

Marcin Janaszewski\*, \*\*, Laurent Babout\*, Michał Postolski\*, \*\*, Łukasz Jopek\*, \*\*

## Segmentacja otworów w obiektach wolumetrycznych

### 1. Wprowadzenie

Segmentacja otworów w obiektach wolumetrycznych 3D jest wyzwaniem w dziedzinie informatyki. Niestety, dotychczas nie zdefiniowano pojęcia otworu 3D w obiektach wolumetrycznych, który byłby podzbiorem przestrzeni 3D, co jest warunkiem koniecznym realizacji segmentacji. Jednocześnie istnieje potrzeba realizacji segmentacji otworów w obiektach wolumetrycznych. Taka segmentacja miałaby zastosowanie w medycynie, gdzie zrekonstruowane obiekty na obrazach 3D rentgenowskiej tomografii komputerowej posiadają otwory powstałe w wyniku niedoskonałości procesu akwizycji. Problem ten występuje często podczas badania obiektów o cienkich ścianach. Powstające wówczas otwory istotnie komplikują proces analizy tego typu obrazów. Taka sytuacja ma miejsce w komputerowej tomografii medycznej podczas obrazowania oskrzeli. Zwykle po rekonstrukcji otrzymujemy obraz 3D reprezentujący, między innymi, drzewo oskrzelowe posiadające niewielkie otwory, które istotnie komplikują proces segmentacji tego drzewa [11]. Znane są w literaturze bardzo skomplikowane algorytmy segmentacji drzewa oskrzelowego np. [6, 12]. Natomiast zastosowanie algorytmu wypełniania bądź zamykania otworów, jako jednego z pierwszych etapów przetwarzania tego typu obrazów, prowadzi do znacznie szybszych i prostszych rozwiązań [11].

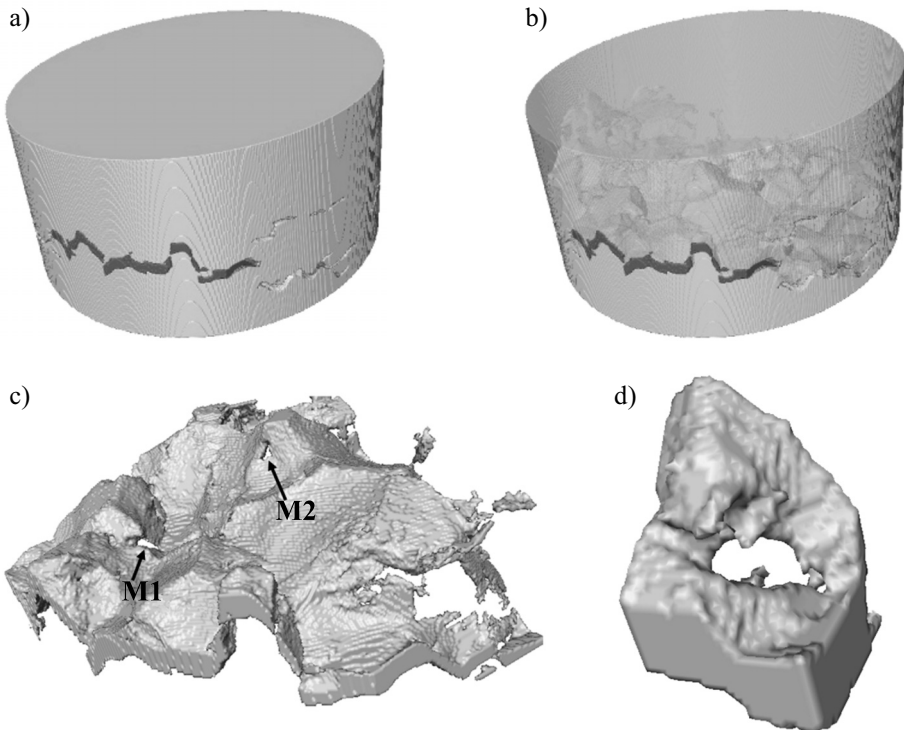
Inne potencjalne zastosowanie to segmentacja mostów w mikrotomograficznych obrazach 3D propagacji szczeliny korozyjno-naprzężeniowej w stali nierdzewnej [3]. Mosty definiuje się jako niewielkie obszary materiału na granicy krystalitów wykazujące podwyższoną odporność na pęknięcia. Jeżeli szczelina napotka taki obszar, nie rozrywa go, ale otacza jak rwąca fala powodziowa otacza wzniesienie, które napotyka na swojej drodze. Stąd w obiekcie reprezentującym szczelinę 3D mosty reprezentowane są przez otwory. Segmentacja tych otworów umożliwiłaby ilościowy opis właściwości geometrycznych mostów, co ma istotne znaczenie w badaniach nad wytrzymałością korozyjno-naprzężeniową stali nierdzewnej.

