

Sferyczne i asferyczne soczewki okularowe, część 1



Doc. dr hab. inż. MAREK ZAJĄC, Zespół Optyki Widzenia, Instytut Fizyki Politechniki Wrocławskiej

Dużo się mówi ostatnio o asferycznych soczewkach okularowych, jednak naprawdę wiedza o nich jest dość uboga. Na ich temat istnieje wiele popularnych opinii i poglądów, ale nie rzadko są one nieprecyzyjne czy wręcz nieprawdziwe. Warto zatem poświęcić temu tematowi nieco uwagi. Zanim jednak zajmiemy się soczewkami asferycznymi, wypada poświęcić kilka zdań na przypomnienie historii korekcji wad refrakcji okularami.

Trochę historii

Soczewki są znane już od co najmniej 700 lat. Na początku były to bardzo proste bryłki przezroczystego materiału, na przykład kryształu górskiego, o kształcie odcinka kuli. Takie „kamienie do czytania” (tak nazywano pierwsze soczewki) kładziono płaską stroną na karcie książki, by uzyskać powiększony obraz liter, co ułatwiało czytanie. Pisanie było oczywiście utrudnione, bo trzeba było trzymać soczewkę w ręce. Nie było to wygodne, wynaleziono więc sposób takiego mocowania soczewek w oprawkach, by można je było łatwo utrzymywać przed oczyma. W ten sposób, dzięki oprawkom składającym się m.in. z mostka i zauszników, powstały okulary – takie, jak rozumiemy je obecnie. Te XVIII-wieczne okulary zmieniły się do dzisiaj właściwie niewiele. Oczywiście pojawiały się nowe tworzywa, kształty i konstrukcje opraw,

a także materiały, z których wykonywano soczewki, jednak zasadniczo aż do połowy XX wieku soczewki okularowe były niemal takie same: miały obie powierzchnie płaskie lub sferyczne¹.

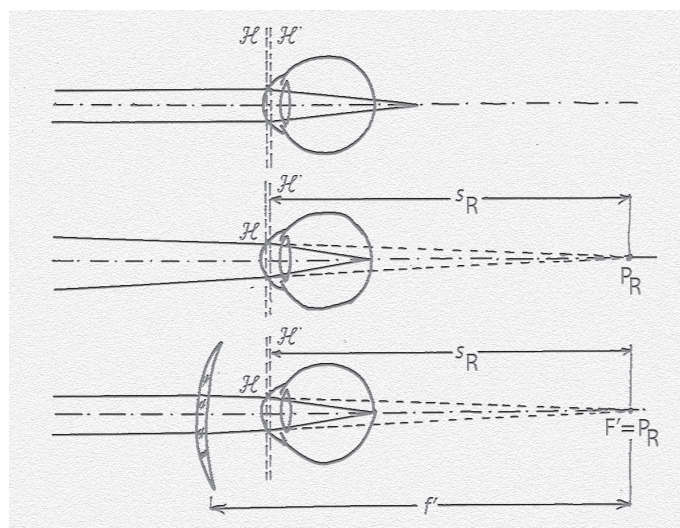
To względy technologiczne, a konkretnie sposoby szlifowania i polewania, narzucały kształty powierzchni ograniczone do płaszczyzny i powierzchni kulistej. Soczewki mogły więc być dwuwypukłe, dwuwklęsłe, płasko-wypukłe, płasko-wklęsłe czy wypukło-wklęsłe, ale zawsze powierzchnia zakrzywiona była sferyczna. Dopiero ostatnie lata – w praktyce druga połowa ubiegłego wieku – przyniosła przydatne praktycznie, a przede wszystkim opłacalne ekonomicznie technologie wykonywania niesferycznych powierzchni optycznych.

Odwzorowanie i aberracje

Dziś soczewki asferyczne podbijają stopniowo rynek, zwłaszcza w optyce okularowej. Coraz większe znaczenie ma więc pytanie: czym szczególnym charakteryzują się takie soczewki? Czy są istotnie lepsze od klasycznych soczewek o powierzchniach kulistych? Żeby odpowiedzieć na to pytanie, najpierw należy uświadomić sobie, jaka jest rola okularów stosowanych do korekcji wad refrakcji. Dla uproszczenia ograniczymy się do wad sferycznych: krótko- i dalekowzroczności.

Otóż wbrew powszechnemu mniemaniu soczewki okularowe nie powodują zmiany zdolności zbierającej układu optycznego oka (jego mocy dioptryjnej). Ich rola polega na czymś zupełnie innym. Każdemu oku, miarowemu lub nie, można przypisać pewien punkt w przestrzeni zwany **punktem dali wzrokowej** (*punctum remotum*). Jest to taki punkt, który układ optyczny oka (bez akomodacji) odwzorowuje na

dnie oka – na dołeczku siatkówki. Innymi słowy: wtedy i tylko wtedy, gdy obserwowany przedmiot znajduje się w punkcie dali wzrokowej, na siatkówce tworzy się jego ostry obraz. Cały problem w tym, że o ile w przypadku oka miarowego punkt dali wzrokowej leży w nieskończoności (a zatem bez akomodacji osoba normalnowzroczna widzi wyraźnie przedmioty dalekie), o tyle w oku niemiarym ten punkt leży w większej lub mniejszej odległości przed okiem (co oznacza krótkowzroczność – myopię) lub jest pozorny i leży za okiem (co oznacza dalekowzroczność – hiperopię). Rolą okularów jest, by, nie zmieniając właściwości optycznych oka², „przenieść” przedmiot z miejsca, gdzie w rzeczywistości jest, do miejsca, z którego oko widzi wyraźnie; innymi słowy odwzorować obserwowany przedmiot w punkcie dali wzrokowej, czyli utworzyć w tym punkcie jego obraz (rys. 1).



Rys. 1. Oko dalekowzroczne i korekcja dalekowzroczności soczewką okularową. P_R – punkt dali wzrokowej; s_R – odległość od oka do punktu dali wzrokowej ($R=1/s_R$ – refrakcja oka); F' – ognisko obrazowe soczewki korekcyjnej; f' – ogniskowa soczewki korekcyjnej

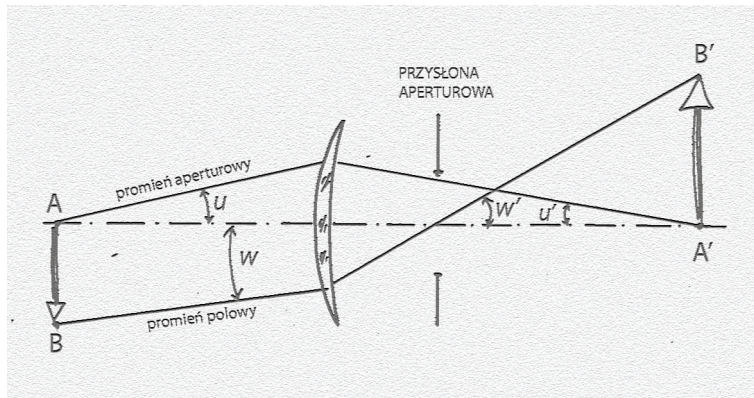
Jaki powinien być ten obraz? Oczywiście: dobry, ba! jak najlepszy! Ale co to znaczy? Jak można ocenić, czy obraz utworzony przez soczewkę jest dobry czy zły? Jak można porównać obrazy dawane przez dwie różne soczewki?

