



Analiza rozkładów oraz symulacja popytu i podaży w modelu pajęczyny z wykorzystaniem programu Statistica

EWA FALKIEWICZ

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Cybernetyki, Instytut Matematyki i Kryptologii,
ul. gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, ewa.falkiewicz@wat.edu.pl

Streszczenie. W pracy przedstawiono relacje pomiędzy cenami, popytem i podażą na rynku rowerów elektrycznych, opisywane przez model pajęczyny. Celem pracy była analiza rozkładów prawdopodobieństwa cen, popytu i podaży oraz symulacja dalszego rozkładu popytu i podaży przy wykorzystaniu programu *Statistica*. Dodatkowo, ze względu na sezonowość rynku rowerów elektrycznych, przeprowadzono predykcję cen rowerów na kolejne okresy za pomocą modelu trendu z wahaniami periodycznymi.

Słowa kluczowe: model pajęczyny, popyt, podaż, rozkład normalny, testy normalności rozkładu, metoda Imana–Conovera, predykcja, model trendu z wahaniami periodycznymi

DOI: 10.5604/01.3001.0054.6452

1. Wprowadzenie

W praktyce działania przedsiębiorstwa często istotne jest oszacowanie przyszłej wielkości podaży, popytu i ceny danego produktu. Przedmiotem rozważań w pracy jest hipotetyczne przedsiębiorstwo działające na polskim rynku produkujące rowery elektryczne. Zależności pomiędzy wielkościami cen, podażą i popytem zostały opisane modelem pajęczyny [6]. Przeprowadzono statystyczną analizę hipotetycznych danych opisujących te wielkości w okresie od stycznia 2021 do grudnia 2022 roku. Pokazano zastosowanie programu *Statistica* do analizy rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych: popyt, podaż i cena rowerów elektrycznych. Następnie, na podstawie tej analizy, przeprowadzono dopasowanie rozkładów oraz ich symulację na kolejne okresy.

Dodatkowo, ze względu na sezonowość rynku rowerów elektrycznych, wykonano predykcję cen rowerów na kolejne okresy za pomocą modelu trendu z wahaniami periodycznymi. Przedstawione badania mogą być wykorzystane do wspomagania procesu decyzyjnego przedsiębiorstwa związanego z ustaleniem przyszłej wielkości produkcji oraz poziomu ceny produktu.

2. Model pajęczyny

Model pajęczyny jest związany z poszukiwaniem punktu równowagi rynku w dłuższym czasie przy cyklicznym ruchu: zmianach cen produktu oraz zmianach podaży i popytu na ten produkt. Jest to model dynamiczny, ponieważ uwzględnia czynnik czasu we wzajemnych zależnościach między zmianami cen i wielkości produkcji [6].

Niech:

- t — jednostka czasu, $t = 1, 2, \dots$;
- P_t — cena produktu w miesiącu t ;
- QS_t — wielkość podaży w miesiącu t ;
- QD_t — wielkość popytu w miesiącu t .

Między zmianą ceny produktu a reakcją podmiotu gospodarczego wytwarzającego ten produkt upływa zawsze pewien czas. Jest to związane m.in. z tym, że aby zmienić wielkość produkcji, przedsiębiorca musi podjąć decyzje oraz różne działania związane z dostosowaniem wielkości zasobów materiałowych, zmianami technologii czy wielkości zatrudnienia.

W pracy przyjęto założenie, że pomiędzy zmianą ceny produktu a zmianą wielkości produkcji upływa jeden miesiąc, to znaczy reakcja producentów na zmianę ceny zachodzi z opóźnieniem jednego miesiąca. Oznacza to, że cena P_t z miesiąca t znajdzie odzwierciedlenie w wielkości podaży QS_{t+1} przyszłego miesiąca. Stąd wielkość produkcji (podaży) w okresie przyszłym jest funkcją ceny produktu z okresu bieżącego. Przyjęto założenie, że jest to funkcja liniowa rosnąca:

$$QS_{t+1} = f(P_t) = aP_t - b, \quad (1)$$

gdzie: $a, b > 0$. Zakładamy też, że $QS_t \geq 0$ dla każdego okresu t .

Z kolei konsumenci, w odróżnieniu od producentów, mogą zareagować natychmiast na zmianę ceny produktu, zmieniając popyt na ten produkt. Stąd przyjęto, że rozmiar popytu QD_t w danym okresie t jest funkcją ceny produktu z tego samego okresu. Założono, że funkcja ta jest również liniowa, ale malejąca:

$$QD_t = f(P_t) = -cP_t + d, \quad (2)$$

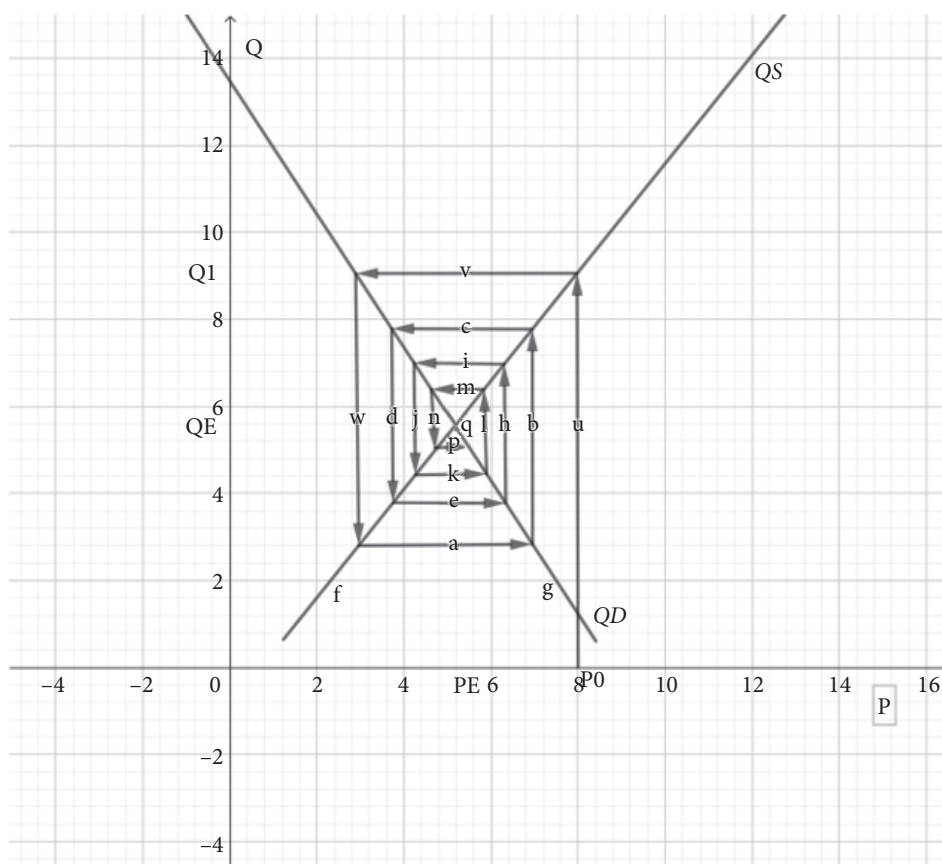
gdzie: $c, d > 0$, przy czym $QD_t \geq 0$ dla każdego okresu t .

Dysponując funkcją podaży (1) i funkcją popytu (2), wyznaczono równanie równowagi rynkowej w okresie t :

$$QS_t = QD_t, \quad (3)$$

które po uwzględnieniu opóźnienia w reakcji producentów i natychmiastowej reakcji konsumentów na zmianę ceny produktu wyrażono w postaci:

$$aP_{t-1} - b = -cP_t + d. \quad (4)$$



Rys. 1. Model pajęczyny — oscylacje tłumione

W pracy badano hipotetyczne przedsiębiorstwo produkujące rowery elektryczne działające na polskim rynku. Przyjęto następujące nazwy zmiennych:

- *czas* t ,
- *cena* P_t rowerów w miesiącu t ,
- *popyt* QD_t na rowery w miesiącu t ,
- *podaż* QS_t rowerów w miesiącu t ,
- *przeznaczenie* (rowery damskie/męskie).

Przeprowadzono analizę hipotetycznych danych opisujących cenę, popyt i podaż rowerów elektrycznych w okresie od stycznia 2021 do grudnia 2022 roku. Sytuacja na rynku rowerów elektrycznych, tj. relacje cen, popytu i podaży, została opisana modelem pajączyny przedstawionym wyżej.

3. Analiza rozkładów

Analizę rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych dotyczących hipotetycznych danych przeprowadzono w programie Statistica, w modułach: *Statystyki podstawowe* oraz *Wykresy*.

Zmienna *czas* t to zmienna porządkowa obejmująca okres od stycznia 2021 r. do grudnia 2022 r., czyli 24 miesiące. Zmienne: *cena* P_t (w zł), *popyt* QD_t (w sztukach) i *podaż* QS_t (w sztukach) to zmienne ilościowe. Zmienna *przeznaczenie* (rowery damskie albo męskie) to zmienna jakościowa.

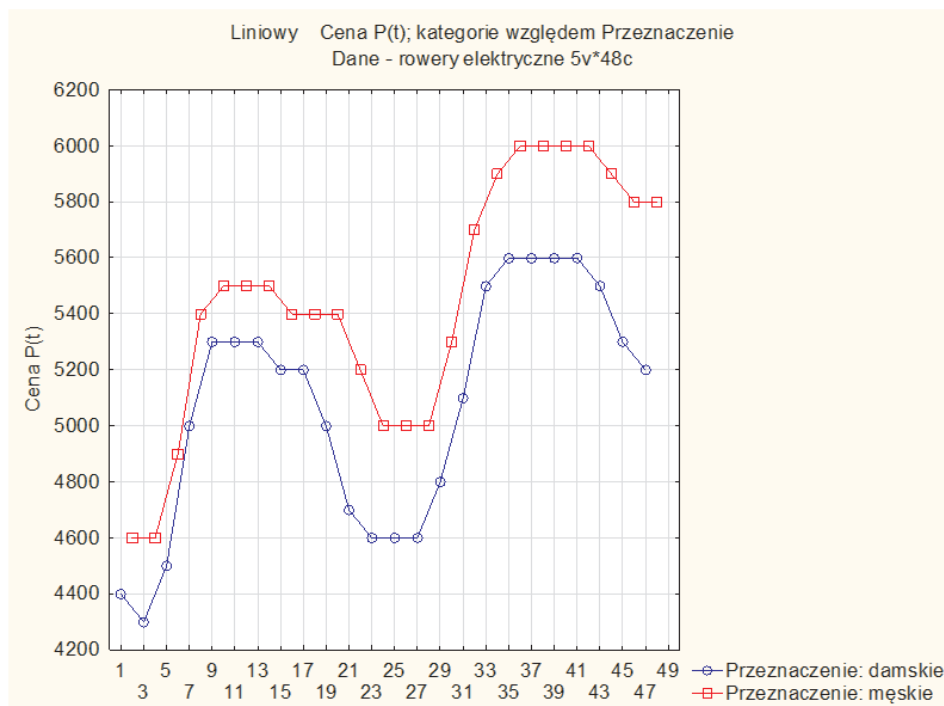
Poniżej przedstawiono wyniki przeprowadzonych badań.