---

\* Katedra Informatyki Stosowanej, Politechnika Łódzka

\*\* Katedra Systemów Ekspertowych i Sztucznej Inteligencji, Wyższa Szkoła Informatyki w Łodzi

Na rysunku 1 zaprezentowano wizualizacje próbki stali nierdzewnej, którą poddano działaniu silnej reakcji korozji oraz siły rozciągającej wywołując pęknięcia. Proces propagacji szczeliny rejestrowano z wykorzystaniem mikrotomografii rentgenowskiej, gdzie jeden wksel zrekonstruowanego obrazu 3D odpowiada objętości  $0,343 \mu\text{m}^3$ . Eksperyment został wykonany w Europejskim Synchrotronie w Grenoble [3]. Na rysunku 1c widać obiekt 3D reprezentujący szczelinę oraz dwa mosty oznaczone M1 i M2, które reprezentowane są przez otwory w tej szczelinie. Rysunek 1d pokazuje jak skomplikowany i nieregularny może być kształt powierzchni zewnętrznej szczeliny w pobliżu otworu.



**Rys. 1.** Wizualizacje próbki stali i obiektu szczeliny: a) Izopowierzchnia próbki stali wraz z wyróżnionym fragmentem szczeliny na powierzchni zewnętrznej. b) Wizualizacja propagacji szczeliny wewnątrz próbki. c) Powiększony fragment szczeliny z rysunku b) wraz z zaznaczonymi mostami M1 i M2. d) Powiększony widok mostu M1

## 2. Podstawowe pojęcia dotyczące analizy wolumetrycznych obrazów 3D

Podstawowe pojęcia dotyczące obrazów 3D reprezentujących obiekty posiadające objętość, które dalej w skrócie będą nazywane obrazami 3D, a reprezentowane obiekty – obiektami 3D, są zdefiniowane w innych publikacjach, np. [4, 10]. W tym rozdziale

zostaną zaprezentowane jedynie wybrane pojęcia niezbędne do zrozumienia dalszej części artykułu.

Oznaczmy przez  $Z$  zbiór liczb całkowitych, przez  $N$  zbiór dodatnich liczb całkowitych. Niech ponadto  $E = Z^3$ . Analizowane w niniejszym artykule obrazy 3D złożone są z wokseli – jednostkowych objętości w postaci sześcianu. Każdy woksel  $p$  reprezentowany jest za pomocą czwórki:  $(x, y, z, v)$ , gdzie  $(x, y, z) \in E$  reprezentuje położenie wokseli w przestrzeni 3D a  $v$  reprezentuje jego przynależność. Jeżeli  $v = 0$ , to woksel  $p$  należy do tła, jeżeli natomiast  $v = 1$ , to woksel  $p$  należy do obiektu.

Nieformalnie, *punktem prostym*  $p$  dyskretnego obiektu  $X \subset E$  nazywamy punkt, który „nie ma wpływu” na topologię  $X$ , tzn. można usunąć taki punkt i topologia obiektu  $X$  się nie zmieni. Pojęcie punktów prostych jest kluczowe dla budowy transformacji zachowujących topologię w przestrzeniach dyskretnych [4, 10].

Niech  $X$  będzie skończonym podzbiorem  $E$ . Zbiór  $Y \subseteq X$  jest *homotopologicznym pocienianiem* (ang. *homotopic thinning*) zbioru  $X$ , jeżeli  $Y$  można uzyskać poprzez iteracyjne usuwanie punktów prostych. Ponadto,  $Y$  jest *ostatecznym homotopologicznym szkieletem* (ang. *ultimate homotopic skeleton*)  $X$ , jeżeli  $Y$  jest homotopologicznym pocienianiem  $X$  i  $Y$  nie zawiera punktów prostych. Mówimy, że  $Y$  jest *ostatecznym homotopologicznym szkieletem  $X$  ograniczonym przez zbiór  $C$* , jeżeli  $C \subseteq Y$ ,  $Y$  jest homotopologicznym pocienianiem  $X$  i zbiór  $Y \setminus C$  nie zawiera punktów prostych. Zbiór  $C$  zwany jest *zbiorem ograniczającym* tak wygenerowanego szkieletu.

