

Calculation of reinforced column bases using the component method

Obliczanie wzmocnionych podstaw słupów metodą składnikową

DOI: 10.15199/33.2024.10.09

Abstract. This paper presents an algorithm for evaluating the resistance and stiffness of a reinforced column base, developed using the component method. The main focus of the paper is on a structural solution in the form of a stiffened base, which is fixed to the concrete substrate by eight anchor bolts. This solution is transformed into a mechanical model of the joint. Based on standard guidelines and literature studies, formulas are presented to determine the mechanical characteristics of the basic components of this model. Using equilibrium and displacement compatibility conditions, formulas for calculating the reinforced column base are derived. Analysis of the model's behavior in both the ultimate limit state and the elastic state allows for the determination of the bending resistance $M_{j,Rd}$ and the rotational stiffness $S_{j,ini}$ of the column base, respectively. Presents also the results of calculations performed for the four structural solutions designed for the column base, along with conclusions and remarks.

Keywords: column base; anchoring; resistance; stiffness; component method.

Streszczenie. W artykule przedstawiono algorytm oceny nośności i sztywności wzmocnionej podstawy słupa, który opracowano na podstawie metody składnikowej. W głównej części pracy przyjęto rozwiązanie konstrukcyjne w postaci uźebrowanej podstawy, która jest zamocowana w podłożu betonowym za pomocą ośmiu śrub kotwiących. Rozwiązanie to przekształcono do postaci modelu mechanicznego węzła, a na podstawie wytycznych normowych oraz studiów literaturowych, przedstawiono wzory do wyznaczenia cech mechanicznych składników podstawowych tego modelu. Następnie, wykorzystując warunki równowagi oraz zgodności przemieszczeń, utworzono wzory na obliczenie wzmocnionej podstawy słupa. Analiza zachowania modelu w stanie granicznym nośności oraz w stanie sprężystym pozwoliła określić odpowiednio nośność na zginanie $M_{j,Rd}$ oraz sztywność na obrót $S_{j,ini}$ podstawy. Ponadto przedstawiono wyniki obliczeń czterech rozwiązań konstrukcyjnych podstawy słupa oraz wnioski i uwagi końcowe.

Słowa kluczowe: podstawa słupa; zakotwienie; nośność; sztywność; metoda składnikowa.

The component method is the recommended approach, according to standard [1], for assessing the resistance and stiffness of column-to-foundation connections. The direct application of the guidelines in standard [1] allows for the calculation of column-to-foundation connections with a simple structure (Figure 1a and b), consisting of a horizontal plate fixed to the foundation using anchor bolts. However, the potential applications of the component method in the design of support joints are broader. This method can also be used to calculate reinforced column-to-foundation connections, such as stiffened bases or those anchored to the foundation with a larger number of anchors (Figure 1c). This enables the design of bases with greater resistance and stiffness, without the need for more complex solutions [2, 3].

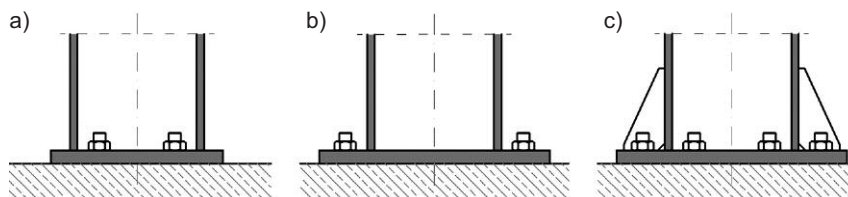


Fig. 1. Examples of column bases: a) and b) simple column bases; c) reinforced column base
Rys. 1. Przykłady podstaw słupów: a) i b) prosta podstawa słupa; c) wzmocniona podstawa słupa

Metoda składnikowa jest zalecanym przez normę [1] sposobem oceny nośności i sztywności połączeń słupów z fundamentami. Bezpośrednie zastosowanie wytycznych normy [1] pozwala obliczać połączenia słupów z fundamentami o prostej budowie (rysunek 1a i b). Możliwość wykorzystania metody składnikowej w projektowaniu węzłów podporowych są większe. Przy użyciu tej metody można obliczać wzmocnione połączenia słupów z fundamentami, np. podstawy uźebrowane, czy zamocowane w fundamencie dużą liczbą kotew (rysunek 1c). Okoliczność ta pozwala projektować podstawy o dużej nośności i sztywności, bez konieczności stosowania złożonych rozwiązań [2, 3].

Computational Model of the Column Base

When initiating calculations for the column base using the component method [1], it is necessary to identify the so-called „basic components” – parts of the column-to-foundation

Obliczeniowy model podstawy słupa

Rozpoczynając obliczenia podstawy słupa metodą składnikową [1], należy wyróżnić tzw. składniki podstawowe, czyli fragmenty połączenia słupa z fundamentem, w obrębie których przyjmuje się pewien, charakterystyczny stan obciążenia oraz deformacji. W przedstawionej na rysunku 2a podstawie słupa można wyróżnić następujące składniki: 1 – kotwy

¹⁾ Politechnika Koszalińska, Wydział Inżynierii Lądowej, Środowiska i Geodezji; przemyslaw.krystosik@tu.koszalin.pl

connection within which specific, characteristic state of loading and deformation are assumed. In the column base presented in Figure 2a (refer to Figure 1c), the following components can be distinguished: 1 – anchors fixed in concrete, in the tension zone, 2 – base plate in the tension zone, 3 – stiffener, column flange, and column web in the tension zone, 4 – base plate and concrete substrate in the compression zone, 5 – stiffener and column flange in the compression zone.