Analizę zmiennej ilościowej *cena* P_t wykonano względem zmiennej jakościowej *przeznaczenie* (rowery damskie/męskie).

Na wykresie liniowym (rys. 2) pokazano kształtowanie się wartości zmiennej *cena* P_t w czasie, z podziałem na kategorie: damskie i męskie.

Dane na wykresie wskazują, że ceny rowerów męskich były wyższe od cen rowerów damskich w całym badanym okresie. W obu przypadkach ceny były niższe w miesiącach zimowych, a zaczynały rosnąć już w marcu. Ceny rowerów damskich w 2021 r. rosły do maja, po czym utrzymywały się na maksymalnym poziomie ok. 5300 zł do lipca, w sierpniu nastąpił ich spadek o 100 zł, a od października nasiliła się tendencja spadkowa — w grudniu osiągnęły swoje minimum na poziomie ok. 4600 zł, które jednak było wyższe od ceny początkowej ze stycznia 2021 r. o 200 zł. W roku 2022 najniższą wartość cen rowerów damskich odnotowano w styczniu i lutym: ok. 4600 zł. Podobnie jak w roku poprzednim ceny zaczęły rosnąć wiosną w marcu, a swoją największą wartość, ok. 5600 zł, osiągnęły w czerwcu i wartość ta utrzymała się aż do września, po czym, jak przed rokiem, rozpoczął się spadek cen i w grudniu osiągnęły poziom ok. 5200 zł. Widać więc wyraźną sezonowość zmian cen rowerów damskich oraz ich tendencję wzrostową w porównaniu do cen z poprzedniego roku.

Z wykresu wynika też, że ceny rowerów męskich podlegały analogicznym wahaniom co ceny rowerów damskich, z tym że w całym badanym okresie w odniesieniu do tych samych miesięcy miały wyższą wartość.



Rys. 2. Wykres liniowy zmiennej P_t względem kategorii przeznaczenie (damskie/męskie)

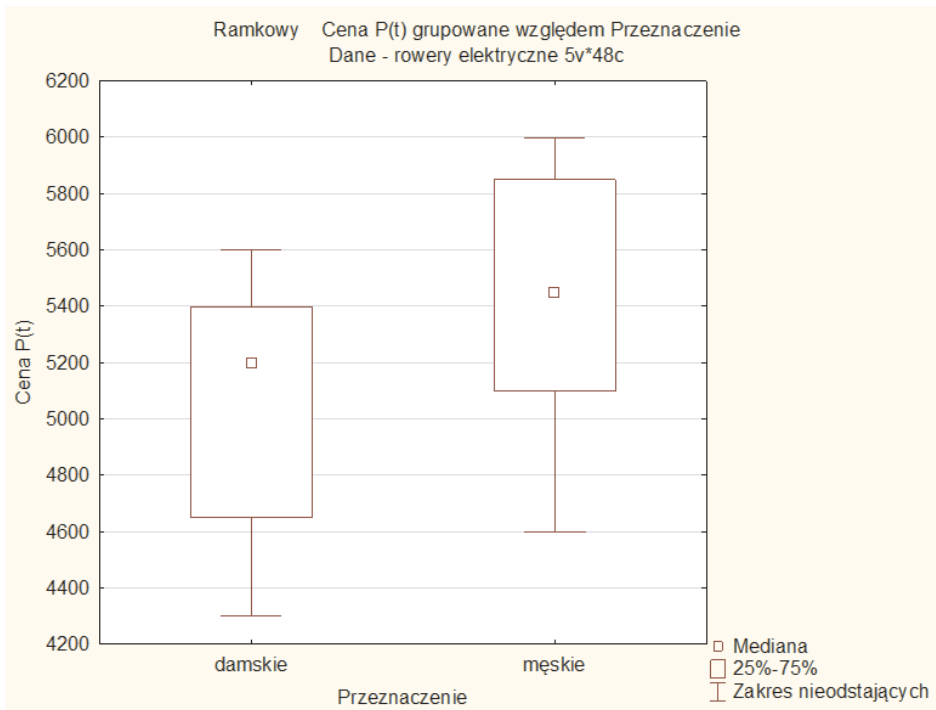
W programie Statistica obliczono statystyki opisowe zmiennej P_t z podziałem na grupy — rowery damskie i męskie. Ceny rowerów damskich w badanym okresie mieściły się w przedziale 4299-5599 zł, zaś rowerów męskich 4599-5999 zł. Rozpiętość cenowa rowerów męskich (1400 zł) była większa niż w przypadku rowerów damskich (1300 zł). Średnia cena rowerów damskich w badanym okresie wynosiła 5074 zł i była niższa od średniej ceny rowerów męskich, która kształtowała się na poziomie 5449 zł. Mediana cen rowerów damskich była wyższa o ponad 100 zł od średniej ceny tych rowerów i wyniosła 5199 zł, zaś mediana cen rowerów męskich była równa wartości średniej.

Z wykresu liniowego przedstawionego na rysunku 2 jasno widać też wyraźną tendencję wzrostu cen rowerów elektrycznych zarówno damskich, jak i męskich.

Odchylenie standardowe od średniej ceny rowerów damskich wynosiło 417,29 zł, zaś rowerów męskich 436,39 zł. Oba typy cen cechowała bardzo mała zmienność — w jednym i w drugim przypadku było to niewiele ponad 8%. Również w przypadku

cen rowerów damskich i męskich współczynniki skośności były ujemne ($-0,375496$ dla rowerów damskich, $-0,421209$ dla rowerów męskich), co oznacza asymetrię lewostronną obu rozkładów. Porównując kurtozy dla cen rowerów męskich ($-0,718176$) i damskich ($-1,13327$), można stwierdzić, że rozkłady obu cech są bardziej spłaszczone od rozkładu normalnego, jednak większe spłaszczenie cechuje ceny rowerów damskich.

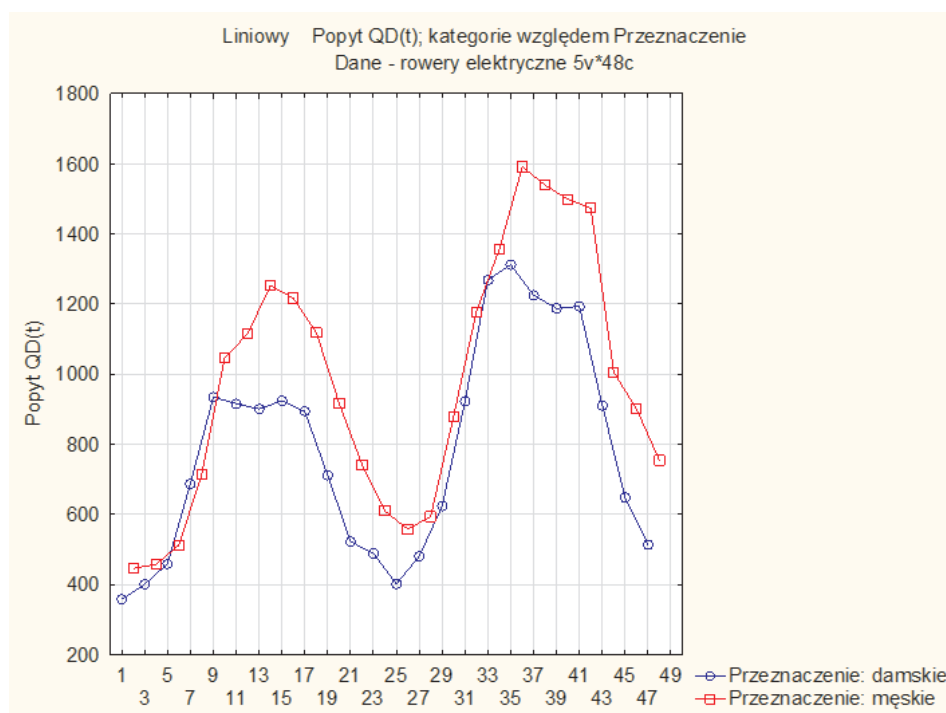
Ciekawym zobrazowaniem rozkładu zmiennej ilościowej *cena* P_t względem zmiennej jakościowej *przeznaczenie* jest skategoryzowany wykres typu ramka-wąsy (rys. 3).



Rys. 3. Wykres ramka-wąsy zmiennej *cena* P_t względem kategorii przeznaczenie (damskie/męskie)

Powyższy wykres stanowi potwierdzenie wyników wcześniejszej analizy — przeciętne ceny rowerów męskich były wyższe niż damskich. Widać też, że rozkłady cen rowerów dla obu kategorii cechowała asymetria lewostronna (dłuższe wąsy dolne). W przypadku cen rowerów męskich wartości typowe (50% wartości pomiędzy dolnym a górnym brzegiem pudełka, czyli pomiędzy dolnym a górnym kwartylem) miały bardziej symetryczny rozkład niż w przypadku typowych cen rowerów damskich, które odznaczały się wyraźną asymetrią lewostronną.

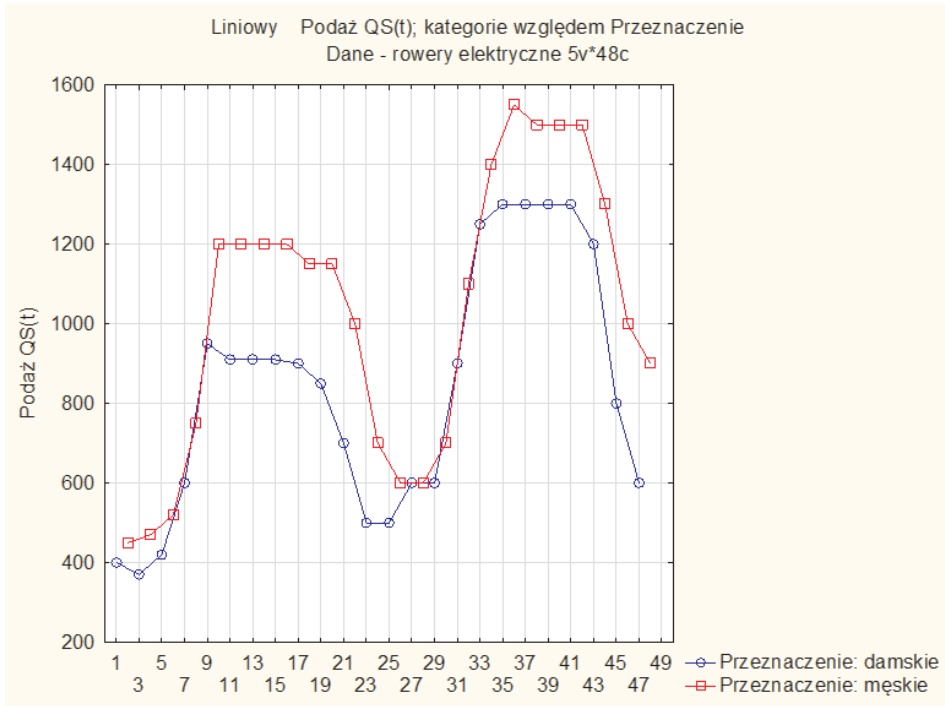
W kolejnym kroku przeprowadzono analizę rozkładu zmiennej $popyt\ QD_t$ na rowery elektryczne. Zmienna ta, tak jak zmienna $cena\ P_t$, to zmienna ilościowa. Również jej rozkład został rozpatrzony względem zmiennej jakościowej — *przeznaczenie* (rowery damskie/męskie).