Niech  $x \in E$ ,  $r \in N$ , oznaczamy przez  $K_r(x)$  kulę o środku w  $x$  i promieniu równym  $\sqrt{r}$  zdefiniowaną przez  $K_r(x) = \{y \in E : d^2(x, y) < r\}$ , gdzie funkcja  $d$  jest odległością euklidesową w przestrzeni  $E$ .

Kula  $K_r(x) \subseteq X \subseteq E$  jest *maksymalna dla  $X$* , jeżeli nie jest zawarta w żadnej innej kuli zawartej w  $X$ .

*Oś środkowa  $X$*  oznaczona przez  $MA(X)$  jest zbiorem środków wszystkich maksymalnych kul zbioru  $X$ .

*Grubość obiektu  $X$  w punkcie  $x$  należącym do  $MA(X)$  lub do szkieletu  $X$*  jest zdefiniowany, jako promień największej kuli zawartej w  $X$  o środku w  $x$ .

Niech  $x \in E$  i  $S \subset E$ . *Rzutem  $x$  na  $S$*  nazywamy zbiór  $R_S(x)$  punktów ze zbioru  $S$ , które są w najmniejszej odległości od  $x$ . Bardziej precyzyjnie:  $R_S(x) = \{y \in S : \forall z \in S, d(x, y) \leq d(x, z)\}$ .

Niech  $X \subset E$  będzie zbiorem punktów obiektu a  $\bar{X} = E \setminus X$  dopełnieniem zbioru  $X$ . *Kątem bisektor dla punktu  $x \in X$* , oznaczanym  $\theta(x)$ , nazywamy największy kąt ostry utworzony przez punkt  $x$ , jako wierzchołek, i dwa dowolne punkty należące do  $R_{\bar{X}}(x)$ . Jeżeli zbiór  $R_{\bar{X}}(x)$  zawiera mniej niż dwa punkty to  $\theta(x) = 0$ . Funkcja bisektor dla obiektu  $X$ , oznaczana  $\theta_X$ , przypisuje każdemu punktowi  $x \in X$  jego kąt bisektor. Attali i Montanvert pokazali w [2], że można efektywnie filtrować szkielet lub oś środkową obiektu z wykorzystaniem funkcji bisektor ponieważ przyjmuje ona duże wartości dla wokseli szkieletu re-

prezentujących najważniejsze elementy obiektu natomiast małe wartości dla wokseli szkieletu, które należą do niepożądanych, krótkich odgałęzień powstałych w wyniku niewielkich deformacji powierzchni obiektu.

### 3. Koncepcja otworu w obiekcie wolumetrycznym

W odróżnieniu od przypadku dwuwymiarowego, otwór w przestrzeni trójwymiarowej nie jest pojęciem prostym do zdefiniowania. Otwór 2D można zdefiniować jako zbiór połączonych pikseli tła, otoczonych pikselami obiektu. Niestety otwór 3D nie jest podzbiorem przestrzeni 3D. W literaturze można jedynie spotkać definicję metody umożliwiającej stwierdzenie, czy w obiekcie 3D występuję przynajmniej jeden otwór czy nie [9]. Zgodnie z tą definicją warunkiem koniecznym i dostatecznym występowania otworu w ograniczonym obiekcie  $X \subset E$  jest występowanie pętli złożonej z wokseli należących do  $X$ , której nie można przekształcić, z wykorzystaniem elementarnych przekształceń zdefiniowanych np. w [9], do jednego woksela należącego do  $X$ . Przykładowo sfera nie posiada otworu, wypełniony torus posiada dwa otwory. Niestety zaprezentowanej definicji nie można wykorzystać do detekcji otworów 3D. Może być jedynie użyta do sprawdzenia, czy obiekt posiada jeden lub więcej otworów (tzn. obiekt nie posiada otworu, jeżeli każda pętla wokseli obiektu może być przekształcona do jednego woksela). Ponadto zgodnie z tą definicją otwór nie jest podzbiorem przestrzeni 3D, co wyklucza jego segmentację.