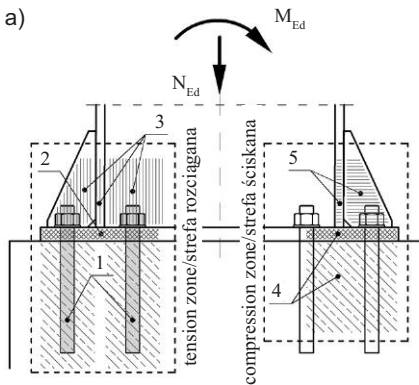
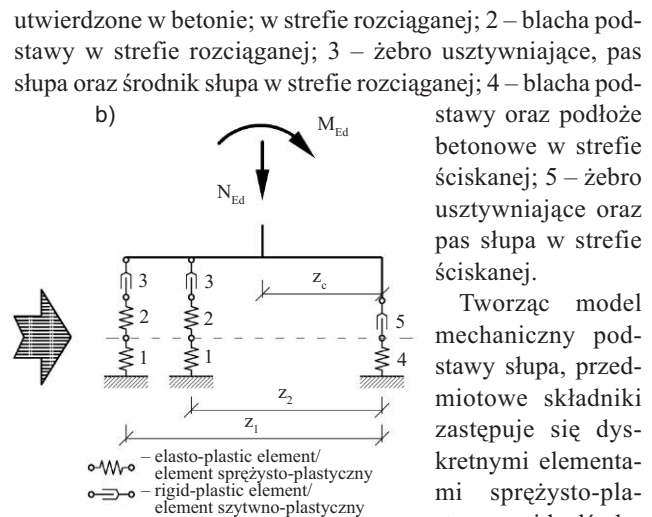


Fig. 2. Reinforced column base: a) basic components of the column base; b) mechanical model of the column base – model I (description in the article)

Rys. 2. Wzmocniona podstawa słupa: a) składniki podstawowe podstawy; b) model mechaniczny podstawy – model I (opis w tekście)



utwierdzone w betonie; w strefie rozciąganej; 2 – blacha podstawy w strefie rozciąganej; 3 – żebro usztywniające, pas słupa oraz środnik słupa w strefie rozciąganej; 4 – blacha podstawy oraz podłoże betonowe w strefie ścisanej; 5 – żebro usztywniające oraz pas słupa w strefie ścisanej.

Tworząc model mechaniczny podstawy słupa, przedmiotowe składniki zastępuje się dyskretnymi elementami sprężysto-plastycznymi bądź elementami sztywno-plastycznymi [4, 5]. Każdemu elemento-

When creating a mechanical model of the column base, the aforementioned components are replaced by discrete elastic-plastic or rigid-plastic elements [4, 5]. Each elastic-plastic element is assigned two mechanical parameters: stiffness coefficient k and plastic resistance F_{Rd} . Rigid-plastic elements are assigned a single characteristic – plastic resistance F_{Rd} .

By knowing the mechanical parameters of the discrete elements and their arrangement, a mechanical model of the joint is obtained – model I (Figure 2b), which is used to calculate the resistance and stiffness of the entire base.

Resistance of anchors fixed in concrete. Determining the resistance of an anchor requires considering the potential failure of both the anchor itself and the concrete substrate in the area of the anchor bolts. The resistance of typical tension anchors can be determined according to standard [1], considering two failure models. In the first model, the resistance due to the rupture, is calculated using to the formula:

$$F_{t,Rd} = 0,9 \frac{A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}} \quad (1)$$

where:

A_s – the tensile stress cross-sectional;

f_{ub} – the ultimate tensile strength of the anchor material; $\gamma_{M2} = 1.25$.

In the second failure model, the resistance due to the nut pulling through the base plate is determined according to the relationship:

$$B_{p,Rd} = \frac{0,6 \pi d_m t_p f_u}{\gamma_{M2}} \quad (2)$$

where:

t_p – the thickness of the base plate;

d_m – the mean dimension of the nut width (diameter);

f_u – the ultimate tensile strength of the plate material.

If necessary, according to [1], it is possible to determine the resistances due to the shear of the anchor, the bearing of the anchor on the base plate, and the interaction of shear and tension in the anchors.

wi sprężysto-plastycznemu przypisuje się dwa parametry mechaniczne: współczynnik sztywności k oraz nośność plastyczną F_{Rd} . Elementom sztywno-plastycznym przyporządkowuje się jedną cechę – nośność F_{Rd} . Znając parametry mechaniczne elementów dyskretnych oraz ich rozmieszczenie, otrzymuje się model mechaniczny węzła – model I (rysunek 2b), który służy do obliczeń nośności i sztywności całej podstawy.

Nośność kotew utwierdzonych w betonie. Określenie nośności zakotwienia wymaga uwzględnienia sytuacji, które obejmują zniszczenie samych kotew, jak również podłoża betonowego w obrębie śrub kotwiących. Nośność typowych kotew na rozciąganie można określić wg normy [1], biorąc pod uwagę dwa modele zniszczenia. W pierwszym nośność ze względu na rozerwanie trzpienia oblicza się wg wzoru:

$$F_{t,Rd} = 0,9 \frac{A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}} \quad (1)$$

gdzie:

A_s – pole rdzenia kotew;

f_{ub} – granica wytrzymałości materiału kotwy;

$\gamma_{M2} = 1.25$.