Rys. 4. Wykres liniowy zmiennej $popyt\ QD_t$ względem kategorii przeznaczenie (damskie/męskie)

Po porównaniu wykresów zmiennej $popyt\ QD_t$ na rowery elektryczne (rys. 4) z wykresami zmiennej $cena\ P_t$ rowerów elektrycznych (rys. 2) — obie zmienne względem kategorii *przeznaczenie* (damskie/męskie) — zauważono natychmiastową reakcję konsumentów na zmianę ceny rowerów.

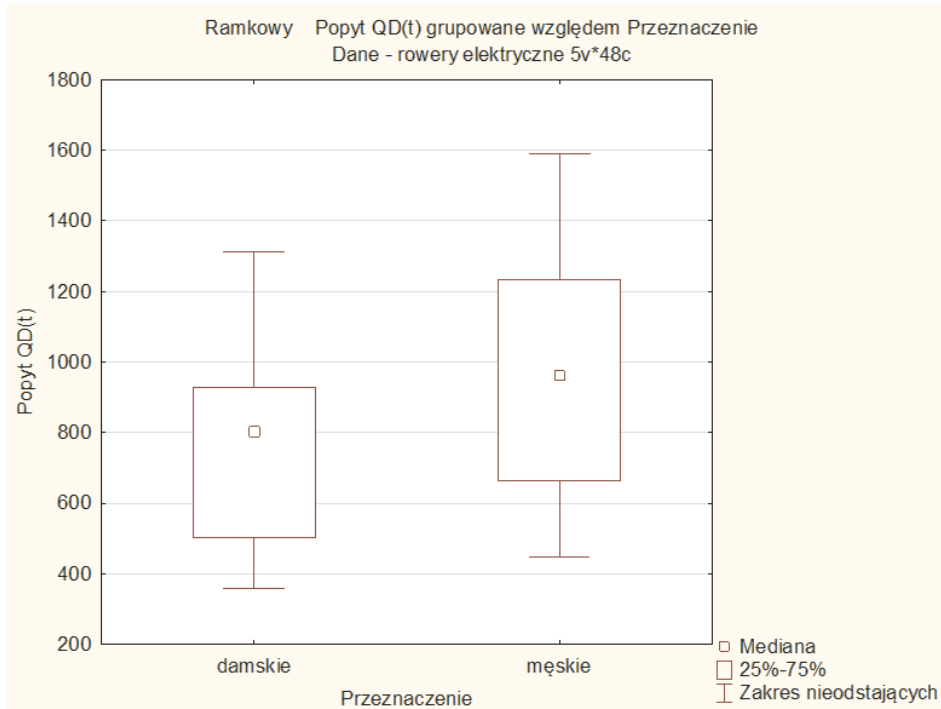
Po zestawieniu wykresów zmiennej $podaż\ QS_t$ rowerów elektrycznych (rys. 5) z wykresami zmiennej $cena\ P_t$ rowerów (rys. 2) — również obie zmienne względem kategorii *przeznaczenie* (damskie/męskie) — zauważono opóźnioną reakcję producentów rowerów elektrycznych na zmianę cen, np. ceny rowerów męskich w maju, czerwcu i lipcu 2021 r. były na tym samym poziomie (ok. 5500 zł), a od sierpnia 2021 r. zaczęły spadać. Podaż zareagowała z opóźnieniem jednego miesiąca — jeszcze w sierpniu 2021 r. jej wielkość była taka sama jak w trzech poprzednich miesiącach, spadła dopiero we wrześniu. Reakcje te są potwierdzeniem działania modelu pączęzyny.



Rys. 5. Wykres liniowy zmiennej $podaż\ QS_t$ względem kategorii przeznaczenie (damskie/męskie)

Dodatkowo zauważono, że rynek rowerów elektrycznych w Polsce podlega dość silnym wahaniom cyklicznym, które są uwarunkowane porami roku. W naturalny sposób zainteresowanie tymi produktami rośnie w miesiącach wiosennych i letnich, a spada jesienią i zimą.

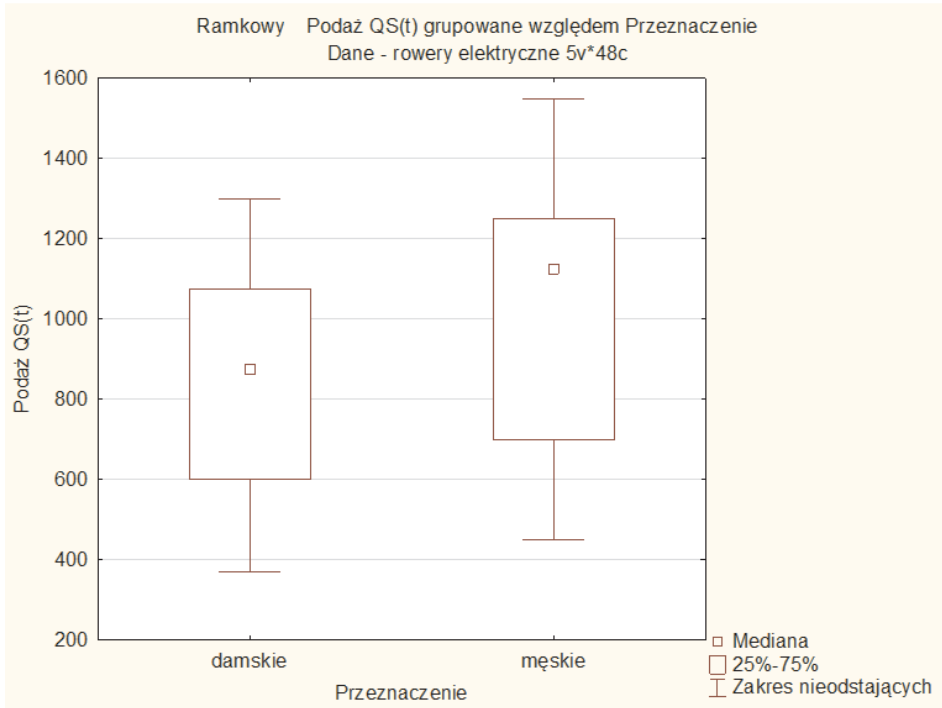
Po zestawieniu ze sobą podstawowych statystyk zmiennych $popyt\ QD_t$ i $podaż\ QS_t$ z podziałem na kategorie damskie/męskie zaobserwowano, że średni popyt na rowery damskie (787) był niższy niż na męskie (979). Podobnie sytuacja wyglądała z podażą — w przypadku rowerów damskich była na poziomie 836 sztuk, dla rowerów męskich 1027 sztuk. Zarówno dla rowerów damskich, jak i męskich średnia podaż przewyższała średni popyt o prawie 50 sztuk. Podaż i popyt obu rodzajów rowerów cechowała przeciętna zmienność (współczynniki zmienności od 34,5 do 38,6%). Współczynniki skośności były dodatnie dla popytu i podaży rowerów damskich oraz dla popytu na rowery męskie, co nasunęło wniosek, że rozkłady tych zmiennych wykazywały asymetrię prawostronną. Jedynie rozkład zmiennej $podaż\ QS_t$ rowerów męskich charakteryzował się asymetrią lewostronną. Kurtozy zmiennych $popytu\ QD_t$ i $podaż\ QS_t$ zarówno rowerów damskich, jak i męskich były ujemne, co dało informację o większym spłaszczeniu rozkładów tych zmiennych w stosunku do rozkładu normalnego.



Rys. 6. Wykres ramka-wąsy zmiennej $popyt QD_t$ względem kategorii przeznaczenie (damskie/męskie)

Po przeanalizowaniu powyższego wykresu (rys. 6) widać potwierdzenie wcześniejszych wyników — obie zmienne popytu na rowery elektryczne odznaczały się asymetrią prawostronną (dłuższe wąsy górne dla zmiennej $popyt QD_t$ zarówno na rowery damskie, jak i męskie). Widać też wyraźnie przewagę wielkości popytu na rowery męskie w stosunku do damskich. W przypadku popytu na rowery męskie wartości typowe (50% wartości pomiędzy dolnym a górnym brzegiem pudełka, czyli pomiędzy dolnym a górnym kwartylem) miały bardziej symetryczny rozkład niż w przypadku popytu na rowery damskie, który cechowała wyraźna asymetria lewostronna.

Na podstawie informacji zawartych na wykresie ramka-wąsy dla zmiennej $podaż QS_t$ z podziałem na kategorie damskie/męskie (rys. 7) zaobserwowano potwierdzenie faktu, że przeciętna podaż rowerów męskich była znacząco wyższa od przeciętnej podaży rowerów damskich. Zauważono również, że wartości typowe (połowa wszystkich wartości znajdująca się między dolnym a górnym brzegiem pudełka, czyli pomiędzy dolnym a górnym kwartylem) miały bardziej symetryczny rozkład dla zmiennej $podaż QS_t$ rowerów damskich. Wartości typowe podaży rowerów męskich cechowała znaczna asymetria lewostronna.



Rys. 7. Wykres ramka-wąsy zmiennej $podaż\ QS_t$ względem kategorii przeznaczenie (damskie/męskie)

4. Dopasowanie rozkładów

Kolejnym ważnym krokiem w drodze do symulacji rozkładów badanych zmiennych było dopasowanie ich rozkładów, czyli porównanie percentyli uzyskanych empirycznie z częstościami otrzymanymi z danego rozkładu teoretycznego.