Jakość obrazu dawanego przez dowolny układ optyczny, czy też raczej jakość odwzorowania, można opisać różnymi miarami: wielkością dwupunktowej zdolności rozdzielczej, plamką rozmycia, optyczną funkcja przenoszenia, itp. Przy projektowaniu układów optycznych najważniejszą taką miarą wydają się aberracje. Pojęcie aberracji geometrycznych zostało wprowadzone w latach 1855–1856 przez Ludwiga von Seidela, który zdefiniował pięć tzw. sum Seidela. Są nimi: aberracja sferyczna (SI), koma (SII), astygmatyzm (SIII), krzywizna pola (SIV) i dystorsja (SV); stąd mówimy dziś o aberracjach Seidela. Skupimy się na tym opisie.

na tym opisie.

Aby soczewka dawała idealny obraz, musiałaby łaćmywać padające na nią promienie świetlne w ten sposób, by za nią powstał pęk promieni przecinających się w jednym punkcie – w obrazie gaussowskim, rzeczywistym lub pozornym. Obrazem punktu byłby wtedy punkt. Niestety, taka sytuacja nigdy się nie zdarza, po części ze względu na dyfrakcję (ugięcie) światła³, po części właśnie ze względu na aberracje⁴.

Aberracje odwzorowania zależą od kształtu soczewki (promieni krzywizn, grubości) i parametrów materiału, z którego jest ona wykonana, od położenia przedmiotu, w tym jego kątowej odległości od osi soczewki (czyli kąta połowego między osią a promieniem głównym), od rozwartości wiązki światła wchodzącej do soczewki (czyli kąta aperturowego pomiędzy skrajnymi promieniami), a także od położenia źrenicy, czyli przysłony (lub jej obrazu) najbardziej ograniczającej rozwartość (aperturę) wiązki światła. Wszystkie te wielkości charakteryzujące odwzorowanie zaznaczono na rysunku 2.



Rys. 2. Bieg promienia połowego i aperturowego przez soczewkę z wysuniętą źrenicą: u, u' – kąty aperturowe (przedmiotowy i obrazowy); w, w' – kąty połowe (przedmiotowy i obrazowy); AB – przedmiot; $A'B'$ – obraz

STOWARZYSZENIE
OSWIATOWCÓW
POLSKICH

SPOŁECZNY ZESPÓŁ SZKÓŁ POLICEALNYCH SOP w ŁODZI
90-242 Łódź, ul. Kopcińskiego 5/11 tel. (042) 678-56-75, tel./fax (042) 678-56-79

www.szs-sop.pl

✓ Treści kształcenia

- fizjologia oka i optometria
- optyka
- technologia
- rysunek techniczny
- pracownia optometryczna
- pracownia optyczna
- refraktometria
- pracownia salonu optycznego
- elektrotechnika z elektroniką
- podstawy psychologii pracy
- informatyka

✓ Nauka trwa 2 lata

✓ System kształcenia dzienny, zaoczny

POLICEALNA SZKOŁA OPTYCZNA

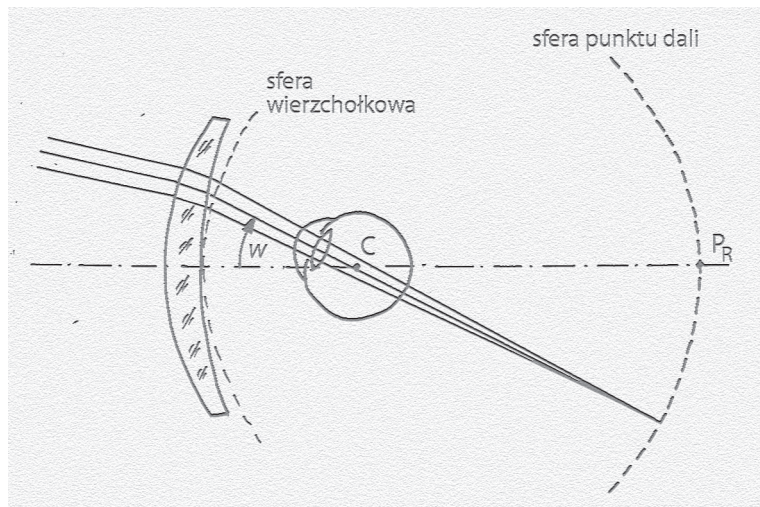
Zawód:
TECHNIK OPTYK

Specjalności:
OPTYKA OKULAROWA
REFRAKTOMETRIA

DOBRY ZAWÓD = PEWNA PRACA

Gdy odwzorowywany przedmiot leży na osi soczewki, czyli kąt polowy równy jest zeru, to jedyną monochromatyczną⁵ aberracją Seidela jest aberracja sferyczna. Powoduje ona rozmycie obrazu, a wielkość tego rozmycia zależy od czwartej potęgi kąta aperturowego. Kąt aperturowy zależy w przypadku układu oko plus okulary od średnicy źrenicy oka i w typowym przypadku jest niewielki. Postępując się terminologią fotograficzną można określić tzw. jasność względną oka na $F/25$. Oznacza

przestrzeni (pod różnymi kątami polowymi) powinny zatem być odwzorowane przez nieruchomą soczewkę okularową na tej właśnie sferze. Oznaczałoby to prawidłową korekcję dla wszystkich kątów polowych. Podobnie do sfery punktu dali określamy sferę wierzchołkową (*vertex sphere*), zatoczoną ze środka obrotu oka promieniem równym odległości od tegoż środka do tylnej powierzchni soczewki, liczoną wzdłuż osi. Obie te sfery ilustruje rysunek 3.



Rys. 3. Oko dalekowzroczne z korekcyjną soczewką okularową: P_R – punkt dali wzrokowej; C – środek obrotu oka; w – kąt pola widzenia

to, że aberracja sferyczna jest znikomo mała. Z tego względu w rozważaniach nad jakością obrazu danego przez soczewkę okularową na ogół pomija się jej wpływ.

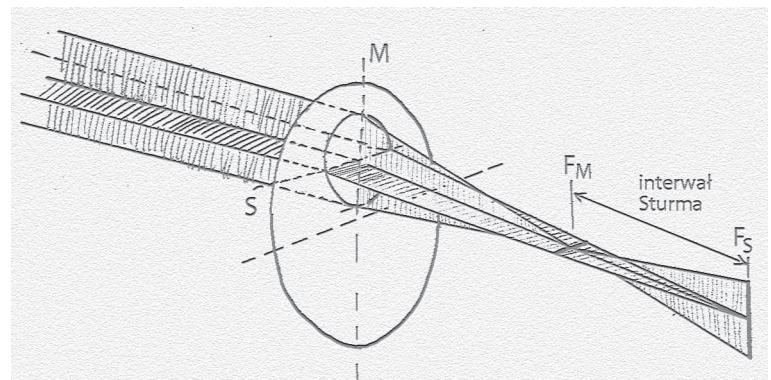
Znacznie większe znaczenie dla jakości obrazu mają **aberracje polowe**, występujące, gdy przedmiot leży poza osią optyczną soczewki. Żeby je oszacować, musimy zwrócić uwagę na specyficzne ustawienie wzajemne oka i soczewki okularowej. Układ optyczny złożony z oka i okularów ma pewną szczególną cechę, polegającą na tym, że zmiana kierunku patrzenia dokonuje się przez obrót oka, przy praktycznie nieruchomej soczewce okularowej. Aby obserwować przedmiot leżący poza osią, gałka oczna obraca się (ale soczewka okularowa pozostaje nieruchoma). Wraz z obrotem oka punkt dali wzrokowej przemieszcza się, zataczając okrąg wokół środka obrotu oka. Powstaje sfera punktu dali. Jej środkiem jest oczywiście środek obrotu oka, a promieniem – odległość od tego punktu do punktu dali wzrokowej, która zależy od wielkości refrakcji oka. Obrazy przedmiotów leżących w różnych kierunkach