W drugim modelu zniszczenia, nośność z uwagi na przeciągnięcie nakrętki przez blachę podstawy wyznacza się wg zależności:

$$B_{p,Rd} = \frac{0,6 \pi d_m t_p f_u}{\gamma_{M2}} \quad (2)$$

gdzie:

t_p – grubość blachy podstawy;

d_m – średnia szerokość (średnica) nakrętki;

f_u – granica wytrzymałości blachy.

Stosując normę [1], można określić nośność z uwagi na ściecie trzpienia kotwy, docisk kotwy do blachy podstawy oraz nośność z uwagi na jednoczesne występowanie ścinania i rozciągania w kotwach.

Calculating anchors embedded in concrete is a complex process due to the requirement of safely transferring significant forces to a brittle material substrate (with low tensile strength). The transfer of forces through mechanical anchoring, friction forces, adhesion, or a combination of these effects, implies the possibility of multiple failure mechanisms. Additionally, the design process can be complicated by the occurrence of a complex load state – the combined effect of tensile and shear forces transferred from the anchors to the concrete.

Standard [1] indicates that anchors resistance calculation should be performed according to the guidelines in [6], however, a significant amount of information on anchor design procedures can be found in [7]. Furthermore, when calculating the capacity of a selected type of anchor, it is necessary to use information from, for example, national or European technical assessments. Extensive comments on the methodology of designing and calculating anchors are presented in [8, 9]. The sought tensile resistance of a single anchor, $F_{t,Rd}$, is the minimum resistance among all considered failure modes.

Resistance and stiffness of the base plate in the tension zone. The resistance $F_{T,Rd}$ and stiffness k_2 of the base plate, according to [1], are determined by analyzing the behavior of the so-called „T-stubs”, i. e., certain areas where, due to forces transmitted by the anchors, there is a strong bending of the plate. In the initial stage of calculating the resistance $F_{T,Rd}$, the effective lengths of the T-stubs, l_{eff} , are determined – hypothetical lines of plastic hinge of the plate. The possible shapes and formulas for calculating effective lengths in circular (cp) and non-circular (nc) failure mechanisms of the analyzed base example (Figure 2a) are shown in Figure 3.

From the obtained set of l_{eff} values for each row, the minimum values should be determined using to the following relationship:

$$l_{eff,1} = \min(l_{eff,cp}, l_{eff,nc}) \quad (3)$$

$$l_{eff,2} = \min(l_{eff,nc}) \quad (4)$$

Subsequently, the possibility of the so-called prying effect in anchor bolts should be checked - an increase in forces in the bolts as a result of the edge of the deformed base plate contact (bearing) against the concrete surface. According to [1], this effect can occur when the condition is met:

Obliczanie kotew utwierdzonych w betonie jest dość złożonym procesem ze względu na wymagania bezpiecznego przeniesienia znacznych sił na podłoże z kruchego materiału (o niewielkiej wytrzymałości na rozciąganie). Transfer sił przez mechaniczne zakotwienie, siły tarcia, adhezję bądź kombinację tych efektów implikuje możliwość wystąpienia wielu mechanizmów zniszczenia. Dodatkowo, proces projektowania może komplikować wystąpienie złożonego stanu obciążenia – sumaryczny efekt działania sił rozciągających i tnących przekazywanych z kotew na beton.

Norma [1] wskazuje, że obliczenie nośności kotwy należy wykonać wg wytycznych [6], ale znaczna część informacji na temat procedur projektowania zakotwień znajduje się w [7]. Ponadto, w obliczeniach nośności wybranego rodzaju kotwy często należy wykorzystywać informacje z krajowych bądź europejskich ocen technicznych. Obszerne komentarze dotyczące metody projektowania i obliczania zakotwień przedstawiono w [8, 9]. Poszukiwana nośność pojedynczej kotwy na rozciąganie $F_{t,Rd}$ jest minimalną nośnością spośród wszystkich rozpatrywanych modeli zniszczenia.

Nośność i sztywność blachy podstawy w strefie rozciąganej. Wyznaczenie nośności $F_{T,Rd}$ i sztywności k_2 blachy podstawy wg [1] określa się, analizując zachowanie tzw. króćców (T-stub), tj. pewnych obszarów blach podstawy, gdzie na skutek sił przekazywanych przez kotwy ma miejsce silne zgięcie blachy. W początkowym etapie obliczania nośności $F_{T,Rd}$ określa się tzw. efektywne długości króćców l_{eff} – hipotetyczne linie załomu plastycznego blachy. Możliwe kształty oraz wzory do obliczeń długości efektywnych w kołowych (cp) i niekołowych (nc) mechanizmach zniszczenia analizowanego przykładu podstawy słupa (rysunek 2a) przedstawiono na rysunku 3.