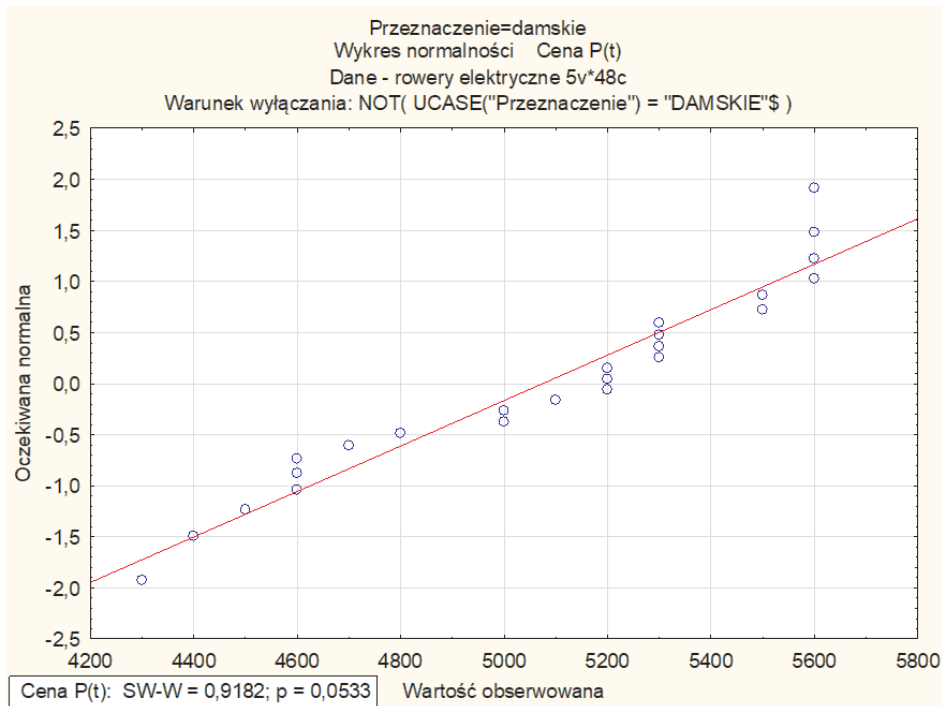
Wstępnie dokonano wizualnej oceny normalności rozkładów rozważanych zmiennych za pomocą wykresów normalności, które można znaleźć w module *Wykresy*.

Do wszystkich testów normalności przyjęto poziom istotności $\alpha = 0,05$.

Najpierw wykonano test normalności zmiennej $cena\ P_t$ z podziałem na kategorie według zmiennej $przeznaczenie$ (rowery damskie albo męskie). Postawiono następujące hipotezy odnośnie zmiennej $cena\ P_t$ rowerów damskich:

- H_0 : zmienna $cena\ P_t$ rowerów damskich ma rozkład normalny wobec hipotezy alternatywnej;
- H_1 : zmienna $cena\ P_t$ rowerów damskich nie ma rozkładu normalnego.

Ze względu na niewielką licznosc próby na poziomie 24 wybrano wykres normalności, zaznaczając dodatkowo opcję przeprowadzenia testu Shapiro–Wilka, który jest wykonywany dla prób o licznosci mniejszej niż 30. Uzyskano następujący wykres:



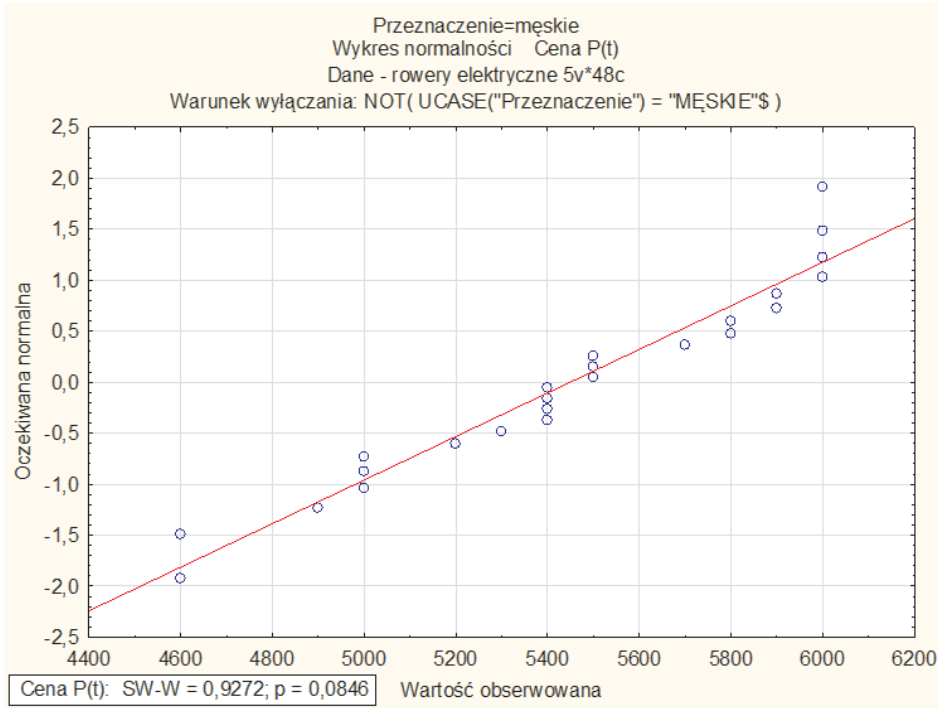
Rys. 8. Wykres normalności zmiennej $cena P_t$ rowerów damskich

Na powyższym wykresie (rys. 8) można zobaczyć, że wartości w próbie (niebieskie punkty) nie odbiegały zbyt mocno od wartości odpowiedniego rozkładu normalnego (czerwona linia), chociaż widać też obserwacje o największej wartości na poziomie 5600 zł, które nieco wykroczyły poza czerwoną prostą. Wyniki testu Shapiro–Wilka: $p = 0,0533 > 0,05$ doprowadziły do wniosku, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 o normalności rozkładu ceny rowerów damskich na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Jednak poziom p nie przekroczył zbyt mocno poziomu istotności α , co nasunęło przypuszczenie, że inny rozkład niż normalny może być lepiej dopasowany do wartości empirycznych cen rowerów damskich. Sprawdzono to w dalszej części pracy.

Dla zmiennej $cena P_t$ rowerów męskich test normalności rozkładu został przeprowadzony analogicznie jak w przypadku ceny rowerów damskich:

- H_0 : zmienna $cena P_t$ rowerów męskich ma rozkład normalny,
- H_1 : zmienna $cena P_t$ rowerów męskich nie ma rozkładu normalnego.

Przy liczności próby na poziomie 24 została powtórzona analiza jak dla cen rowerów damskich. Uzyskano następujący wykres normalności:



Rys. 9. Wykres normalności zmiennej P_t rowerów męskich

Zaobserwowano podobną sytuację jak dla cen rowerów damskich z tym, że w przypadku cen rowerów męskich wyniki testu Shapiro–Wilka: $p = 0,0846 > 0,05$ dały większą pewność, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o normalności rozkładu tej zmiennej.

Program Statistica pozwala na przeprowadzenie testu normalności rozkładu w module *Dopasowanie rozkładu*, co również zostało wykonane. Poniżej przedstawiono wyniki testu χ^2 i testu Kołmogorowa–Smirnowa dla zmiennej P_t bez podziału na grupy.

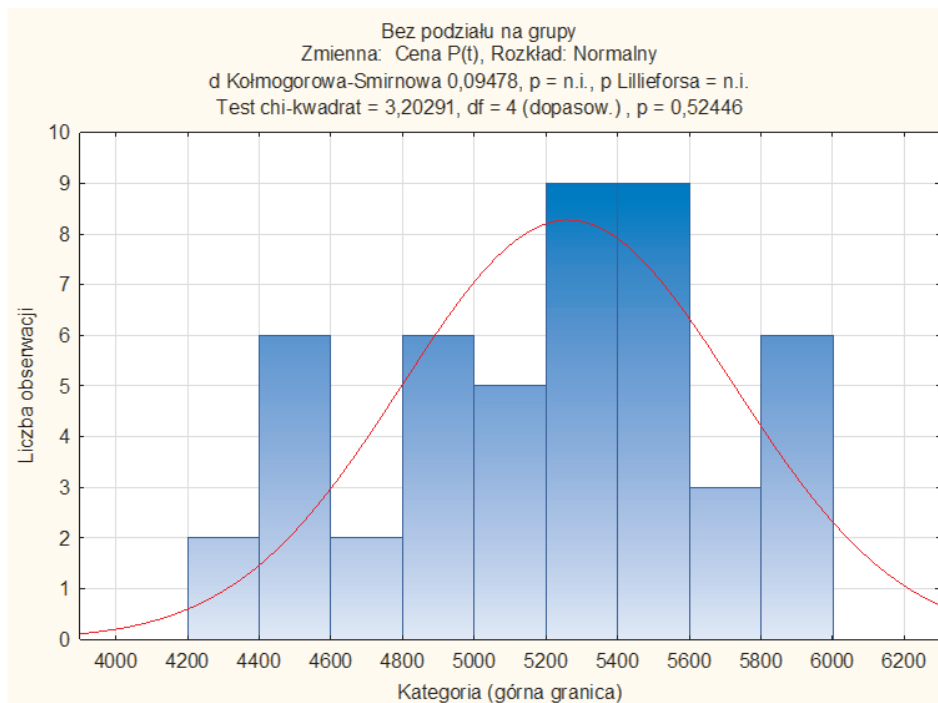
TABELA 1

Wyniki testów normalności zmiennej P_t

Bez podziału na grupy Zmienna: Cena P(t), Rozkład: Normalny (Dane – rowery elektryczne) d Kołmogorowa-Smirnowa 0,09478, p = n.i., p Lillieforsa = n.i. Chi-kwadrat = 3,20291, df = 4 (dopasow.), p = 0,52446