Biorąc pod uwagę powyższe, proponujemy nową koncepcję otworu w obiekcie 3D na bazie geometrii dyskretnej i topologii dyskretnej. Intuicyjnie, jeżeli wypełniamy otwór w obiekcie 3D, to objętość wypełniająca ten otwór może być traktowana jako objętość reprezentująca ten otwór. Bardziej precyzyjnie: grubość (patrz rozdz. 2) objętości wypełniającej otwór w punktach jej szkieletu powinna być równa grubości obiektu w punktach jego szkieletu znajdujących się w pobliżu otworu. Ponadto, kształt powierzchni zewnętrznej objętości wypełniającej otwór powinien pasować do kształtu powierzchni zewnętrznej obiektu tak jak dwa pasujące do siebie klocki puzzli. Przykład obiektu wypełniającego otwór zaprezentowano na rysunkach 2c, d. Niestety, konstrukcja precyzyjnej matematycznej definicji objętości wypełniającej otwór jest zadaniem bardzo trudnym. Biorąc pod uwagę powyższe rozważania, jesteśmy w stanie jedynie określić objętość wypełniająca otwór przez podanie dwóch warunków, które każdy tego typu obiekt powinien spełniać:

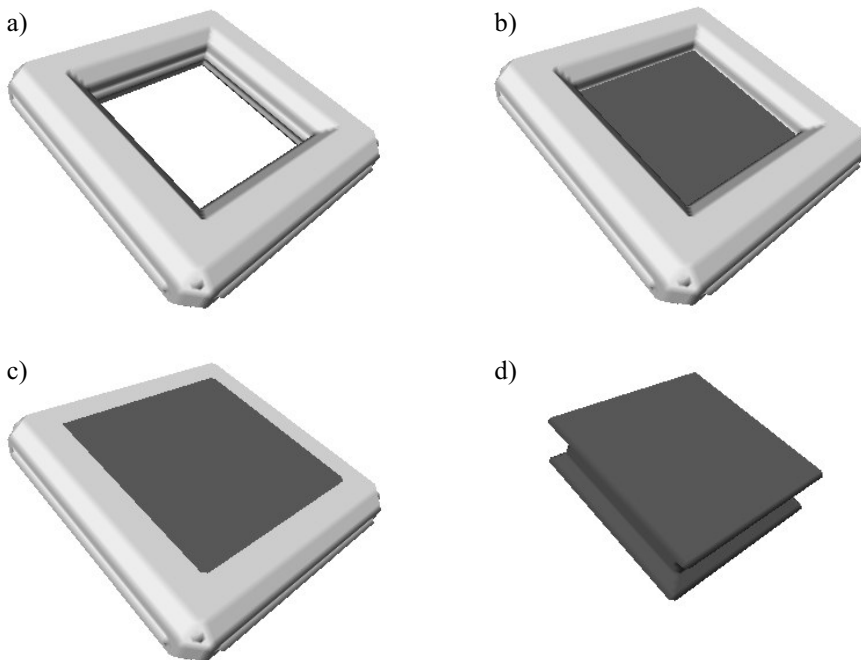
1. objętość wypełniająca otwór powinna zamykać ten otwór,
2. grubość objętości wypełniającej otwór w wokselał jej szkieletu powinna być równa grubości obiektu w jego punktach szkieletu w pobliżu tego otworu.

### 4. Algorytm zamykania otworów

Jednym z głównych etapów algorytmu wypełniania otworów (AWO) jest zastosowanie algorytmu zamykania otworów. Szczegółowa prezentacja tego algorytmu przekracza

rozmiar niniejszego artykułu, dlatego zostanie zaprezentowana tylko ogólna koncepcja. Szczegółowy opis można znaleźć w [8] lub w [7]. Algorytm zamykania otworów (AZO), który posiada prawie liniową złożoność obliczeniową oraz liniową złożoność pamięciową, generuje „łaty” grubości jednego woksela, którymi zamyka wszystkie otwory w wejściowym obiekcie 3D.

Przykład zastosowania tego algorytmu zaprezentowano na rysunku 2. Warto podkreślić tutaj różnicę pomiędzy zamykaniem a segmentacją otworów. Obiekt zamykający otwór jest zawsze grubości jednego woksela, niezależnie od grubości obiektu wejściowego w pobliżu otworu (patrz rys. 2b). Obiekt wypełniający otwór odzwierciedla grubość obiektu wejściowego w pobliżu otworu (patrz rys. 2c, d).