Spośród otrzymanego zbioru wartości l_{eff} , należy określić minimalne wartości w przypadku każdego szeregu wg zależności:

$$l_{eff,1} = \min(l_{eff,cp}, l_{eff,nc}) \quad (3)$$

$$l_{eff,2} = \min(l_{eff,nc}) \quad (4)$$

Następnie trzeba sprawdzić możliwość wystąpienia tzw. efektu dźwigni w śrubach kotwiących, czyli zwiększenia sił w śrubach w wyniku kontaktu (zapierania się) krawędzi zdeformowanej blachy podstawy z powierzchnią betonu. Efekt ten wg [1] może mieć miejsce, gdy spełniony jest warunek:

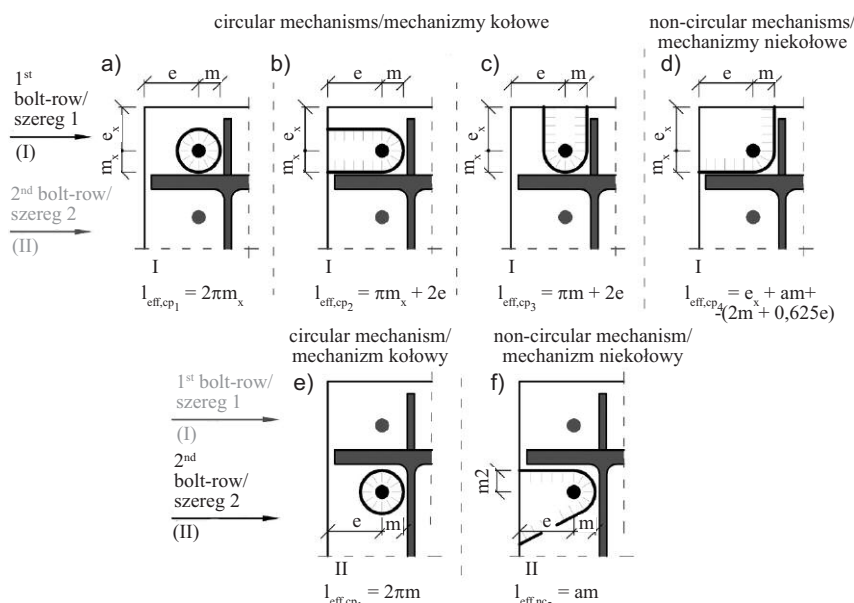


Fig. 3. Effective lengths in: a) ÷ d) the 1st bolt-row (outer); e) ÷ f) the 2nd bolt-row (inner)
Rys. 3. Długości efektywne w: a) ÷ d) szeregu I (zewnątrznym); e) ÷ f) szeregu II (wewnętrzny)

$$L_b \leq \frac{8,8 m^3 A_s}{l_{eff,1} t_p^3} \quad (5)$$

$$L_b \leq \frac{8,8 m^3 A_s}{l_{eff,1} t_p^3} \quad (5)$$

where:

L_b – the elongation length of the anchor bolt;
 m (or m_x in the case of an unstiffened, the outer row of anchors) is a geometric parameter according to Figure 3. If the condition (5) is not met, the prying effect will not occur.

In the algorithm for determining the resistance $F_{T,Rd}$, standard [1] distinguishes four potential failure mechanisms: full plastification of the base plate (model Ia), partial plastification of the plate (model Ib), partial plastification of the plate and failure of the bolts (model II), and failure of the anchor bolts (model III). Calculations of $F_{T,Rd}$ according to models Ia, II, and III should be performed when the prying effect occurs, while the resistance according to models Ib and III should be determined when the prying effect does not occur. Detailed guidelines for determining the resistance are provided in Table 6.2 [1], while the most important calculation formulas are presented in table 1.

Table 1. Basic formulas for calculating resistance of the T-stubs

Tabela 1. Podstawowe wzory do obliczania nośności króćców

Pray effect may occur/ Efekt dźwigni może wystąpić	No prying forces/ Efekt dźwigni nie wystąpi
$F_{T,1,Rd} = 4 M_{pl,1,Rd}/m$ – model Ia	$F_{T,1b,Rd} = 2 M_{pl,1,Rd}/m$ – model Ib
$F_{T,2,Rd} = (2 M_{pl,2,Rd} + n \sum F_{t,Rd})/(m + n)$ – model II	
$F_{T,3,Rd} = \sum F_{t,Rd}$ – model III	
$M_{pl,1,Rd} = 1/4 (\sum l_{eff,1} t_p^2 f_y)/\gamma_{M0}$; $M_{pl,2,Rd} = 1/4 (\sum l_{eff,2} t_p^2 f_y)/\gamma_{M0}$, where/gdzie: $\gamma_{M0} = 1,0$, $n = e \leq 1,25$ m	

Remark: If the base has an external, unstiffened row of anchors, then for the calculations of this row, we assume parameters m_x and e_x (instead of parameters m and e).
 Uwaga: jeśli w podstawie występuje zewnętrzny, nieuzbrojony szereg kotew, to w obliczeniach tego szeregu przyjmujemy parametry m_x oraz e_x (zamiast parametrów m i e).

The ultimate tensile resistance of the T-stubs, $F_{T,Rd}$, is determined as the minimum value obtained among the predicted failure mechanisms. Calculating the stiffness of the base plate in the tension zone reduces to determining the parameter k_2 according to the formulas in [1]:

$$k_2 = 0,851_{eff,1} t_p^2/m^3, \text{ if the prying effect occurs,} \quad (6)$$

$$k_2 = 0,4251_{eff,1} t_p^2/m^3, \text{ if there is no prying effect.} \quad (7)$$

At this point, having all the necessary data, it is also possible to determine the stiffness parameter of the anchor bolts. The value of the stiffness coefficient k_1 is calculated using the relationship in [1]:

$$k_1 = 1,6 A_s/L_b, \text{ if the prying effect occurs,} \quad (8)$$

$$k_1 = 2,0 A_s/L_b, \text{ if there is no prying effect.} \quad (9)$$

Resistance of the flange, column web, and stiffener in the tension zone. In the considered base, the tension zone includes the column flange, a portion of the column web, and the stiffener, with the column flange interacting with both the external and internal rows of anchors (see Figure 2a). The tensile resistance calculations of the column panels within the I and II rows can be calculated according to the formulas in [1]:

gdzie:

L_b – baza wydłużalności śruby kotwiącej;
 m (lub m_x w przypadku nieusztywnionego zębem, zewnętrznego szeregu kotwy) – parametr geometryczny wg rysunku 3. W przypadku, gdy warunek (5) nie jest spełniony, efekt dźwigni nie wystąpi.