od przedmiotów leżących poza osią soczewki okularowej – przebijają jej powierzchnię stosunkowo daleko od jej środka. Inaczej można opisać ten efekt przyjmując, że efektywna źrenica układu optycznego utworzonego przez oko i soczewkę okularową znajduje się poza soczewką, w środku obrotu gałki ocznej. Ponieważ soczewka okularowa jest usytuowana w odległości około 14,5 mm od rogówki, a średnica gałki ocznej wynosi około 25 mm, to wysunięcie efektywnej źrenicy poza soczewkę okularową ma wartość około 27 mm. Takie wysunięcie efektywnej źrenicy sprawia, że aberracje wiązek skośnych (aberracje pozaosiowe, polowe) są znaczne i mają zasadniczy wpływ na jakość odwzorowania.

W przypadku wiązek światła przechodzących przez soczewkę okularową skośnie i to na dodatek ponad jej osią (na skutek wspomnianego wysunięcia źrenicy), istotny wpływ na jakość obrazu mają astygmatyzm i krzywizna pola. Wyobraźmy sobie stosunkowo wąską wiązkę promieni przechodzącą przez soczewkę w pobliżu pewnego punktu powyżej jej osi. Możemy ją w myśli przeciąć

płaszczyzną przechodzącą przez centrum tej wiązki (czyli przez promień główny) oraz osi soczewki. Jest to **płaszczyzna merydionalna** (czasami nazywana tangencjalną) – na naszym rysunku jest to płaszczyzna kartki. Możemy też tę samą wiązkę przeciąć płaszczyzną prostopadłą do poprzedniej – jest to **płaszczyzna sagitalna**, na naszym rysunku prostopadła do powierzchni kartki.

Gdybyśmy śledzili tylko promienie leżące w płaszczyźnie merydionalnej, to zauważyliby-



Rys. 4. Astygmatyzm wiązki skośnej; M, S – przekrój merydionalny i sagitalny; F_M , F_S – ogniska merydionalne i sagitalne

Jak widać z rysunku 3, promienie skośne – biegnące

śmy, że za soczewką przetną się one w pewnym punkcie, tworząc ognisko merydionalne. Podobnie analizując bieg promieni w przekroju sagitalnym, odkrylibyśmy ognisko sagitalne. Jeśli teraz spojrzymy na wszystkie promienie tej wiązki to stwierdzimy, że ognisko merydionalne stało się odcinkiem (linią ogniskową) prostopadłym do płaszczyzny merydionalnej, a ognisko sagitalne stało się odcinkiem prostopadłym do płaszczyzny sagitalnej. Zamiast jednego, „porządnego” ogniska, mamy więc dwie linie ogniskowe, prostopadłe do siebie i leżące w różnych odległościach od soczewki (rys. 4). Odległość między tymi liniami ogniskowymi nazywa się **interwałem Sturma** i jest miarą astygmatyzmu.

Jeżeli przedmiot składa się z wielu punktów leżących w płaszczyźnie prostopadłej do osi soczewki, to w przypadku idealnego odwzorowania obrazy wszystkich tych punktów powinny być punktami i leżeć na płaszczyźnie obrazu geometrycznego prostopadłej do osi optycznej (na płaszczyźnie Gaussa). Przy przedmiocie nieskończenie odległym jest to płaszczyzna ogniskowa. Astygmatyzm i krzywizna pola powodują, że wiązki skośne biegnące od poszczególnych punktów rozciągniętego przedmiotu nie skupiają się na tej

MEGAELASTYCZNE PROMOCJE INDYWIDUALNE

Do końca **MARCA 2010!**

Wybierasz promocję, którą lubisz najbardziej!

42 nagrody m.in.:



102
PUNKTY

KRUPS Dolce Gusto



127
PUNKTÓW

Aparat fotograficzny SONY
DSC-W230/3"/12 Mpix



6
PUNKTÓW

Kubek
termoizolacyjny



6
PUNKTÓW

Zegar ścienny



20
PUNKTÓW

Bon upominkowy
MEDIA MARKET
100 zł



6
PUNKTÓW

Parasolka z logo
JAI KUDO



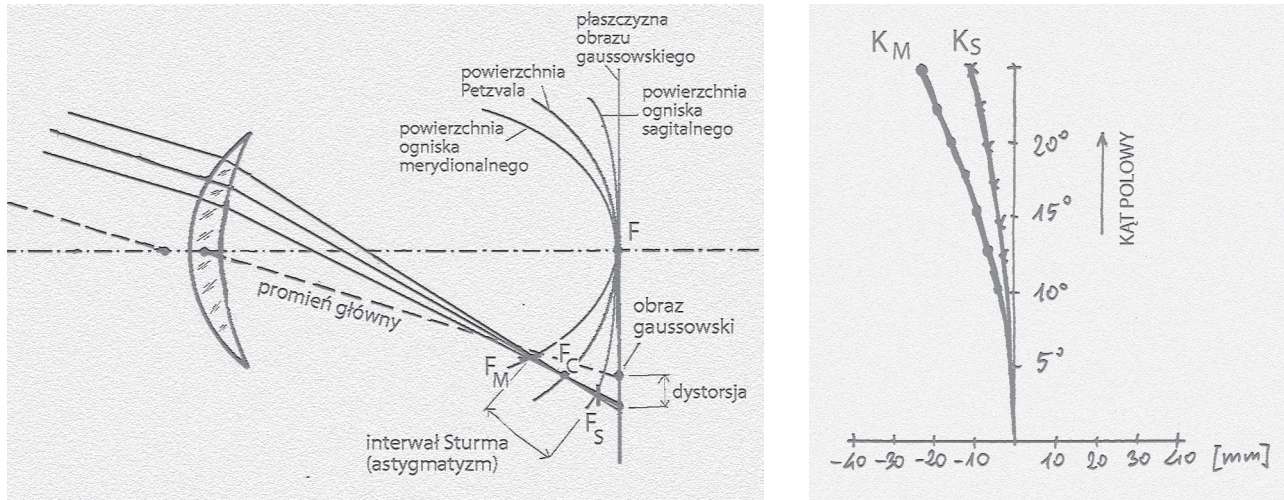
41
PUNKTÓW

Komplet walizek
100 L, 80 L i 60 L

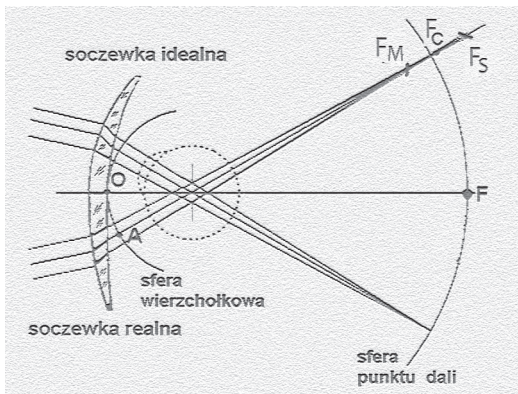


Kupuj soczewki JAI KUDO i wybierz:

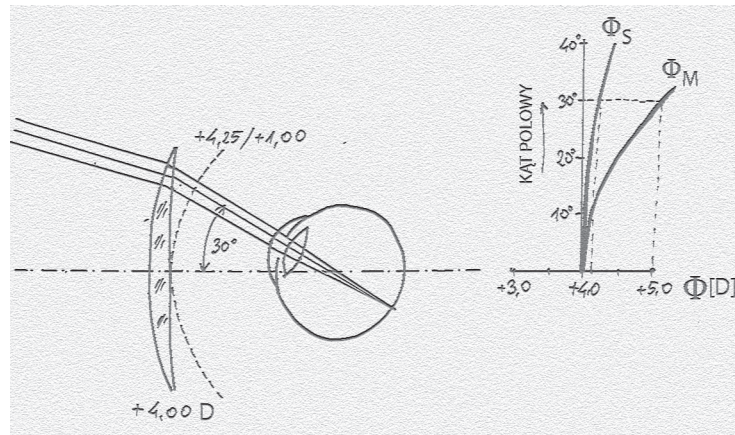
- **MEGA PUNKTY**, które wymieniasz na atrakcyjne nagrody Premium (1 **MEGA PUNKT** to 5 zł na nagrodę; **WIDEVIEW ZENIX** = nagroda za 6 pkt.)
- **Soczewki za 1 zł** (do 181 produktów z oferty JAI KUDO)
- **Bezpłatny plakat promocyjny** wspierający sprzedaż „Drużyna szkielek gratis”.



Rys. 5. Astygmatyzm, krzywizna pola i dystorsja soczewki: F – ognisko soczewki idealnej (na osi); F_M , F_S – ogniska merydionalne i sagitalne; F_C – punkt największego przewężenia wiązki promieni (najmniejszej plamki), wyznacza powierzchnię Petzvala. Odległość ogniska F_M lub F_S od płaszczyzny Gaussa to odpowiednio krzywizna merydionalna (K_M) i sagitalna (K_S). Poprzeczna odległość między obrazem Gaussowskim a rzeczywistym jest miarą dystorsji



Rys. 6. Soczewka okularowa idealna i obciążona astygmatyzmem: F_M , F_S – ogniska merydionalne i sagitalne; F_C – punkt największego przewężenia wiązki promieni



Rys. 7. Przykładowa soczewka okularowa i wykresy jej astygmatyzmu

płaszczyźnie. Soczewka obciążona omawianymi aberracjami nie ma jednego ogniska, lecz dwie linie ogniskowe, a ponadto nie leżą one na wspomnianej płaszczyźnie, ale tworzą dwie zakrzywione powierzchnie: powierzchnię ogniska merydionalnego i powierzchnię ogniska sagitalnego. Plamka najmniejszego rozmycia przypadająca pomiędzy obu liniami ogniskowymi także nie leży na płaszczyźnie Gaussa, ale na powierzchni zakrzywionej zwanej powierzchnią Petzvala. Obok płaszczyzny Gaussa (idealnej, teoretycznej) mamy więc trzy powierzchnie zakrzywione, każda odgrywająca w pewnym sensie rolę powierzchni obrazowej.

Klasyczną miarą aberracji astygmatyzmu i krzywizny pola jest odległość merydionalnego lub sagitalnego ogniska od płaszczyzny Gaussa dla różnych kątów połowych. Takie zależności przedstawia się graficznie w postaci wykresów krzywizny merydionalnej i sagitalnej, gdzie na osi pionowej odmierza się kąt połowy, a na osi poziomej – odległość danej

linii ogniskowej od płaszczyzny ogniskowej. Ilustruje to rysunek 5. Dodatkowo zaznaczono na nim wielkość dystorsji. **Dystorsja** jest aberracją niepsującą ostrości, ale powodującą zniekształcenie obrazu poprzez zmianę powiększenia dla różnych kątów połowych.

W optyce okularowej najbardziej istotne jest jednak, by punktowy obraz (pojedynczy!) powstawał na powierzchni sfery punktu dali – a nie na płaszczyźnie. Dlatego nieco inaczej definiuje się aberracje polowe: **astygmatyzm wiązek skośnych** (*oblique astigmatic error*, *marginal astigmatic error* = *OAE*) oraz **błąd mocy** (*mean oblique error* = *MOE*). Obie te aberracje wyraża się w jednostkach mocy, tzn. dioptriach. Definiuje się je jako różnicę mocy czołowej (na przykład w przekroju merydionalnym lub sagitalnym) pomiędzy wartością rzeczywiście wypadającą dla danego kąta połowego, a wartością nominalną – osiową, wierzchołkową (rys. 6). Błąd mocy ma sens przeogniskowania zależnego od kierunku patrzenia.

Przypominamy, że przez moc czołową w optyce okularowej rozumie się odwrotność odległości od tylnej powierzchni soczewki do ogniska. Zgodnie z tym określeniem definiuje się moc czołową $\Phi_{cz} = \frac{1}{OF}$

moc czołową merydionalną $\Phi_{czM} = \frac{1}{AF_M}$

moc czołową sagitalną $\Phi_{czS} = \frac{1}{AF_S}$

oraz moc czołową średnią $\Phi_{cz} = \frac{1}{AF_C}$

a w konsekwencji astygmatyzm wiązki skośnej określony jest jako

$$OAE = \Phi_{czM} - \Phi_{czS} = \frac{1}{AF_M} - \frac{1}{AF_S}$$

a błąd mocy jako

$$MOE = \Phi_{cz} - \Phi_{czC} = \frac{1}{OF} - \frac{1}{AF_C}$$

W przykładzie przedstawionym na rysunku 7 (na stronie obok) przedstawiona jest jednoogniskowa soczewka okularowa o nominalnej mocy $\Phi = +4,00$ D. Z wykresu aberracji widać, że na przykład przy kącie połowym równym 30° soczewka ta ma w przekroju merydionalnym moc $\Phi_M = +5,25$ D, a w przekroju sagitalnym moc $\Phi_S = +4,25$ D. Przy takim skośnym kierunku patrzenia soczewka stała się więc astygmatyczna (sferocylindryczna) o mocy, którą można zapisać jako: sph.: +4,25 D, cyl.: +0,75 D x 180° .⁶

Aberracje odwzorowania zależą od kształtu soczewki (a więc promieni krzywizn jej powierzchni i grubości na osi), odległości przedmiotowej, ale także od odległości wierzchołkowej (czyli położenia pozornej źrenicy). W przypadku sferycznej soczewki okularowej większość tych parametrów jest ustalona z góry albo też musi zawierać się w stosunkowo wąskim przedziale z powodów technologicznych. W istocie rzeczy, przy ustalonej mocy, można zmieniać jedynie proporcję krzywizn pierwszej i drugiej powierzchni. Taka sytuacja ogranicza w bardzo wielkim stopniu możliwości korekcji aberracji.