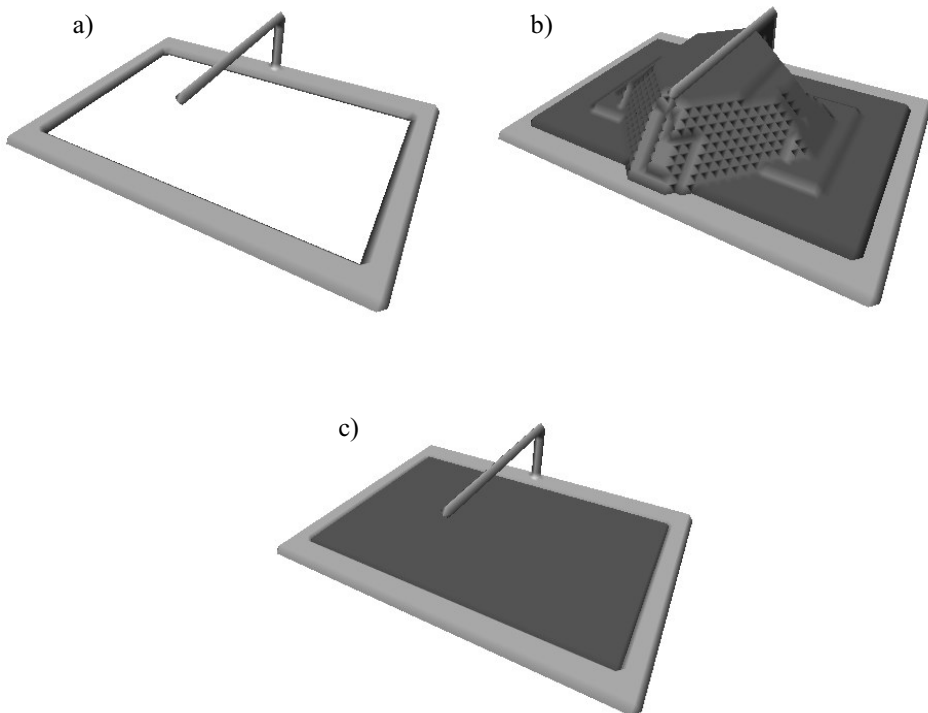


**Rys. 2.** Wizualizacja przykładowego wyniku zamykania otworu i wypełniania (segmentacji) otworu:

- a) Obiekt wejściowy – ramka o grubości 5 wokseli.
- b) Wynik zamykania otworu w ramce na tle ramki. Łatę zamykającą otwór oznaczono ciemnym odcieniem szarości.
- c) Wynik wypełniania otworu w ramce na tle ramki. Objętość wypełniająca otwór oznaczono ciemnym odcieniem szarości.
- d) Wizualizacja objętości wypełniającej otwór

Istotną zaletą AZO z punktu widzenia segmentacji otworów jest to, że na geometrię obiektu zamykającego otwór nie mają wpływu gałęzie obiektu wejściowego znajdujące się blisko otworu. Przykład wyjaśniający tę zaletę zaprezentowano na rysunku 3. Rysunek 3a

prezentuje przykładowy obiekt wejściowy, który jest grubości jednego woksela, posiada duży otwór w środku i bardzo cienką gałąź nad otworem. W naszym podejściu AZO działa jako jeden z etapów AWO, przyjmując na wejście szkielet obiektu 3D, który posiada grubość jednego woksela, stąd obiekt zaprezentowany na rysunku 3a jest dobrym przykładem danych wejściowych dla AZO. Rysunek 3b pokazuje wynik działania algorytmu zamykającego otwory, który został zaproponowany przez Aktouf i in. w [1]. Na rysunku widać, że łąta zamykająca otwór (ciemny odcień szarości) skierowana jest ku górze, łącząc się z gałęzią usytuowaną nad otworem. Stąd obiekt zamykający otwór nie pasuje do „geometrii tego otworu”, co prowadzi do błędnego wyniku segmentacji otworu. W rozważanym przypadku oczekujemy, że łąta zamykająca otwór będzie płaska, ponieważ obiekt w okolicy otworu stanowi płaską ramkę. Rysunek 3c prezentuje wynik zamykania otworów przez zastosowany w niniejszych badaniach AZO zaproponowany w [8]. Widać, że w tym przypadku łąta zamykająca otwór (ciemny odcień szarości) jest płaska więc odzwierciedla „geometrię otworu”.



**Rys. 3.** Przykładowy rezultat AZO w porównaniu z algorytmem zamykania otworów zaproponowanym przez Aktouf i in.: a) Izopowierzchnia obiektu wejściowego. b) Rezultat zastosowania algorytmu Aktouf i inni. Łatę zamykającą otwór oznaczono ciemnym odcieniem szarości. Łata zamykająca otwór łączy się z gałęzią usytuowaną nad obiektem wejściowym. c) Rezultat zastosowania AZO – (ciemny odcień szarości) wraz z obiektem wejściowym (jaśniejszy odcień szarości)