Źródło: opracowanie własne

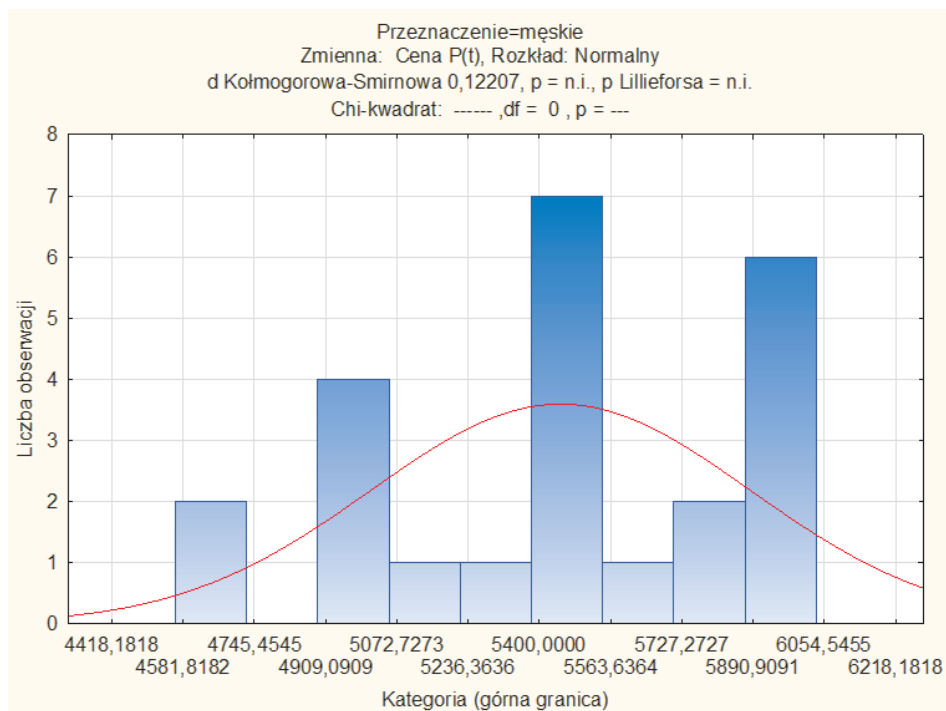
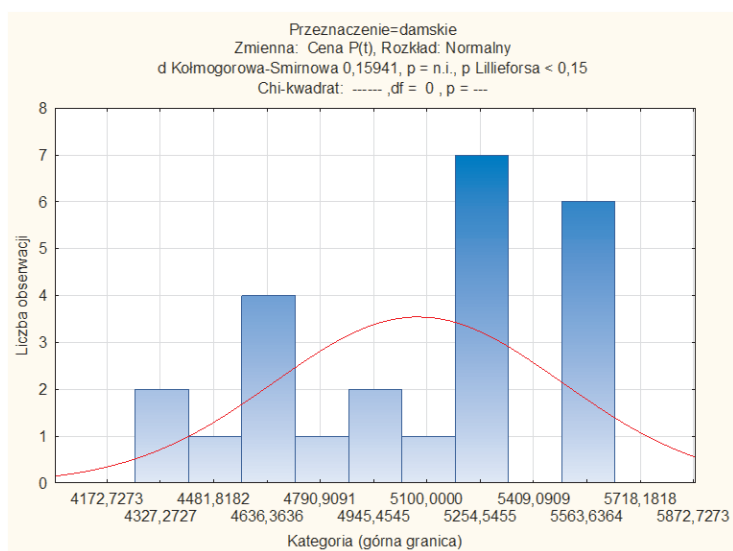
W teście χ^2 otrzymano $p = 0,52446 > 0,05$, w teście Kołmogorowa–Smirnowa p okazało się nieistotne. Zatem na podstawie obydwu testów na poziomie istotności 0,05 stwierdzono, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o normalności rozkładu zmiennej $cena P_t$ rowerów elektrycznych. Potwierdził to wykres histogramu z krzywą rozkładu normalnego w tle (rys. 10).



Rys. 10. Histogram zmiennej $cena P_t$ bez podziału na grupy

Poniżej przedstawiono też histogramy zmiennej $cena P_t$ z podziałem na grupy względem zmiennej *przeznaczenie* (damskie/męskie).

Jak widać na rysunkach 11 i 12, dla obu zmiennych: $cena P_t$ rowerów damskich oraz $cena P_t$ rowerów męskich brakuje wyników testu χ^2 ze względu na zbyt małe liczebności prób (test ten wykonuje się dla prób liczących co najmniej 30 obserwacji). W obu przypadkach zostały przeprowadzone testy Kołmogorowa–Smirnowa z poprawką Lillieforsa.

Rys. 11. Histogram zmiennej $cena P_t$ rowerów męskichRys. 12. Histogram zmiennej $cena P_t$ rowerów damskich

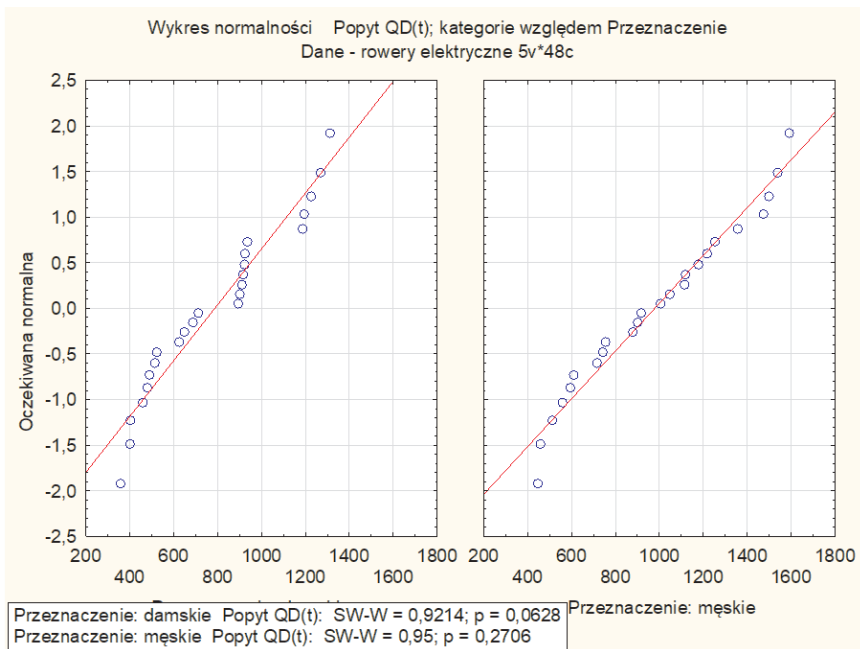
O ile w przypadku zmiennej *cena* P_t rowerów męskich wartość p okazała się nieistotna, co pozwoliło na stwierdzenie, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o normalności rozkładu tej zmiennej, tak w przypadku zmiennej *cena* P_t rowerów damskich wartość p była nieistotna tylko w teście Kołmogorowa–Smirnowa, a wynik $p < 0,15$ z poprawki Lillieforsa doprowadził do wniosku o niejednoznaczności wyniku. Otrzymano tu potwierdzenie wyników przeprowadzonego wcześniej testu Shapiro–Wilka dla tej zmiennej.

W kolejnym kroku wykonano testy normalności dla zmiennych *popyt* QD_t i *podaż* QS_t rowerów, najpierw z podziałem na kategorie względem zmiennej *przeznaczenie* (damskie/męskie).

Postawiono następujące hipotezy odnośnie do zmiennej *popyt* QD_t na rowery elektryczne względem kategorii *przeznaczenie* (damskie/męskie):

- H_0 : zmienna *popyt* QD_t na rowery damskie/męskie ma rozkład normalny wobec hipotezy alternatywnej;
- H_1 : zmienna *popyt* QD_t na rowery damskie/męskie nie ma rozkładu normalnego.

Ze względu na niewielkie licznosci prób — na poziomie 24, wybrano wykresy normalności, zaznaczając dodatkowo opcje przeprowadzenia testu Shapiro–Wilka. Otrzymano następujące wykresy (rys. 13):



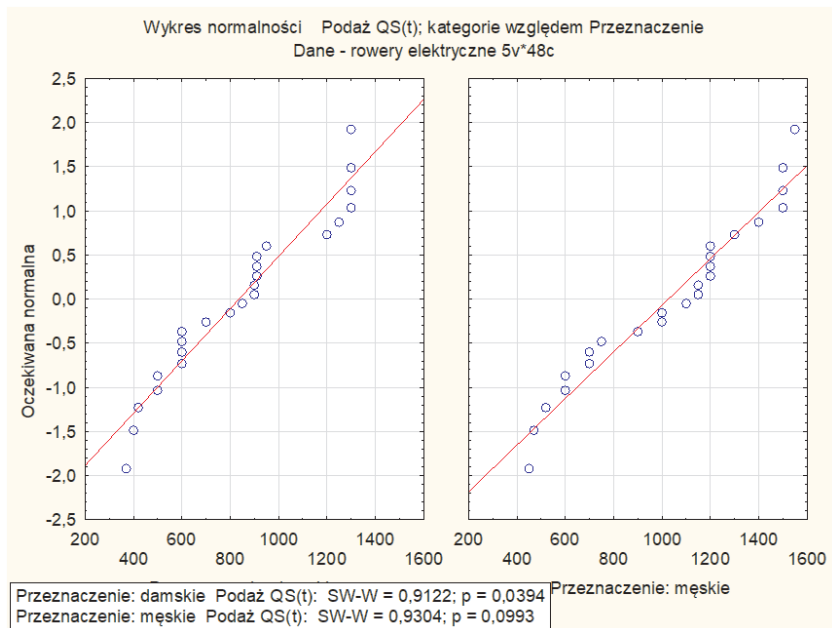
Rys. 13. Wykres normalności zmiennej *popyt* QD_t na rowery względem kategorii *przeznaczenie* (damskie/męskie)

W przypadkach obu zmiennych obserwacje nie odbiegały znacząco od czerwonej linii będącej wyznacznikiem rozkładu normalnego. Test Shapiro–Wilka dla zmiennej *popyt* QD_t na rowery damskie dał wynik $p = 0,0628 > 0,05$, a dla zmiennej *popyt* QD_t na rowery męskie $p = 0,2706 > 0,05$, a zatem w obu przypadkach nie było podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o normalności rozkładu tych zmiennych na poziomie istotności 0,05.

Podobne testowanie hipotez przeprowadzono dla zmiennej *podaż* QS_t rowerów elektrycznych względem kategorii *przeznaczenie* (damskie/męskie):

- H_0 : zmienna *podaż* QS_t rowerów damskich/męskich ma rozkład normalny wobec hipotezy alternatywnej:
- H_1 : zmienna *podaż* QS_t rowerów damskich/męskich nie ma rozkładu normalnego.

Otrzymano wyniki w postaci wykresów normalności i testu Shapiro–Wilka (rys. 14). Wyniki testów były różne. Tylko w przypadku zmiennej *podaż* QS_t rowerów męskich test Shapiro–Wilka dał wynik $p = 0,0993 > 0,05$ prowadzący do wniosku, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o normalności rozkładu tej zmiennej. W przypadku zmiennej *podaż* QS_t rowerów damskich test ten dał wynik $p = 0,0394 < 0,05$, co kazało odrzucić hipotezę zerową o normalności rozkładu tej zmiennej na poziomie istotności 0,05.



Rys. 14. Wykres normalności zmiennej *podaż* QS_t rowerów względem kategorii *przeznaczenie* (damskie/męskie)

Kolejnym etapem badań po sprawdzeniu normalności rozkładów było dopasowanie rozkładów najlepiej pasujących do danych empirycznych. Dopasowanie przeprowadzono w module *Rozkłady i symulacja*, gdzie można znaleźć wiele rozkładów, które program Statistica dopasowuje do wprowadzonych danych. Dostępna jest również opcja oceny jakości dopasowania za pomocą jednego z trzech testów: Kołmogorowa–Smirnowa, χ^2 lub Andersona–Darlinga.

We wszystkich przypadkach wybrano uszeregowanie jakości dopasowania według testu Andersona–Darlinga, ze względu na to, że statystyka AD jest czuła w całym zakresie dystrybuanty i z większym prawdopodobieństwem wykrywa różnice dystrybuant, a więc daje lepszą ocenę zgodności modelu z obserwacjami w całym zakresie. Na karcie *Zapisz dopasowanie* widać wyniki dopasowania rozkładów.

Według testów Kołmogorowa–Smirnowa oraz Andersona–Darlinga do zmiennej P_t najlepiej pasowała mieszanka rozkładów Gaussa. W przypadku zmiennej QD_t na rowery damskie/męskie według testu Andersona–Darlinga również najlepiej pasowała mieszanka rozkładów Gaussa. Natomiast — według tego samego testu — do zmiennej QS_t rowerów damskich/męskich najlepiej dopasowany był rozkład Johnsona SB (por. tabele 2, 3 i 4).