W algorytmie wyznaczenia nośności $F_{T,Rd}$ króćców norma [1] wyróżnia 4 potencjalne mechanizmy zniszczenia charakteryzujące się: pełnym uplastycznieniem blachy podstawy (model Ia); częściowym uplastycznieniem blachy (model Ib); częściowym uplastycznieniem blachy, zerwaniem śrub (model II) oraz zniszczeniem śrub kotwiących (model III). Obliczenia $F_{T,Rd}$ wg modelu Ia, II oraz III należy wykonać w przypadku wystąpienia efektu dźwigni, podczas gdy nośność wg modelu Ib oraz III wyznacza się, gdy efekt dźwigni nie występuje. Szczegółowe wytyczne określania nośności znajdują się w tabelicy 6.2 [1], natomiast najważniejsze wzory do obliczeń przedstawiono w tabeli 1.

Ostateczna nośność króćców na rozciąganie $F_{T,Rd}$ jest minimalną wartością spośród otrzymanych w przypadku przewidywanych mechanizmów zniszczenia. Obliczenie sztywności blachy podstawy w strefie rozciąganej sprowadza się do określenia parametru k_2 wg wzorów [1]:

$$k_2 = 0,851_{eff,1} t_p^2/m^3, \text{ jeśli wystąpi efekt dźwigni,} \quad (6)$$

$$k_2 = 0,4251_{eff,1} t_p^2/m^3, \text{ jeśli nie wystąpi efekt dźwigni.} \quad (7)$$

Mając wszystkie niezbędne dane, można również wyznaczyć parametr określający sztywność śrub kotwiących. Wartość współczynnika sztywności k_1 oblicza się wg zależności [1]:

$$k_1 = 1,6 A_s/L_b, \text{ jeśli występuje efekt dźwigni,} \quad (8)$$

$$k_1 = 2,0 A_s/L_b, \text{ jeśli nie występuje efekt dźwigni.} \quad (9)$$

Nośność zębra, pasa słupa i środnika słupa w strefie rozciąganej. W rozważanej podstawie słupa strefa rozciągana obejmuje pas słupa, fragment jego środnika oraz zebro usztywniające, przy czym pas słupa współpracuje zarówno z zewnętrznym, jak i wewnętrznym szeregiem kotew (rysunek 2a). Obliczenia nośności na rozciąganie ścianek słupa w obrębie I i II szeregu mogą być obliczone wg wzorów [1]:

$$F_{t.ts.Rd} = \frac{b_{eff} t_s f_y}{\gamma_{M0}} \quad (10)$$

$$F_{t.wc.Rd} = \frac{b_{eff} t_w f_y}{\gamma_{M0}} \quad (11)$$

where:

b_{eff} – the effective width of the tension plate, which is equal to the effective lengths l_{eff} of the I and II row [1];

t_s and t_w – the thicknesses of the stiffener and column web, respectively.

Resistance and stiffness of the base plate and concrete in the compression zone. The transfer of compressive force between the column base and the concrete substrate causes bending in the base plate and compressive stresses in the concrete. The area of stress transfer at the interface of the base plate and concrete, A_{eff} , is determined using the parameter c (Figure 4) [1],

$$c = t_p \sqrt{\frac{f_y}{3 f_{jd} \gamma_{M0}}} \quad (12)$$

where:

f_{jd} – the design compressive strength of concrete according to [6].

In the analyzed base, the presence of the stiffener affects the shape of the area where the compression occurs. For this reason, the shape of the effective stress transfer zone can be determined according to Figure 4. After determining the contact area A_{eff} , resistance calculations can proceed using the following formula [1]:

$$F_{c.tp.Rd} = \frac{A_{eff} f_{jd}}{\gamma_{M0}} \quad (13)$$

The stiffness of the base plate-concrete substrate system under compression k_4 , can be determined according to [1] using the relationship:

$$k_4 = \frac{E_c \sqrt{A_{eff}}}{1,275 E} \quad (14)$$

where:

E and E_c – the modulus of elasticity of steel and concrete, respectively.

Resistance of the flange and column web in the compression zone. When determining the resistance of the second component of the base in the compression zone, it is necessary to consider the panels that support the base plate – the column flange and the stiffener. Therefore, the formula for the resistance of this zone can be written as:

$$F_{c.fc.Rd} = \frac{b_s t_s f_y}{\gamma_{M0}} + \frac{b_f t_f f_y}{\gamma_{M0}} \quad (15)$$

where:

b_s – the width of the stiffener;

b_f and t_f – the width and thickness of the column flange, respectively.

Resistance and stiffness of the column base. The resistance calculations of the column base are carried out using the equilibrium conditions of the forces system in the ultimate limit state, which is shown in Figure 5a.

gdzie:

b_{eff} – szerokość efektywna ścianki rozciąganej, którą uprzednio określono na podstawie długości efektywnych l_{eff} odpowiednio I i II szeregu [1];

t_s i t_w – odpowiednio grubość żebra usztywniającego oraz średnika słupa.