## 5. Algorytm segmentacji otworów

W niniejszym rozdziale proponujemy algorytm segmentacji otworów AlgSO, który może być zaprezentowany za pomocą następującego pseudokodu:

```

AlgSO (Wejście  $X$ ,  $\theta$ , Wyjście  $Z$ )
01.  $S \leftarrow \text{FES}(X, \theta)$ 
02.  $P \leftarrow \text{AZO}(S)$ 
03.  $P' \leftarrow \text{FiltrUśredniający}(S, P)$ 
04.  $B \leftarrow \text{DylacjaPrzezKule}(P')$ 
05.  $Z \leftarrow B \setminus X$ 

```

Pierwszy krok AlgSO polega na zastosowaniu algorytmu generacji filtrowanego euklidesowego szkieletu FES dla obiektów 3D [5]. Algorytm FES na pierwszym etapie generuje oś środkową obiektu, następnie dokonuje jej filtrowania z wykorzystaniem funkcji bisektor i progu filtrowania  $\theta$ , gdzie woksele  $MA(X)$ , których wartość funkcji bisektor jest mniejsza od  $\theta$  są kasowane. Ostatni etap polega na generowaniu szkieletu euklidesowego ograniczonego przez przefiltrowaną oś środkową. Ostatecznie FES zwraca binarny obraz  $S$  będący szkieletem  $X$ . Generowany w ten sposób filtrowany szkielet zachowuje cechę centryczności, dzięki zastosowaniu osi środkowej oraz zachowuje topologię obiektu wejściowego dzięki zastosowaniu, na ostatnim etapie, algorytmu generacji szkieletu euklidesowego.

Algorytm zastosowany w drugim kroku – AZO został opisany w rozdziale 4. Rezultatem działania AZO jest binarny obraz 3D, gdzie obiektami są łąty zamykające otwory w  $S$ .

FiltrUśredniający to prosta procedura, która realizuje propagację grubości obiektu reprezentowanego przez wartości woksela filtrowanego szkieletu  $S$  do łąt wypełniających otwory  $P$ . Algorytm w każdej iteracji oblicza nową wartość każdego woksela łąt zamykających otwory, jako wartość średnią jego sąsiadów należących do  $P$  lub do  $S$ . Algorytm zatrzymuje się, gdy kolejne iteracje nie wprowadzają znaczących zmian wartości woksela. W wyniku działania tej procedury otrzymujemy obiekt  $P'$ , w którym woksele należące do łąt posiadają wartości całkowite, dodatnie reprezentujące interpolowaną grubość obiektu.

Ostatnia procedura DylacjaPrzezKule dla każdego woksela  $x$  obrazu  $P'$  rysuje kule o środku w  $x$  i promieniu równym wartości woksela  $x$ .

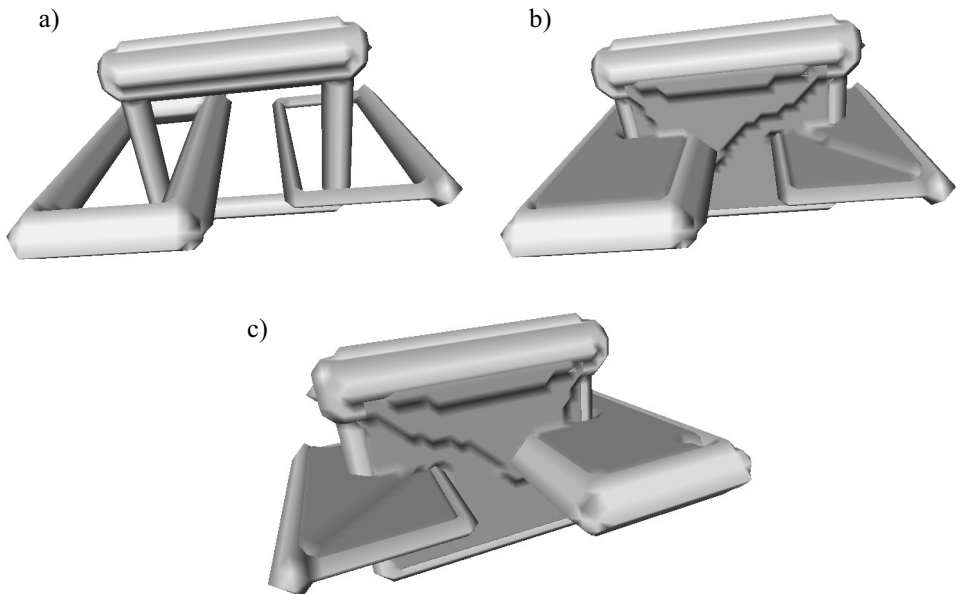
W ten sposób otrzymujemy algorytm segmentacji otworów, który posiada następujące właściwości:

- Dokonuje segmentacji otworów w wyniku czego otrzymujemy objętości wypełniające otwór, które spełniają dwa warunki zdefiniowane w rozdziale 3. Spełnienie pierwsze-

go warunku jest zagwarantowane dzięki FES i AZO. Spełnienie drugiego warunku gwarantuje FiltrUśredniający i DylacjaPrzezKule.