TABELA 2

Wyniki dopasowania rozkładów dla zmiennej P_t

	Podsumowanie (Dane - rowery elektryczne)						
	Zmienna: Cena P(t)						
	Kolejność: wg Kołmogorowa-Smirnowa						
	d K-S	K-S p	Stat. AD	p AD	Chi-kwadrat	Chi kwadrat p	Chi kwadrat df
Mieszanka Gaussa(Wsp. mieszanania 1,Srednia 1, Odch.std. 1, Wsp. mieszanania 2,...)	0,062056	0,987086	0,30850	0,931494			
Weibulla (skala,kształt)	0,071984	0,949509	0,43424	0,813626	0,5451	0,761421	2
Uogólniony wartości ekstremalnej (location,skala,kształt)	0,078410	0,906976	0,47319	0,77357C	0,5451	0,460311	1
Johnson SB(typ. _Gamma, Delta, Lambda, Xi)	0,083955	0,859496	0,36932	0,87818C			
Normalny (location,skala)	0,084781	0,745971	0,50500	0,74087C	0,5451	0,761421	2
Nalożony normalny (location,skala)	0,095122	0,742103	0,52475	0,720887	0,5451	0,761420	2
Log-normalny (skala,kształt)	0,111302	0,554157	0,64764	0,603266	5,8160	0,054865	2
Trojkatny(min,max,moda)	0,122457	0,433291	13,40975	0,00000C	1,4618	0,226643	1
Rayleigha (skala)	0,484479	0,000000	15,1571E	0,00000C	142,6667	0,000000	3
Pólnormalny (skala)	0,584348	0,000000	20,3260C	0,00000C	140,2222	0,000000	3
Nalożony Pareto (skala,kształt)	0,716619	0,000000	58,1225C	0,00000C	120,8576	0,000000	2

Źródło: opracowanie własne

TABELA 3

Wyniki dopasowania rozkładów dla zmiennej QD_t

	Podsumowanie (Dane - rowery elektryczne)						
	Zmienna: Popyt QD(t)						
	Kolejność: wg Andersona-Darlinga						
	d K-S	K-S	Stat. AD	p AD	Chi-kwadrat	Chi kwadrat p	Chi kwadrat df
Mieszanka Gaussa(Wsp. mieszanania 1,Srednia 1, Odch.std. 1, Wsp. mieszanania 2,...)	0,10132E	0,670238	0,22574E	0,981604	6,00000	0,014306	1
Johnson SB(typ. _Gamma, Delta, Lambda, Xi)	0,091881	0,778341	0,231803	0,97907E			
Weibulla (skala,kształt)	0,080955	0,886287	0,554759	0,690851	13,66667	0,017871	5
Uogólniony wartości ekstremalnej (location,skala,kształt)	0,09362E	0,758960	0,648007	0,60293E	12,00000	0,017351	4
Normalny (location,skala)	0,08677E	0,83215E	0,66239E	0,59019E	11,66667	0,03965E	5
Log-normalny (skala,kształt)	0,13490E	0,317638	0,702905	0,565564	7,33333	0,197007	5
Rayleigha (skala)	0,14361E	0,25042E	1,54838E	0,16541E	17,66667	0,00712E	6
Uogólniony Pareto (skala,kształt)	0,231651	0,00979E	3,547504	0,014671	20,33333	0,00108E	5
Trojkatny(min,max,moda)	0,19905E	0,03835E	3,75887E	0,011541	18,66667	0,000914	4
Pólnormalny (skala)	0,30750E	0,00015E	6,647794	0,000504	24,33333	0,000453	6
Nalożony normalny (location,skala)							

Źródło: opracowanie własne

TABELA 4

Wyniki dopasowania rozkładów dla zmiennej $podaż_{QS_t}$

	Podsumowanie rozkładu użytkownika (Dane - rowery elektryczne)						
	Zmienna: Podaż QS(t)						
	Kolejność: wg Andersona-Darlinga						
	d K-S	K-S	Stat. AD	p AD	Chi-kwadrat	Chi kwadrat p	Chi kwadrat df
		p					
Johnson SB (typ: Gamma, Delta, Lambda, Xi)	0,08727E	0,827050	0,284204	0,949541			
Mieszanka Gaussa (Wsp. mieszania 1, Średnia 1, Odch. std. 1, Wsp. mieszania 2,...)	0,08664E	0,833409	0,319677	0,922576			
Weibull (skala, kształt)	0,12465E	0,411296	0,753772	0,514783	8,51042	0,074572	4
Normalny (location, skala)	0,123777	0,419974	0,785592	0,490777	8,51042	0,074572	4
Uogólniony wartości ekstremalnej (location, skala, kształt)	0,125102	0,406844	0,810919	0,472487	6,94792	0,073577	3
Log-normalny (skala, kształt)	0,13468E	0,319428	0,994968	0,369433	6,01042	0,198372	4
Rayleigh (skala)	0,14439E	0,244926	2,010688	0,090853	9,60417	0,08728E	5
Uogólniony Pareto (skala, kształt)	0,23871E	0,00684E	4,781299	0,003698	17,26042	0,00172E	4
Pólnormalny (skala)	0,29243E	0,000394	7,266683	0,000261	19,60417	0,00148E	5
Trójkątny (min, max, moda)	0,245864	0,004847	7,486061	0,000207	15,07292	0,00175E	3
Należony normalny (location, skala)							

Źródło: opracowanie własne

5. Symulacja

W module *Rozkłady i symulacja* oprócz wyszukania rozkładu najlepiej pasującego do danych można przeprowadzić także symulację. Dzięki temu na podstawie informacji uzyskanych o rozkładach w poprzedniej sekcji wygenerowano nowe dane z zachowaniem istniejącej struktury korelacji między zmiennymi.

W programie Statistica dostępnych jest kilka metod symulacji, które pozwalają wygenerować nowe dane zgodnie z rozkładami najlepiej dopasowanymi do zaobserwowanych wartości. Są to:

- metoda Monte Carlo,
- hipersześcian łaciński (*latin hypercube sampling*, LHS),
- metoda Imana–Conovera,
- połączenie metody Imana–Conovera z metodą LHS.

W pierwszych dwóch metodach przyjmuje się założenie o braku związku między zmiennymi. W rzeczywistości często założenie to nie jest spełnione. W symulacjach w tej pracy posłużono się metodą Imana–Conovera pozwalającą zachować korelację rang między zmiennymi.

TABELA 5

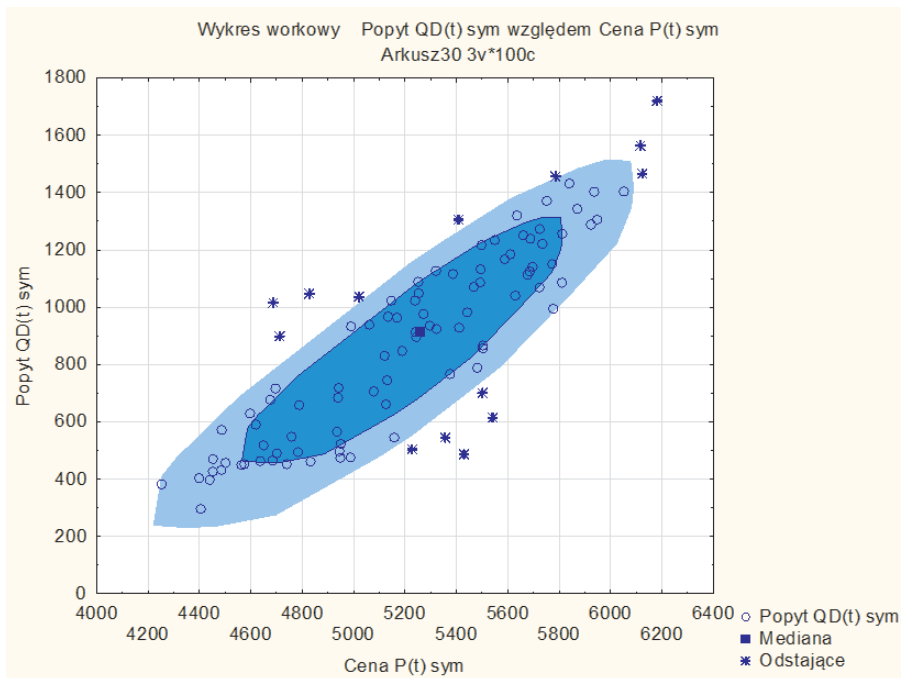
Korelacje pomiędzy dopasowanymi zmiennymi

	Korelacje (Dane - rowery elektryczne)				
	Średnia	Odch. std	Cena P(t)	Popyt QD(t)	Podaż QS(t)
Cena P(t)	5261,500	462,9347	1,000000	0,884751	0,911925
Popyt QD(t)	882,813	343,7114	0,884751	1,000000	0,959897
Podaż QS(t)	931,458	344,3587	0,911925	0,959897	1,000000

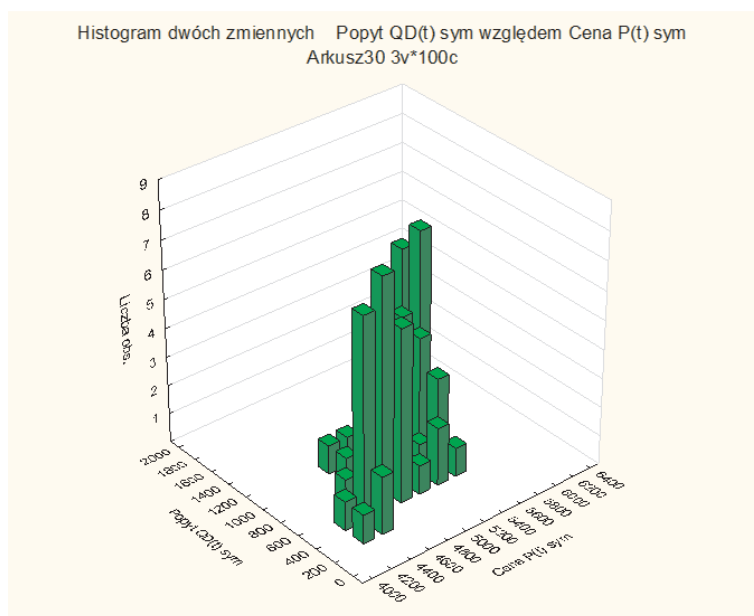
Źródło: opracowanie własne

Umieszczony poniżej wykres workowy (rys. 15) przedstawia 100 punktów wygenerowanych w module *Rozkłady i symulacja* metodą Imana–Conovera. Jest on dwuwymiarową wersją wykresu ramka–wąsy. Główną koncepcją tego wykresu jest zagłębienie punktu w worku [5]. Ilustruje on podstawowe cechy dwuwymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa dwóch zmiennych, tzn. położenie — tzw. mediana Tukeya, rozrzut — wielkość worka, korelację — ukierunkowanie worka, asymetrię — kształt worka i jego otoczki oraz ogony — wielkość otoczki i punkty odstające.