Nośność i sztywność blachy podstawy oraz betonu w strefie ściskanej. Przekazywanie znacznej siły ściskającej pomiędzy podstawą słupa a podłożem betonowym powoduje powstanie silnego zginania blachy podstawy oraz znacznych naprężeń ściskających w betonie. Obszar przekazywania naprężeń na styku blachy podstawy i betonu A_{eff} określa się za pomocą parametru c (rysunek 4) [1],

$$c = t_p \sqrt{\frac{f_y}{3 f_{jd} \gamma_{M0}}} \quad (12)$$

gdzie:

f_{jd} – obliczeniowa wytrzymałość betonu na docisk wg [6].

Występowanie żebra usztywniającego w analizowanej podstawie ma wpływ na kształt obszaru pod podstawą, gdzie realizowany jest docisk. Z tego względu kształt strefy efektywnego przekazywania naprężeń ściskających można określić wg rysunku 4.

Mając wyznaczoną powierzchnię docisku A_{eff} można przejść do obliczeń nośności, korzystając ze wzoru [1]:

$$F_{c.tp.Rd} = \frac{A_{eff} f_{jd}}{\gamma_{M0}} \quad (13)$$

Sztywność przy ściskaniu k_4 układu blacha podstawy – podłoże betonowe można wyznaczyć wg [1] z zależności:

$$k_4 = \frac{E_c \sqrt{A_{eff}}}{1,275 E} \quad (14)$$

gdzie:

E i E_c – odpowiednio moduł sprężystości podłużnej stali oraz betonu.

Nośność żebra oraz pasa słupa w strefie ściskanej. Określając nośność drugiego składnika podstawy w strefie ściskanej, należy uwzględnić te ścianki, które stanowią podparcie blachy podstawy – pas słupa oraz żebro usztywniające. W związku z tym wzór na nośność strefy można zapisać w postaci:

$$F_{c.fc.Rd} = \frac{b_s t_s f_y}{\gamma_{M0}} + \frac{b_f t_f f_y}{\gamma_{M0}} \quad (15)$$

gdzie:

b_s – szerokość żebra;

b_f i t_f – odpowiednio szerokość i grubość pasa słupa.

Nośność i sztywność podstawy słupa. Obliczenia nośności podstawy słupa przeprowadza się, wykorzystując warunki równowagi układu sił w stanie granicznym nośności, które przedstawiono na rysunku 5a.

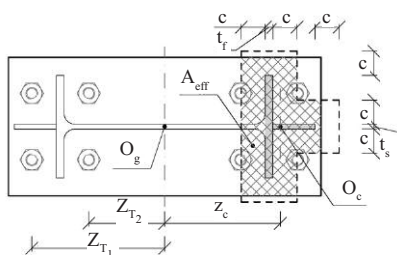


Fig. 4. Way of determining the effective bearing area A_{eff} in the case of reinforced column base

Rys. 4. Sposób określenia powierzchni docisku A_{eff} w przypadku wzmocnionej podstawy słupa

For this purpose, it is necessary to determine the relevant values of forces in the I and II row of the tension zone, and the resistance in the compression zone. The method of determining the appropriate values can be written in the form of equations:

$$\begin{aligned} F_{T,Rd1} &= \min(F_{T,Rd}, F_{t,ts,Rd}) \\ F_{T,Rd2} &= \min(F_{T,Rd}, F_{t,wc,Rd}) \\ F_{C,Rd2} &= \min(F_{c,tp,Rd}, F_{c,fc,Rd}) \end{aligned} \quad (16)$$

Furthermore, it is necessary to check whether the assumed force system satisfies the following condition:

$$F_{C,Rd} \geq \sum F_{T,Rd_i} + N_{Ed} \quad (17)$$

If inequality (17) is not met, then it is necessary to reduce the resistances of the T-stubs rows in the tension zone, starting with reducing the resistance of the inner – II row. It is also possible to apply structural solutions that will increase the resistance of the compression zone.

Based on the force system in model II (Figure 5a), the resistance of the column base can finally be calculated according to the formula:

$$M_{j,Rd} = \sum(F_{T,Rd_i} z_i) + N_{Ed} z_c \quad (18)$$

where:

z_c – the distance from the centroid of the column cross-section O_g to the centroid of the compressed zone O_c (Figure 4).

The stiffness of the connection between the column and the foundation is determined based on the deformation analysis of the mechanical model of the joint (model I – Figure 2b). In the next stage of the analysis, model I can be replaced by its equivalent counterpart – model III, in which the discrete elements of both rows in the tension zone are replaced by one, equivalent element (Figure 5b). This modification requires the determination of the following parameters: an equivalent stiffness of the tension zone k_T , and an equivalent arm of internal forces z :

$$z = \frac{k_{T1} z_1^2 + k_{T2} z_2^2}{k_{T1} z_1 + k_{T2} z_2} \quad (19)$$

$$k_T = \frac{k_{T1} z_1 + k_{T2} z_2}{z} \quad (20)$$

where:

the parameters k_{T1} and k_{T2} in the I and II rows of the T-stubs are determined according to the relationship:

$$k_{Tj} = 1/\sum 1/k, \text{ przy } j = 1, 2. \quad (21)$$

Rozpoczynając obliczenia, należy ustalić miarodajne wartości sił w I i II szeregu króćców strefy rozciąganej oraz nośność w strefie ściskanej. Sposób wyznaczenia odpowiednich wartości można zapisać w postaci równań:

$$\begin{aligned} F_{T,Rd1} &= \min(F_{T,Rd}, F_{t,ts,Rd}) \\ F_{T,Rd2} &= \min(F_{T,Rd}, F_{t,wc,Rd}) \\ F_{C,Rd2} &= \min(F_{c,tp,Rd}, F_{c,fc,Rd}) \end{aligned} \quad (16)$$