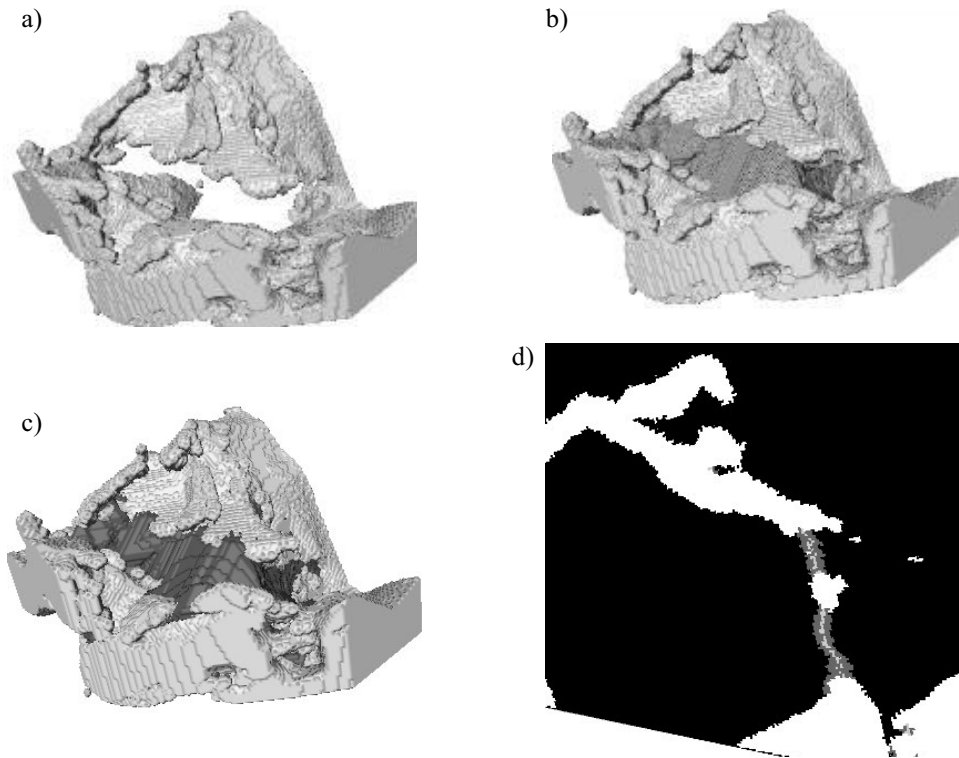
- Jest łatwy w użytkowaniu: wymaga tylko odpowiedniego ustawienia jednego parametru: (wartości progowej funkcji bisektor w celu realizacji filtrowania szkieletu).
- jest szybki, ponieważ większość jego kroków jest optymalna odnośnie złożoności obliczeniowej i pamięciowej

Przykłady rezultatów AlgSO zaprezentowano na rysunkach 4, 5. W obu przypadkach wszystkie otwory zostały zamknięte, a grubość obiektów wypełniających otwory odpowiada grubości obiektów wypełnianych, co szczególnie łatwo zaobserwować w przypadku rysunku 4. Stąd dwa warunki dotyczące segmentacji otworów zdefiniowane w rozdziale 3, zostały spełnione. Rysunek 5d prezentuje typowy przekrój przez szczelinę z wypełnionymi otworami, zaprezentowaną na rysunku 5c. Przekrój objętości wypełniającej otwór zaprezentowano ciemnym odcieniem szarości. Łatwo zauważyć, że grubość objętości wypełniającej odpowiada grubości wypełnianej szczeliny. Dodatkowo jasnym odcieniem szarości zaznaczono przekrój łąty zamykającej otwór w szczelinie. Przekrój ten jest grubości jednego woksela i znajduje się w centrum przekroju reprezentującego obiekt wypełniający otwór.