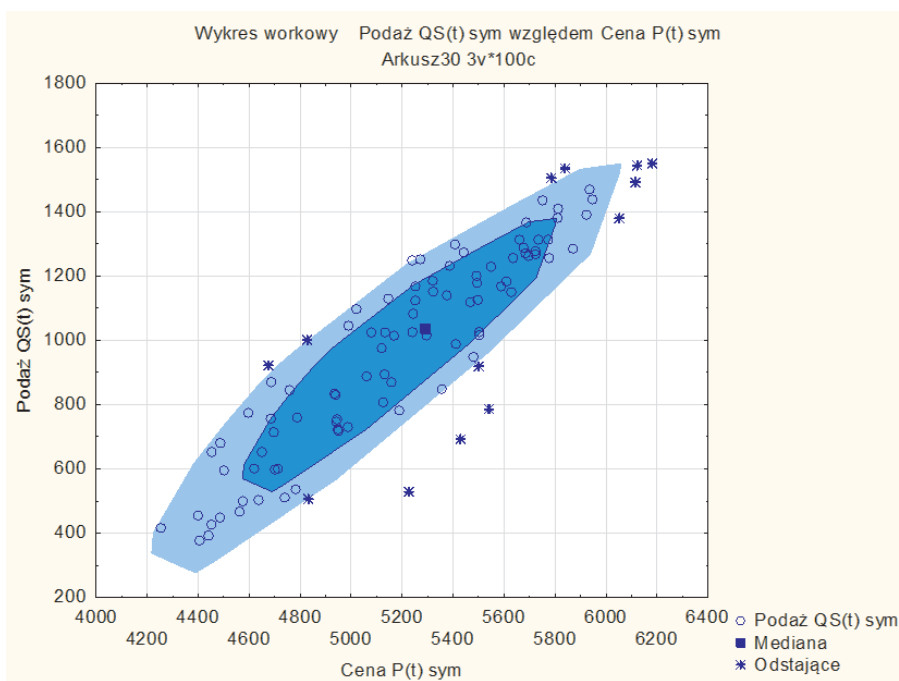
Na poniższym wykresie widać, że została zachowana struktura korelacyjna między zmienną $popyt\ QD_t$ a ceną P_t . Ciemny punkt wewnątrz worka to mediana Tukeya, która wskazuje środek dwuwymiarowego rozkładu. Sam worek obrazuje zakres połowy obserwacji położonych najbliżej środka rozkładu.



Rys. 15. Wykres workowy po symulacji zmiennej $popyt\ QD_t\ sym$ na rowery względem zmiennej $cena\ P_t\ sym$



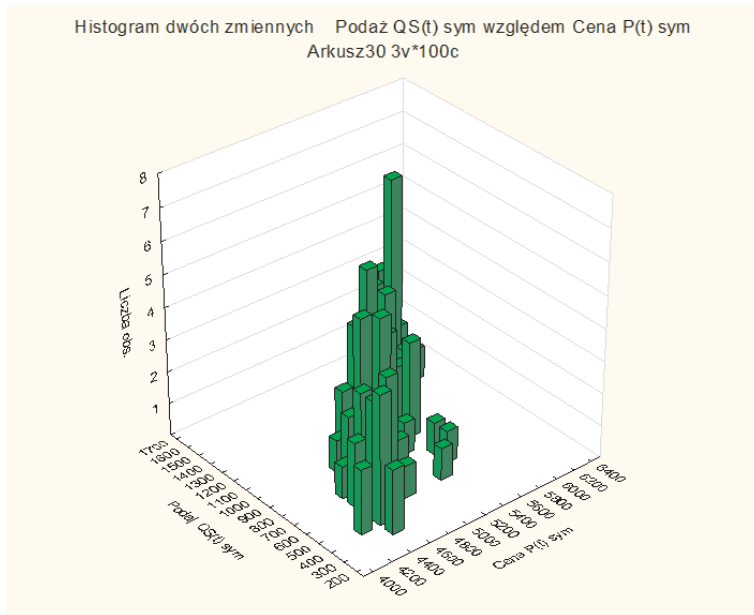
Rys. 16. Histogram dwóch zmiennych po symulacji: $popyt QD_t$ sym na rowery względem zmiennej $cena P_t$ sym



Rys. 17. Wykres workowy po symulacji zmiennej $podaż QS_t$ sym rowerów względem zmiennej $cena P_t$ sym

Ze względu na to, że zaznaczone na wykresie workowym punkty często na siebie nachodzą i czasem trudno ocenić liczbę wartości mieszczących się w określonym zakresie, bardziej przejrzysty bywa wykres trójwymiarowy, którym jest histogram dwóch zmiennych. Dzięki niemu możliwe jest dokładniejsze przyjrzenie się dwuwymiarowemu rozkładowi wygenerowanych wartości (rys. 16).

W analogiczny sposób zobrazowano wygenerowane w wyniku symulacji wartości zmiennej *podaż* QS_t sym w zależności od zmiennej *cena* P_t sym rowerów elektrycznych.



Rys. 18. Histogram dwóch zmiennych po symulacji: *podaż* QS_t sym rowerów względem zmiennej *cena* P_t sym

6. Predykcja na podstawie modelu trendu z wahaniami periodycznymi

W celu lepszego zobrazowania sytuacji związanej ze wzrostem cen rowerów elektrycznych zbadano, czy tendencja wzrostowa utrzyma się w kolejnych okresach. Na podstawie hipotetycznych danych dotyczących wartości zmiennej *cena* P_t od stycznia 2021 do grudnia 2022 r. przeprowadzono prognozowanie wartości cen rowerów elektrycznych na kolejny rok.

Zastosowano model tendencji rozwojowej uwzględniający trend, wahania periodyczne i wahania przypadkowe [1]:

$$Y_t = F[f(t), \varphi(t), \varepsilon_t], \quad (5)$$

gdzie: Y_t — zmienna endogeniczna (objaśniana),
 $f(t)$ — funkcja zmiennej czasowej t (trend),
 $\varphi(t)$ — okresowa funkcja zmiennej t ,
 ε_t — składnik losowy.

Rolę zmiennej endogenicznej w omawianym przypadku pełniła zmienna $cena P_t$ rowerów elektrycznych (z podziałem na damskie i męskie). Na podstawie analizy danych dotyczących wartości tej zmiennej w badanym okresie (rys. 2) widać wyraźne wahania periodyczne związane z sezonowością. Prognozę zmiennej $cena P_t$ rowerów elektrycznych przeprowadzono metodą wskaźników sezonowości ([1]).

Można zauważyć, że spełnione były niezbędne założenia dla poprawności prowadzonego procesu predykcji (por. [2]): stabilność struktury modelu — w całym okresie 24 miesięcy objętych prognozą zachowane trend i wahania sezonowe, w analizowanym procesie zachodziły wyłącznie zmiany regularne, nie było zmian wyraźnie przekraczających rząd wielkości wahań losowych, a trend i wahania sezonowe nie ulegały istotnym zmianom w prognozowanym okresie. Uwzględniając to, skonstruowano prognozę cen rowerów elektrycznych (z podziałem na damskie i męskie) na podstawie metody wskaźników sezonowości.

Kolumna 4 tabeli 6 zawiera dane dotyczące wartości zmiennej $cena P_t$ rowerów damskich od stycznia 2021 r. do grudnia 2022 r. Przedstawiony szereg czasowy wygładzono trendem liniowym z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów, otrzymując wartości teoretyczne funkcji trendu ceny rowerów damskich (kolumna 7 tabeli 6):

$$\hat{P}_t^d = 4633,7826 + 35,2174t. \quad (6)$$

Przyjmując model multiplikatywny, wyeliminowano trend, wyznaczając stosunki wartości rzeczywistych cen P_t rowerów damskich do wartości teoretycznych (wygładzonych):

$$e_t = \frac{P_t}{\hat{P}_t^d}. \quad (7)$$

Zatem otrzymano wartości e_t (kolumna 8 tabeli 6) zawierające tylko wahania sezonowe i przypadkowe.

TABELA 6

Cena P_t rowerów damskich w latach 2021-2022, obliczenia do funkcji trendu

Rok	Miesiąc	t	P_t	$P_t \cdot t$	t^2	\hat{P}_t^d	$e_t = \frac{P_t}{\hat{P}_t^d}$	$\tilde{P}_t^d = \hat{P}_t^d \cdot w(t)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2021	I	1	4399	4399	1	4669,00	0,942171771	4308,16
	II	2	4299	8598	4	4704,22	0,913860828	4259,47
	III	3	4499	13497	9	4739,43	0,949269313	4452,58
	IV	4	4999	19996	16	4774,65	1,046987261	4841,71
	V	5	5299	26495	25	4809,87	1,101693077	5176,96
	VI	6	5299	31794	36	4845,09	1,093685221	5224,43
	VII	7	5299	37093	49	4880,30	1,085792939	5225,92
	VIII	8	5199	41592	64	4915,52	1,057670025	5177,39
	IX	9	5199	46791	81	4950,74	1,050146223	5178,85
	X	10	4999	49990	100	4985,96	1,002616043	5034,19
	XI	11	4699	51689	121	5021,17	0,935836934	4793,34
	XII	12	4599	55188	144	5056,39	0,909541949	4698,52
2022	I	13	4599	59787	169	5091,61	0,903250873	4698,11
	II	14	4599	64386	196	5126,83	0,897046227	4642,13
	III	15	4799	71985	225	5162,04	0,929670589	4849,61
	IV	16	5099	81584	256	5197,26	0,98109372	5270,26
	V	17	5499	93483	289	5232,48	1,050936043	5631,82
	VI	18	5599	100782	324	5267,70	1,062893601	5680,13
	VII	19	5599	106381	361	5302,91	1,055834775	5678,46
	VIII	20	5599	111980	400	5338,13	1,048869088	5622,52
	IX	21	5599	117579	441	5373,35	1,041994708	5620,93
	X	22	5499	120978	484	5408,57	1,01672066	5460,88
	XI	23	5299	121877	529	5443,78	0,973404043	5196,77
	XII	24	5199	124776	576	5479,00	0,948895784	5091,22
Sumy	x	300	121776	1562700	4900	x	x	x

Źródło: opracowanie własne

Na podstawie wartości e_t z obydwu lat (2021 i 2022) wyznaczono tzw. surowe wskaźniki sezonowości dla jednoimiennych okresów (w omawianym przypadku miesięcy) [1]:

$$s_j = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} e_{j+i \cdot m}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (8)$$

gdzie: $n = N \cdot m$ — liczba obserwacji,
 N — liczba okresów (najczęściej liczba badanych lat),
 m — liczba faz wahań w cyklu (liczba sezonów), np. dla miesięcy $m = 12$.

W rozważanym przypadku dokonano analizy szeregu czasowego z wahaniami miesięcznymi w dwóch kolejnych latach, stąd wartości wskaźników s_j obliczono dla $n = 24$, $N = 2$, $m = 12$ (tabela 7).