Ponadto należy sprawdzić, czy przyjęty układ sił spełnia następujący warunek:

$$F_{C,Rd} \geq \sum F_{T,Rd_i} + N_{Ed} \quad (17)$$

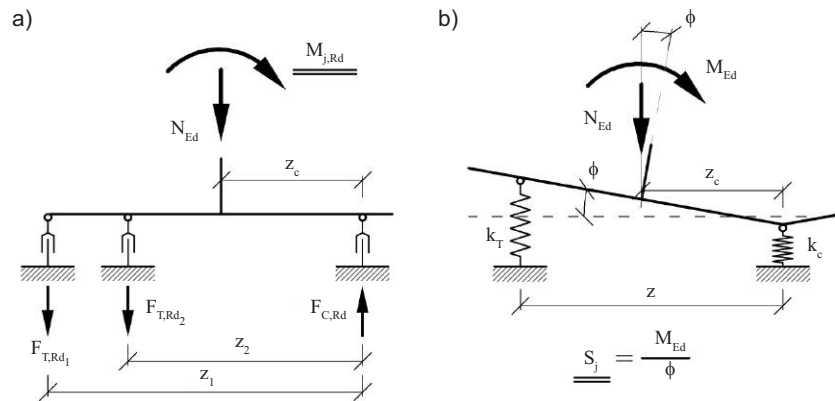


Fig. 5. Equivalent mechanical models of the reinforced column base: a) model used for resistance calculations (model II); b) model used in stiffness analysis (model III)

Rys. 5. Równoważne modele mechaniczne wzmocnionej podstawy słupa: a) model stosowany do obliczeń nośności (model II); b) model stosowany w analizie sztywności (model III)

Gdy nierówność (17) nie jest spełniona, wówczas należy zredukować nośność szeregów króćców w strefie rozciąganej, rozpoczynając od redukcji nośności wewnętrznego szeregu II. Inny sposób polega na zastosowaniu rozwiązań konstrukcyjnych, które odpowiednio zwiększą nośność strefy ściskanej.

Na podstawie układu sił w modelu II (rysunek 5a) można ostatecznie obliczyć nośność podstawy słupa na zginanie wg wzoru:

$$M_{j,Rd} = \sum(F_{T,Rd_i} z_i) + N_{Ed} z_c \quad (18)$$

gdzie:

z_c – odległość od środka ciężkości przekroju słupa O_g do środka ciężkości strefy ściskanej O_c (rysunek 4).

Sztywność połączenia słupa z fundamentem wyznacza się na podstawie analizy deformacji modelu mechanicznego węzła (model I – rysunek 2b). W dalszym etapie analizy model I można zastąpić jego równoważnym odpowiednikiem – modelem III, w którym elementy dyskretne obu szeregów strefy rozciąganej zastępuje się jednym, równoważnym elementem (rysunek 5b). Modyfikacja wymaga określenia kolejnych dwóch parametrów: równoważnej sztywności strefy rozciąganej k_T oraz równoważnego ramienia sił wewnętrznych z .

$$z = \frac{k_{T1} z_1^2 + k_{T2} z_2^2}{k_{T1} z_1 + k_{T2} z_2} \quad (19)$$

$$k_T = \frac{k_{T1} z_1 + k_{T2} z_2}{z} \quad (20)$$

gdzie:

parametry k_{T1} i k_{T2} w I i II szeregu króćców wyznacza się zgodnie z zależnością

$$k_{Tj} = 1/\sum 1/k, \text{ przy } j = 1, 2. \quad (21)$$

The transformation of model I into an equivalent mechanical model with one row in the tension zone (model III) allows the use of the standard formula for the stiffness of the column base [1]:

$$S_j = \frac{M_{Ed}}{\phi} = \frac{E z}{\mu \left(\frac{1}{k_T} + \frac{1}{k_C} \right)} \frac{e}{e + e_k} \quad (22)$$

where:

$k_C = k_d$; μ – a coefficient determining the relationship between the initial stiffness $S_{j,ini}$ and the secant stiffness of the node S_j according to [1], and e_k in the considered case should be calculated according to the formula:

$$e_k = \frac{k_C z_C - k_T (z - z_C)}{k_T + k_C} \quad (23)$$

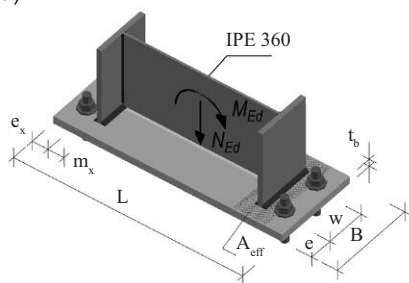
The computational example

The algorithm for assessing the resistance and stiffness presented in the paper was used to calculate four column bases:

- a) base I – without stiffeners, with two external rows of bolts;
- b) base II – without stiffeners, with four rows of bolts;
- c) base III – with stiffeners and two external rows of bolts;
- d) base IV – with stiffeners and four rows of bolts.

The first and fourth structural solutions of the base are shown in Figures 6a) and 6b), respectively. In all bases assumed the same column section (IPE 360 profile), horizontal plate, type of anchor, and material (steel grade and concrete class). The calculation data is presented in Table 2.

