1529–1539.