Korekcja aberracji

Najstarsze próby świadomego zaprojektowania soczewek okularowych o korygowanych aberracjach pochodzą z początku XVII wieku, kiedy to Johannes Kepler zaprojektował soczewki meniskowe (wypukło-wklęsłe), sprzedawane następnie przez paryskiego optyka Burgeois. W roku 1690 Christiaan Huygens opracował soczewki o minimalizowanej aberracji sferycznej (dwuwypukłe, o stosunku promieni krzywizn obu powierzchni jak 6:1).

W roku 1804 William H. Wollaston stwierdził, że korekcja aberracji połowych jest ważniejsza niż korekcja aberracji sferycznej i zaprojektował soczewkę okularową ze zredukowanym astygmatyzmem wiązek skośnych. Soczewki skonstruowane według jego wskazań, o dużych krzywiznach i niewielkim astygmatyzmie dla stosunkowo dużego pola widzenia, bywają określane jako „peryskopijne”. Soczewki takie były sprzedawane przez optyków Voigtländera i Buscha (od 1825 roku), a następnie przez firmę Rodenstock (od 1879). W roku 1867 niemiecka firma Nit-sche und Günther wyprodukowała soczewki

będące pewną odmianą soczewek peryskopijnych. Soczewki dodatnie miały powierzchnię bazową o mocy $-1,25$ D, a soczewki ujemne – powierzchnię bazową o mocy $+1,25$ D.

Kolejny krok uczynił fizyk George Airy, który zajął się analizą matematyczną astygmatyzmu wiązek skośnych, wprowadził pojęcie krzywizny Petzvala opisujące zakrzywienie powierzchni obrazu i zaprojektował pierwsze soczewki sferocylindryczne dla korekcji nie-zborności (1827). Formuły trygonometryczne opisujące bieg promieni skośnych przez soczewkę sferyczną wyprowadził Coddington (1829).

Te podstawy teoretyczne pozwoliły na podjęcie prac nad zaprojektowaniem soczewek okularowych z uwzględnieniem konieczności zminimalizowania aberracji wiązek skośnych. Pierwsze, jeszcze niedokładne obliczenia analityczne kształtu soczewek wolnych od astygmatyzmu wiązek skośnych wykonał Francuz Ostwald w roku 1898. W Danii Marius Tscherning przeprowadził dokładne obliczenia analityczne kształtu soczewek wolnych od astygmatyzmu wiązek skośnych, uzyskując

**OPHTALMICA
NOWAKOWSKI**

t. +48 071 785 09 68
ul. Parandowskiego 21
54-622 Wrocław
biuro@ophthalmica.pl

Taniej niż myślisz
PEŁNY WYBÓR POMOCY OPTYCZNYCH

www.ophthalmica.pl

rozwiązania dla mocy zawartych w granicach od -23 D do +8 D. Wyniki tej pracy zostały opublikowane w roku 1904. Graficzne ilustracje rozwiązań mają postać elips, stąd pojawiło się pojęcie **elipsy Tscherninga** (nazwy tej użył po raz pierwszy Otto Henker w pracy „Introduction to the theory of spectacles”). Powstałe obliczenia pozwoliły dobierać krzywizny powierzchni bazowych w taki sposób, by minimalizować wpływ astygmatyzmu wiązek skośnych. Szczegółowe omówienie konstrukcji soczewek okularowych wolnych od astygmatyzmu podał James P.C. Southal w 1926 roku.

Do aberracji pozaosiowych w opisie Seidela, oprócz astygmatyzmu i krzywizny pola, zalicza się **kome** i **dystorsję**. Koma jest co prawda aberracją polową, występującą wtedy, gdy odwzorowywany przedmiot leży poza osią układu optycznego, ale zależy także silnie od apertury (od jej trzeciej potęgi). Dlatego w przypadku okularów jej wpływ na jakość obrazu jest stosunkowo niewielki. Dystorsja, czyli aberracja polegająca na zależności powiększenia od kąta polowego, nie psuje ostrości obrazu. Mimo to jej wpływ na jakość obrazu danego przez okulary jest istotny, gdyż powoduje pozorne zakrzywienie obrazu, co często jest przyczyną skarg użytkowników. Jest więc brana także pod uwagę, ale, rzec można, „w drugiej kolejności”.

Analityczne rozwiązanie problemu korekcji astygmatyzmu wiązek skośnych podane przez Tscherninga i Southala może być przedstawione w postaci równania drugiego stopnia na moc pierwszej powierzchni (bazowej) Φ_1 :

$$(n+2)\Phi_1^2 - A\Phi_1 - B = 0 \quad (1)$$

gdzie parametry A oraz B mają postać następującą:

$$A = (n+2)\Phi + 2(n^2 - 1)(S + D)$$

$$B = (n^2 - 1)[(n-2)\Phi - 2(n-1)D]S + n[\Phi + (n-1)D]^2$$

W powyższych wzorach n oznacza współczynnik załamania materiału soczewki, D jest odwrotnością odległości wierzchołkowej (*vertex distance*), S jest odwrotnością odległości przedmiotu od oka, zaś Φ jest całkowitą mocą soczewki.

Nieco inną postać analogicznego równania można znaleźć w pracach polskich autorów:

Henryka Melanowskiego czy Janiny Bartkowskiej:

$$a\Phi_1^2 + b\Phi_1 + c = 0 \quad (2)$$

gdzie:

$$a = \frac{n+2}{n(n-1)^2}$$

$$b = -a\Phi - \frac{2n+2}{n(n-1)}(S + D)$$

$$c = \left(\frac{\Phi}{n-1} + D\right)^2 + \frac{n+1}{n}S\left[\frac{(2-n)\Phi}{n-1} + 2D\right]$$

Różnice wynikają z przyjęcia nieco innych przybliżeń przy wyprowadzaniu wzorów na współczynniki aberracji Seidela.

W każdym przypadku jednak mamy dwa rozwiązania na wartość mocy powierzchni bazowej Φ_1 , ale istnieją one tylko dla określonego przedziału mocy całkowitej soczewki Φ . Graficznie na wykresie zależności Φ_1 od Φ ilustracją rozwiązania jest więc elipsa (zwana elipsą Tscherninga). Rysunek 8 przedstawia taką elipsę w przypadku soczewki do dali wykonanej z typowego szkła kronowego i przy standardowej odległości wierzchołkowej. Widać, że rozwiązania istnieją tylko dla skończonego przedziału mocy soczewki. W szczególności nie można zaprojektować wolnej od astygmatyzmu soczewki o powierzchniach sferycznych i mocy większej niż około +8 D. Warto

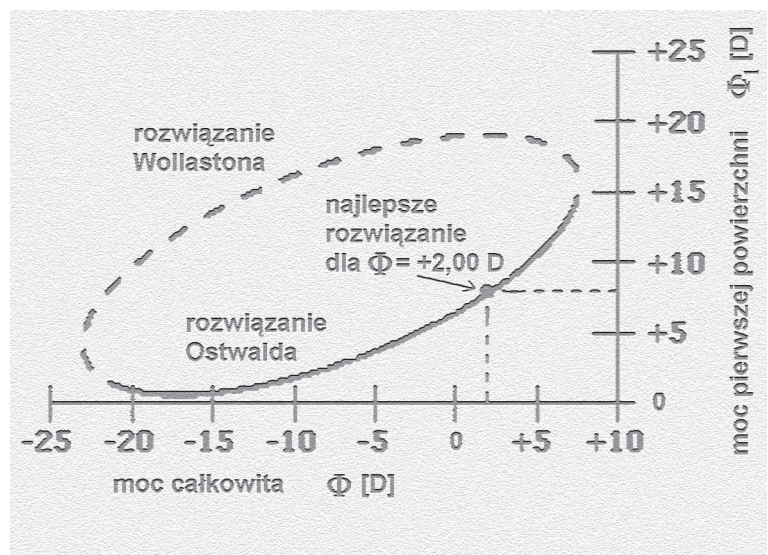
przypomnieć, że do korekcji bezsoczewkowości (afakii) potrzebne są soczewki dodatnie o mocy przekraczającej +10 D.