**Rys. 4.** Wizualizacja obiektu 3D, który może być interpretowany jako fragment łańcucha z ogniwami o różnej grubości (a), fragment łańcucha z wypełnionymi otworami (ciemny odcień szarości) (b), fragment łańcucha z wypełnionymi otworami – obiekt obrócony o 180° wokół swojej osi pionowej (c)





**Rys. 5.** Przykład wypełniania i zamykania otworu w szczelinie: a) Wizualizacja obiektu szczeliny, która posiada dużych rozmiarów otwór reprezentujący most. b) Wynik zastosowania AZO (ciemny odcień szarości) nałożony na obraz szczeliny. c) Wynik zastosowania AlgSO (ciemny odcień szarości) nałożony na obraz szczeliny. d) Wizualizacja przekroju szczeliny (biały kolor), obiektu wypełniającego otwór w szczelinie (ciemny szary) i obiektu zamykającego otwór (jasny szary) na tle obiektu wypełniającego. Widać, że grubość obiektu wypełniającego odpowiada grubości szczeliny natomiast obiekt zamykający jest bardzo cienki – grubość jednego woksela

## 6. Wnioski końcowe

W niniejszym artykule autorzy zaprezentowali wydajny algorytm wypełniania otworów w obiektach wolumetrycznych. Algorytm został przetestowany zarówno na sztucznie skonstruowanych obrazach, jak i obrazach reprezentujących propagacje szczeliny korozyjno-naprężeniowej wewnątrz stali nierdzewnej, ponieważ segmentacja wiązań mostowych występujących podczas pęknięć korozyjno-naprężeniowych stali nierdzewnej jest głównym zastosowaniem zaprezentowanego algorytmu. Wizualna analiza rezultatów pokazuje, że grubość wysegmentowanych otworów odpowiada grubości obiektów wejściowych w pobliżu otworu. Zgodnie z wiedzą autorów AlgSO jest pierwszym algorytmem segmentacji otworów w obiektach wolumetrycznych.

## Podziękowania

Prace opisane w niniejszym artykule są sponsorowane przez Unię Europejską, Szósty Program Ramowy, Marie Curie Transfer of Knowledge Action (DENIDIA, contract No.: MTKD-CT-2006-039546). Opublikowane prace prezentują punkt widzenia autorów i Społeczność Europejska nie jest odpowiedzialna za skutki, jakie może przynieść wykorzystanie wiedzy zawartej w niniejszym artykule.

Autorzy pragną podziękować James Marrow z Materials Performance Centre, Schools of Materials, University of Manchester, UK, za udostępnienie obrazów 3D propagacji szczeliny w stali nierdzewnej do testów.

## Literatura

- [1] Aktouf Z., Bertrand G., Perroton L., *A three-dimensional holes closing algorithm*. Pattern Recognition Letters, 23, 2002, 523–31.
- [2] Attali D., Montanvert A., *Modeling noise for a better simplification of skeletons*. Proc. of International Conference on Image Processing, III, 1996, 13–16.
- [3] Babout L., Marrow T.J., Engelberg D., Withers P.J., *X-ray microtomographic observation of intergranular stress corrosion cracking in sensitised austenitic stainless steel*. Materials Science and Technology, 22, 2006, 1068–1075.
- [4] Bertrand G., *Simple points, topological numbers and geodesic neighborhoods in cubic grids*. Pattern Recognition Letters, 15, 1994, 1003–1011.
- [5] Couprie M., Coeurjolly D., Zrou R., *Discrete bisector function and Euclidean skeleton in 2D and 3D*. Image Vision Comput., 25, 2007, 1543–1556.
- [6] Graham M., Gibbs J., Higgins W., *Robust system for human airway-tree segmentation*. SPIE Conf. on Medical Imaging 2008: Image Processing, 6914, 2008, 69141J–69141J–18.
- [7] Janaszewski M., Babout L., Postolski M., Jopek., *Zamykanie otworów w trójwymiarowych obiektach wolumetrycznych*. Automatyka (półrocznik AGH), t. 13, z. 3, 2009.
- [8] Janaszewski M., Couprie M., Babout L., *Hole filling in 3D volumetric objects*, Pattern Recognition. wysłany do Pattern Recognition.
- [9] Kong T.Y., *A digital fundamental group*. Computer Graphics, 13, 1989, 159–166.
- [10] Kong T.Y., Rosenfeld A., *Digital topology: Introduction and survey*. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 48, 1989, 357–393.
- [11] Postolski M., Janaszewski M., Fabijańska A., Babout L., Couprie M., Jędrzejczyk M., Stefańczyk L., *Reliable Airway Tree Segmentation Based on Hole Closing in Bronchial Walls*. Computer Recognition Systems 3, Springer, 2009, w druku.
- [12] Tschirren J., Hoffman E., McLennan G., Sonka M., *Intrathoracic airway trees: segmentation and airway morphology analysis from low-dose CT scans*. IEEE Trans. Med. Imaging, 24, 2005, 1529–1539.