TABELA 7

Wskaźniki sezonowości oraz prognoza cen rowerów damskich

Miesiąc	$\sum_{i=0}^{N-1} e_{j+i \cdot m}$	s_j	w_j	Prognoza na 2023 r.
1	2	3	4	5
I	1,845422644	0,922711322	0,922715871	5088,05
II	1,810907055	0,905453528	0,905457991	5024,77
III	1,878939902	0,939469951	0,939474582	5246,63
IV	2,028080981	1,01404049	1,014045489	5698,79
V	2,15262912	1,07631456	1,076319866	6086,67
VI	2,156578822	1,078289411	1,078294726	6135,81
VII	2,141627714	1,070813857	1,070819135	6130,99
VIII	2,106539113	1,053269556	1,053274748	6067,63
IX	2,092140931	1,046070466	1,046075622	6063,00
X	2,019336704	1,009668352	1,009673329	5887,57
XI	1,909240977	0,954620488	0,954625194	5600,19
XII	1,858437733	0,929218866	0,929223447	5483,90

Źródło: opracowanie własne

TABELA 8

Cena P_t rowerów męskich w latach 2021-2022, obliczenia do funkcji trendu

Rok	Miesiąc	t	P_t	$P_t \cdot t$	t^2	\hat{P}_t^m	$e_t = \frac{P_t}{\hat{P}_t^m}$	$\tilde{P}_t^m = \hat{P}_t^m \cdot w(t)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2021	I	1	4599	4599	1	4914,00	0,935897436	4544,04
	II	2	4599	9198	4	4960,52	0,927120219	4546,19
	III	3	4899	14697	9	5007,04	0,978421702	4833,26
	IV	4	5399	21596	16	5053,57	1,06835467	5265,57
	V	5	5499	27495	25	5100,09	1,07821691	5408,04
	VI	6	5499	32994	36	5146,61	1,068470584	5455,52
	VII	7	5499	38493	49	5193,13	1,05889888	5457,89
	VIII	8	5399	43192	64	5239,65	1,030411909	5410,23
	IX	9	5399	48591	81	5286,17	1,02134362	5412,53
	X	10	5399	53990	100	5332,70	1,012433552	5369,53
	XI	11	5199	57189	121	5379,22	0,96649747	5226,42
	XII	12	4999	59988	144	5425,74	0,921349125	5128,54
2022	I	13	4999	64987	169	5472,26	0,913516391	5060,27
	II	14	4999	69986	196	5518,78	0,905815712	5057,82
	III	15	5299	79485	225	5565,30	0,952149185	5372,15
	IV	16	5699	91184	256	5611,83	1,015533966	5847,25
	V	17	5899	100283	289	5658,35	1,042530467	6000,01
	VI	18	5999	107982	324	5704,87	1,051557784	6047,29
	VII	19	5999	113981	361	5751,39	1,043051965	6044,61
	VIII	20	5999	119980	400	5797,91	1,034682644	5986,66
	IX	21	5999	125979	441	5844,43	1,026446564	5984,13
	X	22	5899	129778	484	5890,96	1,001365394	5931,64
	XI	23	5799	133377	529	5937,48	0,97667726	5768,82
	XII	24	5799	139176	576	5984,00	0,969084225	5656,22
sumy	x	300	130776	1688200	4900	x	x	x

Źródło: opracowanie własne

Dodatkowo, w celu bardziej precyzyjnej prognozy, policzono oczyszczone wskaźniki sezonowości dla poszczególnych miesięcy

$$w_j = \frac{s_j}{\bar{s}}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (9)$$

gdzie: \bar{s} — wartość średnia.

Mając oszacowaną funkcję trendu (6) oraz oczyszczone wskaźniki sezonowości dla poszczególnych miesięcy w badanym okresie (kolumna 4, tabela 7), wyznaczono wartości teoretyczne cen rowerów damskich uwzględniające wahania sezonowe (kolumna 9, tabela 7). Na podstawie tej procedury wyznaczono prognozy cen rowerów damskich na kolejne miesiące roku 2023 (ostatnia kolumna tabeli 7) według wzoru:

$$\hat{P}_{t,j}^d = (4633,7826 + 35,2174 \cdot t) \cdot w_j, \quad t = 25, 26, \dots, 36, \quad j = 1, 2, \dots, 12. \quad (10)$$

Analogiczny proces prognozowania przeprowadzono w przypadku cen rowerów męskich. Po wygładzeniu szeregu czasowego trendem liniowym z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów otrzymano wartości teoretyczne funkcji trendu ceny rowerów męskich (kolumna 7 tabeli 8):

$$\hat{P}_t^m = 4867,4783 + 46,5217t. \quad (11)$$

Tak jak w przypadku cen rowerów damskich, przy wykorzystaniu wzoru 7 wyeliminowano trend za pomocą modelu multiplikatywnego, wyznaczając stosunki wartości rzeczywistych cen P_t rowerów męskich do wartości teoretycznych (wygładzonych). Kolumna 8 tabeli 8 zawiera już tylko wahania sezonowe i przypadkowe tych cen. Następnie, po wyznaczeniu surowych wskaźników sezonowości s_j , $j = 1, \dots, 12$ dla cen rowerów męskich w badanym przedziale czasowym (z wzoru 8, tabela 9, kolumna 3), z wzoru 9 obliczono oczyszczone wskaźniki sezonowości w_j , $j = 1, \dots, 12$ (kolumna 4 tabeli 9).

Ostatecznie, mając oszacowaną funkcję trendu (11) oraz oczyszczone wskaźniki sezonowości dla poszczególnych miesięcy w badanym okresie, po wyznaczeniu wartości teoretycznych cen rowerów męskich, uwzględniających wahania sezonowe (kolumna 9, tabela 8), dokonano prognozy cen rowerów męskich na kolejne miesiące roku 2023 (ostatnia kolumna tabeli 9) według wzoru:

$$\hat{P}_{t,j}^m = (4867,4783 + 46,5217 \cdot t) \cdot w_j, \quad t = 25, 26, \dots, 36, \quad j = 1, 2, \dots, 12. \quad (12)$$

Zauważono, że zarówno w przypadku prognoz cen rowerów damskich, jak i męskich na poszczególne miesiące roku 2023 jest zachowany trend związany ze wzrostem cen — ceny w kolejnym roku są wyższe w stosunku do roku poprzedniego oraz występują wahania sezonowe — ceny rosną już od marca, a zaczynają spadać pod koniec lata.

TABELA 9

Wskaźniki sezonowości oraz prognoza cen rowerów męskich

Miesiąc	$\sum_{i=0}^{N-1} e_{j+i-m}$	s_j	w_j	Prognoza na 2023 r.
1	2	3	4	5
I	1,849413827	0,924706913	0,924713555	5576,51
II	1,832935931	0,916467966	0,916474548	5569,46
III	1,930570887	0,965285443	0,965292376	5911,03
IV	2,083888636	1,041944318	1,041951801	6428,93
V	2,120747377	1,060373688	1,060381304	6591,98
VI	2,120028369	1,060014184	1,060021797	6639,05
VII	2,101950845	1,050975422	1,05098297	6631,34
VIII	2,065094554	1,032547277	1,032554693	6563,10
IX	2,047790184	1,023895092	1,023902445	6555,74
X	2,013798946	1,006899473	1,006906705	6493,76
XI	1,94317473	0,971587365	0,971594343	6311,22
XII	1,89043335	0,945216675	0,945223463	6183,90

Źródło: opracowanie własne

7. Podsumowanie

Na podstawie analizy rozkładów prawdopodobieństwa popytu, podaży i cen rowerów elektrycznych oraz po dopasowaniu rozkładów najlepiej pasujących do danych empirycznych (według testu Andersona–Darlinga) stwierdzono, że do zmiennych: *cena* P_t rowerów damskich/męskich i *popyt* QD_t na rowery damskie/męskie najlepiej pasuje mieszanka rozkładów Gaussa. W przypadku zmiennej *podaż* QS_t rowerów damskich/męskich najlepiej pasuje do niej rozkład Johnsona SB.

Analiza danych dotyczących popytu, podaży i ceny rowerów elektrycznych w badanym okresie doprowadziła do wniosku, że zależności pomiędzy zmiennymi *popyt* QD_t , *podaż* QS_t i *cena* P_t opisuje model pajęczyny, a ich wartości rosną z każdym kolejnym rokiem w stosunku do tego samego miesiąca roku poprzedniego. Dodatkowo, oprócz tendencji wzrostowej, wartości tych zmiennych wykazują się również sezonowością. Trend wzrostowy oraz periodyczność są widoczne także w prognozie cen rowerów elektrycznych damskich i męskich na kolejny rok.

Przeprowadzona analiza może być wykorzystana jako element wspomagający proces decyzyjny przedsiębiorstwa.

Źródło finansowania pracy — uczelniany grant badawczy UGB nr 531 5000 22 703.

Artykuł wpłynął do redakcji 5.02.2024. Zatwierdzono do publikacji 13.02.2024.

Ewa Falkiewicz <https://orcid.org/0000-0002-2263-9476>

LITERATURA

- [1] GORYL A., JĘDRZEJCZYK Z., KUKUŁA K., OSIEWALSKI J., WALKOSZ A., *Wprowadzenie do ekonometrii*, Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa 2017.
- [2] GRABIŃSKI T., WYDYMUS S., ZELIAŚ A., *Modele ekonometryczne w procesie prognozowania*, Akademia Ekonomiczna, Kraków 1981.
- [3] IMAN R.L., CONOVER W.J., *A Distribution-free Approach to Inducing Rank Correlation Among Input Variables*, *Communications in Statistics*, 11, 3, 1982, 311-334.
- [4] KRYSICKI W., BARTOS J., DYCZKA W., KRÓLIKOWSKA K., WASILEWSKI M., *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, cz. II. Statystyka matematyczna*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002.
- [5] KUSY M., *Analiza rozkładów i symulacje w programie Statistica*, StatSoft Polska 2011.
- [6] REKOWSKI M., *Mikroekonomia*, Wydawnictwo Naukowe Contact, Poznań 2008.
- [7] TOKARSKA M., GNIOTEK K., *Ocena niepewności pomiaru metodą symulacji Monte Carlo w oparciu o program Statistica*, *Przegląd Elektrotechniczny*, 86, 9, 2010, 43-46.
- [8] ZELIAŚ A., PAWEŁEK B., WANAT S., *Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.

E. FALKIEWICZ

Analysis of distributions and simulation of demand and supply in a spider web model using statistica software

Abstract. The paper presents the relationships between prices, demand and supply in the electric bicycle market, which are described by spider web model. The aim of the work is to analyse the probability distributions of price, demand and supply and to simulate further distribution of demand and supply using Statistica software. In addition, due to the seasonality of the e-bike market, a prediction of e-bike prices for subsequent periods is conducted using a trend model with periodical fluctuations.

Keywords: spider web model, demand, supply, normal distribution, normality of distribution tests, Iman–Conover method, prediction, trend model with periodical fluctuations

DOI: 10.5604/01.3001.0054.6452