Dwie połówki elipsy ilustrują dwa możliwe rozwiązania. Górna połówka odpowiada

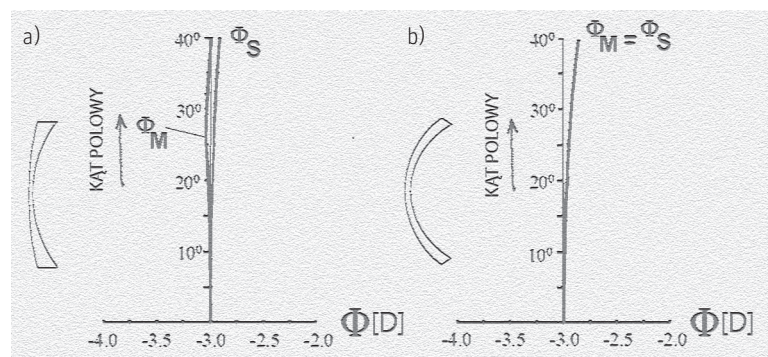
soczewkom o większej krzywiznie bazowej (bardziej wypukłej pierwszej powierzchni). Takie rozwiązanie nosi nazwę konstrukcji Wollastona. Dolna połówka elipsy ilustruje konstrukcję Ostwalda, czyli soczewki o mniejszej krzywiznie bazowej (bardziej płaskiej pierwszej powierzchni). Rozwiązanie Ostwalda jest bardziej estetyczne, ale rozwiązanie Wollastona zapewnia mniejszą dystorsję, a więc także bywa stosowane.

Rysunek 9 przedstawia (za Mo Jalie) przykłady soczewki o takiej samej mocy wykonanej według konstrukcji Ostwalda i Wollastona.

Rozwiązania równań (1) i (2) zależą od parametrów odwzorowania. Dla ilustracji rysunki 10a i 10b (obok) pokazują elipsy Tscherninga dla różnych wartości współczyn-



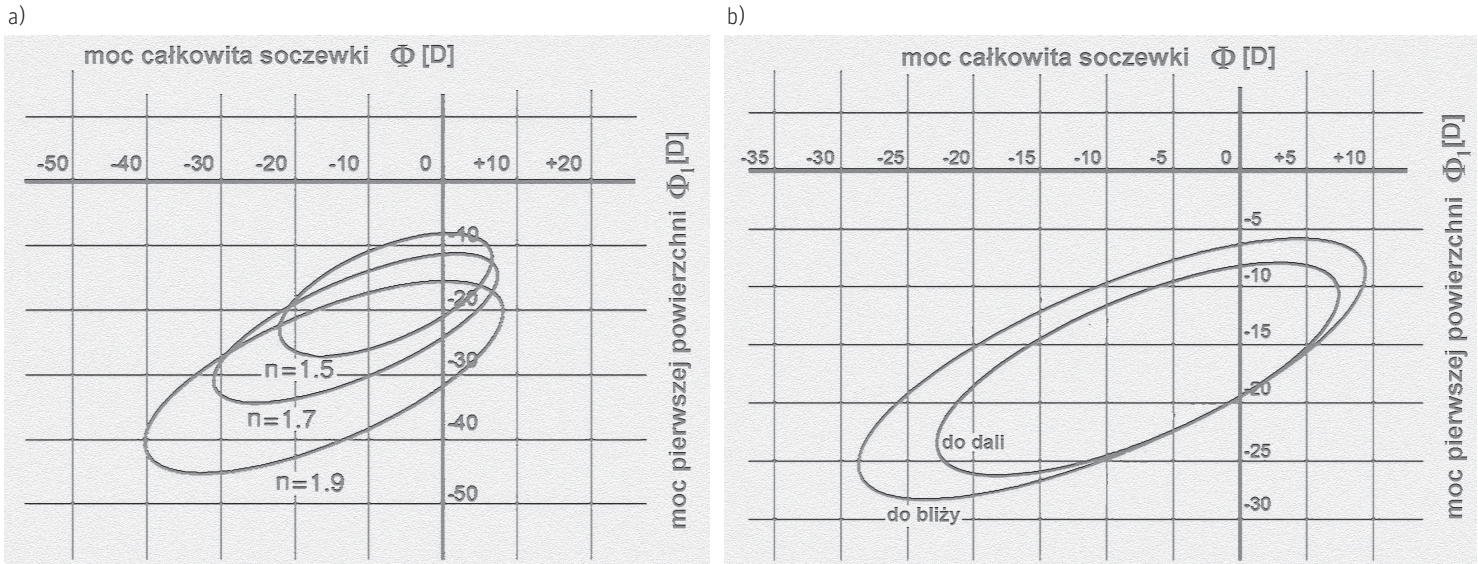
Rys. 8. Elipsa Tscherninga



Rys. 9. Przykłady aberracji dwóch soczewek o mocy -3,00 D: a) konstrukcja Ostwalda, moc pierwszej powierzchni +5,00 D, dystorsja przy kącie polowym $w = 30^\circ$ równa -2,9%, b) konstrukcja Wollastona, moc pierwszej powierzchni +17,85 D, dystorsja przy kącie polowym $w = 30^\circ$ równa -1,00% (wg Mo Jalie [12])

ników załamania oraz dla różnych odległości przedmiotowych.

Niektórzy autorzy przedstawiają rozwiązanie zagadnienia soczewki wolnej od astygmatyzmu w postaci zależności pomiędzy mocą



Rys. 10. Przykładowe elipsy Tscheringa dla: a) różnych współczynników załamania oraz b) różnych odległości przedmiotowych

całkowitą Φ a tzw. wygięciem soczewki Ψ , przy czym przez wygięcie rozumieją różnicę mocy pierwszej i drugiej powierzchni soczewki. Taką formułę podaje na przykład znana dobrze środowisku polskich optyków książka Gutkowskiego i Wagnerowskiego.

$$(\Phi + A)^2 + \left(\Psi \sqrt{\frac{3n-2}{n+2}} - B\right)^2 + C = 0 \quad (3)$$

gdzie A , B i C są parametrami zależnymi od współczynnika załamania, odległości przedmiotowej i odległości wierzchołkowej. Wnioski z tej formuły są identyczne jak przedstawione wyżej.

Soczewki, w których astygmatyzm wiązek skośnych pierwszej powierzchni jest kompensowany przez astygmatyzm wiązek skośnych drugiej powierzchni (gdyż oba mają przeciwne znaki) dla wszystkich kierunków patrzenia, noszą nazwę **punktalnych** (*point-focal*). Sfery ogniska merydionalnego i sagitalnego pokrywają się ze sobą, a także ze sferą Petzvala. Pojedyncze, punktowe ognisko leży wtedy na tejże powierzchni, która, niestety, nie pokrywa się ze sferą punktu dali. Występuje więc błąd mocy. Na ogół w przypadku soczewek ujemnych ten błąd ma także wartość ujemną, a w przypadku soczewek dodatnich ma wartość dodatnią. Skutkuje to niedokorygowaniem wady refrakcji przy patrzeniu skośnym. Osoby dalekowzroczne są wobec tego zdolne do skompensowania tego błędu przez akomodację, ale nie jest to możliwe w przypadku osób krótkowzrocznych. W typowych konstrukcjach soczewek punktalnych błąd mocy

nie przekracza 0,5 D. Takie soczewki zostały zaprojektowane na potrzeby firmy Zeiss przez Moritza von Rohra w latach 1908–1911. Soczewki punktalne zostały opatentowane i produkowane przez firmę Carl Zeiss, a także przez Bausch&Lomb.

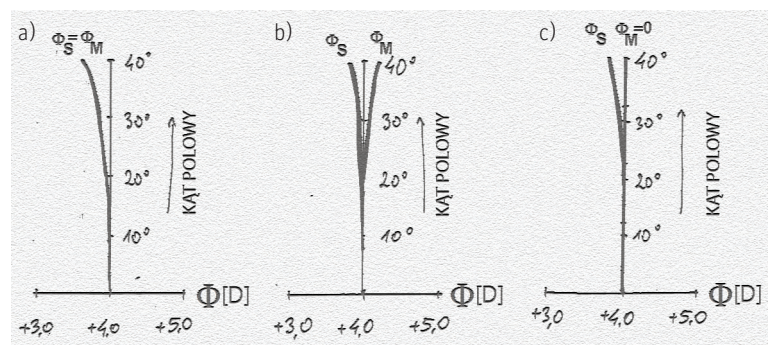
Archibald S. Percival (Anglia, 1914) zaproponował, by zamiast korekcy aberracji minimalizować plamkę rozmycia na powierzchni sfery punktu dali do średnicy porównywalnej z rozmiarem czopka dołeczkowego, przynajmniej dla kilku kątów połowych. Oznacza to sprowadzenie powierzchni Petzvala do pokrycia ze sferą punktu dali. Takie soczewki znane są jako „optymalne”. Konstrukcja Percivala oprócz zalety w postaci skorygowanego błędu mocy ma też wady. Najważniejszą jest duża wrażliwość na zmiany parametrów odwzorowania. Błędy akomodacji powodują, że plamka rozmycia na siatkówce staje się niesymetryczna.

Trzecią możliwością korekcy aberracji pozaosiowych jest sprowadzenie sfery ogniska merydionalnego do pokrycia z powierzchnią Petzvala. Takie rozwiązanie nie likwiduje co prawda całkowicie błędu mocy ani astygmatyzmu, ale na ogół pozwala utrzymać je w dopuszczalnych granicach.

Na początku XX wieku istniały więc trzy podejścia:

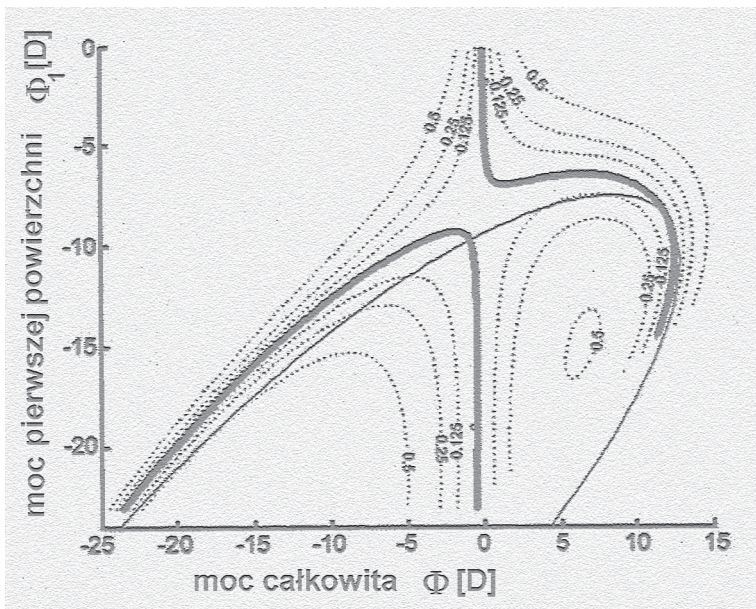
- konstrukcja punktalna, w której założono pełną korekcję astygmatyzmu;
- konstrukcja optymalna (Percivala), w której najmniejsza plamka rozmycia leży dokładnie na sferze punktu dali, nie ma więc błędu mocy;
- konstrukcja, w której koryguje się w pełni krzywiznę merydionalną.

Przykłady takich korekcy pokazane są na rysunku 11.

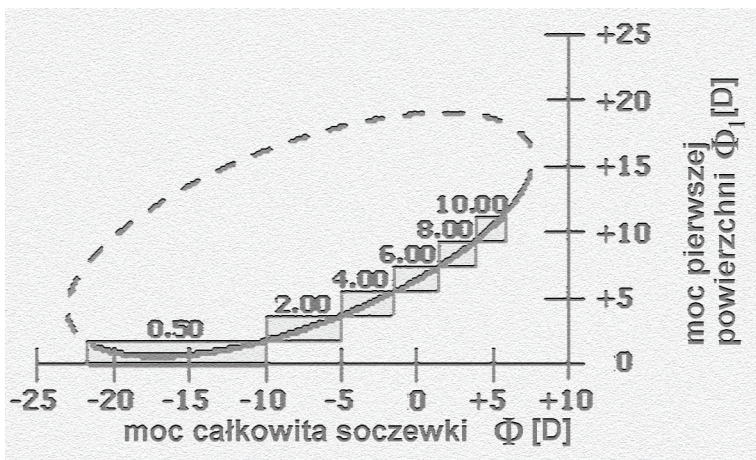


Rys. 11. Trzy możliwości korekcy aberracji wiązek skośnych w soczewce okularowej o mocy -4,00 D; a) konstrukcja punktalna, moc pierwszej powierzchni +5,00 D, b) konstrukcja optymalna, moc pierwszej powierzchni +3,87 D, c) korekcja astygmatyzmu merydionalnego, moc pierwszej powierzchni +3,25 D (wg [12])

Należy podkreślić, że elipsy Tscheringa przedstawiają konstrukcję punktalną. Nieco inny wykres otrzymuje się, przyjmując konstrukcję optymalną (Percivala). Rysunek 12 (na następnej stronie) przedstawia graficznie takie rozwiązanie (zaznaczone pogrubioną linią); cienka linia przedstawia odpowiednią elipsę Tscheringa, a linią punktową oznaczone są rozwiązania dające określone wartości astygmatyzmu. Widać, że konstrukcja



Rys. 12. Zależność astygmatyzmu wiązek skośnych od mocy pierwszej powierzchni i mocy całkowitej. Linia gruba cięta odpowiada zerowej wartości astygmatyzmu, cienka linia cięta ilustruje odpowiednią elipsę Tscherninga [10]



Rys. 13. Wybrane moce powierzchni bazowej dla określonych przedziałów mocy całkowitej soczewki

optymalna jest w praktyce bardzo zbliżona do konstrukcji punktalnej.

Porównanie soczewek sferycznych obu konstrukcji przytaczam za J. Alonso i J. Alda [10]:

- Soczewka o mocy +5,00 D, ze szkła o współczynniku załamania $n = 1,523$, centralna grubość 3,5 mm, odległość środka oka: 27 mm, średnica źrenicy oka 4 mm, kąt 35° .
- Rozwiązanie punktalne: tylna powierzchnia -6,50 D, średnica plamki na siatkówce: 0,0255 mm (13 czopków).
- Rozwiązanie Percivala: tylna powierzchnia: -4,00 D, średnica plamki na siatkówce: 0,0135 mm (7 czopków).

Omówione wyżej formuły umożliwiają za-projektowanie i wykonanie soczewek o dobrze skorygowanych aberracjach wiązek skośnych (abstrahując od dystorsji). Wymaga to jednak różnych krzywizn bazowych dla soczewek

z jedną powierzchnią wykonaną „na gotowo”. W katalogach takich półproduktów znajdują się elementy o wybranych krzywiznach bazowych wraz z informacją, jaką końcową moc można z takiego półfabrykatu uzyskać. Zależnie od planowanej końcowej mocy soczewki należało wybrać półfabrykat o odpowiedniej krzywiznie powierzchni bazowej, aby możliwie jak najlepiej „dopasować” się do warunku minimalizacji astygmatyzmu, a następnie wyliczyć promień krzywizny drugiej powierzchni i odpowiednio ją oszlifować. Przykładem mogą być na przykład szeregi powierzchni bazowych opracowane przez Hilla i Tilleyera (AMO), pozwalające wykonać soczewki o astygmatyzmie nieprzekraczającym $\pm 1/8$ D. Innym przykładem z tej samej firmy jest konstrukcja serii „Masterpiece” opracowana przez Johna Davesa w 1960 roku. Były to soczewki sferocylindryczne dopasowa-

o różnych mocach. Spełnienie tego postulatu oznaczałoby konieczność wykonywania praktycznie każdej soczewki przy użyciu innego narzędzia, co byłoby ogromnie kosztowne. Dlatego zdecydowano się na wprowadzenie szeregu krzywizn bazowych, które umożliwiały wykonanie soczewek o różnych mocach i wielkościach aberracji nieprzekraczających dopuszczalnych wartości. Zasadę doboru krzywizn bazowych przedstawia rysunek 13.

Odtąd firmy optyczne rozpoczęły wytwarzanie półfabrykatów do produkcji soczewek okularowych

ne do typowych parametrów geometrycznych okularów: kąta pantoskopowego, odległości wierzchołkowej, decentracji pionowej o korygowanym astygmatyzmie i błędzie mocy z torusem na tylnej powierzchni.

Obecnie w zakładach optycznych praktycznie zaprzestano obróbki takich soczewek, pozostawiając to zadanie wyspecjalizowanym szlifierniom.

Co dalej?

Ograniczenie rodzaju powierzchni soczewek do sferycznej lub toroidalnej uniemożliwiło dalsze polepszanie jakości odwzorowania. Wszystkie możliwości korekcji zostały wyczerpane. Konieczne stało się zrobienie następnego kroku: przejścia na powierzchnie niesferyczne. Omówienie soczewek okularowych z powierzchniami asferycznymi wymaga jednak odrębnego artykułu.

Marek Zajac
Zespół Optyki Widzenia, Instytut Fizyki Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
e-mail: marek.zajac@pwr.wroc.pl
URL: www.if.pwr.wroc.pl/~zajac

Przypisy

1. Ścisłe biorąc, powierzchnie soczewek do korekcji astygmatyzmu miały kształt toroidalny, ale ich właściwości optyczne, a także technologia wykonywania, są bardzo zbliżone do soczewek sferycznych i na potrzeby tego opracowania nie będą zaliczane do soczewek asferycznych.
2. Przeciwnie jest w przypadku soczewek kontaktowych lub chirurgii refrakcyjnej.
3. Przede wszystkim chodzi o dyfrakcję na źrenicy oka, co ogranicza w naturalny sposób zdolność rozdzielczą. Ponieważ jednak nie ma możliwości uniknięcia tego efektu, nie będziemy go tutaj rozważać.
4. Można udowodnić, że istnieją takie powierzchnie załamujące, które spełniają warunek stygmatyzmu, czyli odwzorowania geometrycznego typu „punkt w punkt”. Jest to np. powierzchnia hiperboloidalna.
5. Abstrahujemy tu od aberracji chromatycznych, wynikających z zależności współczynnika załamania od długości fali świetlnej. Jest to osobne zagadnienie, które zastępuje na odrębne omówienie.
6. Płaszczyzna merydionalna jest płaszczyzną pionową, a więc moc w takim przekroju odpowiada soczewce cylindrycznej o poziomej osi.

Literatura

1. A. Hein, A. Sidorowicz, T. Wagnerowski: „Oko i okulary”, WNT, Warszawa 1960
2. H. Melanowski: „Dzieje okulistyki”, PZWL, Warszawa 1972
3. D.A. Atchinson: „Spectacle lens design – development and present state”, *Aust J Optom* (1984) 67:97–107
4. D.A. Atchinson: „Modern optical design assessment and spectacle lenses”, *Optica Acta* (1985) 32:607–634
5. D.A. Atchinson: „Spectacle lens design: a review”, *Applied Optics* (1992) 31:3579–3585
6. J. Bartkowska: „Optyka i korekcja wad wzroku”, PZWL, Warszawa 1996
7. A. Mališek: „Vývoj oční optiky”, *Jemná Mechanika a Optika* (1996) 41:20–25
8. B. Fowler, K.L. Petre: „Spectacle lenses. Theory and practice”, Butterworth-Heinemann, 2001
9. M. Zajac: „Possibilities of aberration correction in a single spectacle lens” *Optica Applicata* (2001) 31:815–833
10. J. Alonso, J. Alda: „Ophthalmic optics” [w] *Encyclopedia of optical engineering*, Marcel Dekker Inc, New York, 2003
11. M. Norn, O.A. Jenses: „Marius Tscherning (1854–1939): his life and work in optical physiology”, *Acta Ophthalmol. Scand* (2004) 82:501–508
12. M. Jallie: „Best form lenses. Off-axis performance of lenses”, *Optometry Today* (2005) Feb: 24–31
13. R.D. Drevwry, Jr.: „History of Eyeglasses. What a Man Devised that He Might See”, www.eye.utmem.edu
14. S. Meccoli: „Glasses”, [ed.] Museo dell’Occhiale, Pieve di Cadore
15. F. Rossi: „Spectacles”, [ed.] Optical Museum of the Carl Zeiss, Jena
16. V. Tabacchi: „Glasses – a Venetian Adventure”, [ed.] Museo dell’Occhiale, Pieve di Cadore