The calculations a) for base I were performed based on [1], while the remaining cases were calculated using the algorithm presented in the article. The anchor bolts were calculated according to [1] and [7], taking into account the



Transformacja modelu I do równoważnego modelu mechanicznego z jednym szeregiem w strefie rozciąganej (model III) pozwala użyć normowego wzoru na sztywność podstawy słupa [1]:

$$S_j = \frac{M_{Ed}}{\phi} = \frac{E z}{\mu \left(\frac{1}{k_T} + \frac{1}{k_C} \right)} \frac{e}{e + e_k} \quad (22)$$

gdzie:

$k_C = k_T$; μ – współczynnik określający relację sztywności początkowej $S_{j,ini}$ do sztywności siecznej węzła S_j wg [1], a e_k w rozważanym przypadku należy obliczyć wg wzoru:

$$e_k = \frac{k_C z_C - k_T (z - z_C)}{k_T + k_C} \quad (23)$$

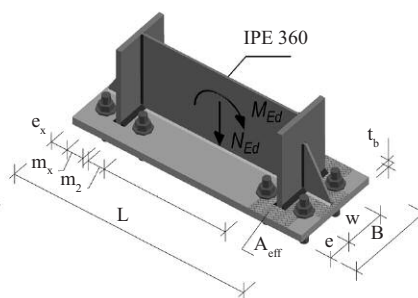
Przykład obliczeniowy

Prezentowanego algorytmu oceny nośności oraz sztywności użyto do obliczenia czterech podstaw słupów:

- a) podstawa I – bez żeber usztywniających, z dwoma zewnętrznymi szeregami śrub;
- b) podstawa II – bez żeber usztywniających, z czterema szeregami śrub;
- c) podstawa III – z żebrami usztywniającymi i dwoma zewnętrznymi szeregami śrub;
- d) podstawa IV – z żebrami usztywniającymi i czterema szeregami śrub.

Pierwsze oraz czwarte rozwiązanie konstrukcyjne podstawy przedstawiono odpowiednio na rysunkach 6a i 6b. We wszystkich podstawach przyjęto ten sam trzon słupa (przekrój IPE 360), blachę poziomą, rodzaj kotew oraz materiał (gatunek

a)



stali oraz klasę betonu). Dane do obliczeń zawarto w tabeli 2.

Obliczenia podstawy I wykonano wg wytycznych [1], a pozostałe przypadki wg algorytmu prezentowanego w artykule. Śruby kotwiące obliczono zgodnie z [1] oraz [7], uwzględniając liczbę

Fig. 6. Analyzed column bases: a) 1st base plate; b) 4th base plate
Rys. 6. Analizowane podstawy słupa: a) podstawa I; b) podstawa IV

Table 2. Data for the column bases calculations

Tabela 2. Dane do obliczeń podstaw słupów

Common features of the bases analysed/Cechy wspólne analizowanych podstaw
– steel/stal S235, E = 210 GPa, $f_y = 235$ MPa
– concrete/beton klasy C30/37; $f_{jd} = 2 f_{cd}$
– column cross section/trzon słupa – przekrój IPE 360
– stiffeners/żebra usztywniające: $b_s = 90$ mm, $t_s = 8$ mm
– base plate/blacha podstawy: L = 532 mm, B = 200 mm, $t_b = 20$ mm – anchors/kotwy M24 kl. 5.8
– arrangement of anchors/rozmieszczenie łączników: $e_x = 43$ mm, $m_x = m_2 = 43$ mm, $m = 46$ mm, $e = 50$ mm, $w = 100$ mm,
– load eccentricity/mimośród obciążenia: $e_N = M_{Ed}/N_{Ed} = 1,50$ m
– welds were designed for the full resistance of the column section plates and stiffeners/spoiny zaprojektowano na pełną nośność ścianek przekroju słupa oraz żeber

number and spacing of the anchors, the concrete class, and the reinforcement method of the concrete substrate. The final calculation results for all bases are presented in Table 3.

i rozstaw kotew, klasę betonu, sposób zbrojenia podłoża betonowego. Końcowe wyniki obliczeń wszystkich analizowanych podstaw przedstawiono w tabeli 3.

Table 3. The calculation results of the resistances of the column bases

Tabela 3. Wyniki obliczeń nośności podstaw słupów

Base I/Podstawa I	Base II/Podstawa II	Base III/Podstawa III	Base IV/Podstawa IV
Resistance of the single anchor/nośność pojedynczej kotwy: $F_{t,Rd} = 116,6$ kN wg [1], $N_{t,Rd} = 102,4$ kN wg [7]			
Resistance of the tensile zone/Nośność strefy rozciąganej			
$F_{t,Rd}^I = 159,1$ kN	$F_{t,Rd}^I = 159,1$ kN $F_{t,Rd}^{II} = 208,8$ kN	$F_{t,Rd}^I = 204,7$ kN	$F_{t,Rd}^I = 204,7$ kN $F_{t,Rd}^{II} = 208,8$ kN
Resistance of the compression zone/Nośność strefy ściskanej			
$F_{c,Rd} = 507,4$ kN		$F_{c,Rd} = 657,8$ kN	
Checking the condition (17)/Sprawdzenie warunku (17)			
$507,4$ kN \geq $259,1$ kN	$507,4$ kN \geq $467,9$ kN	$657,8$ kN \geq $304,7$ kN	$657,8$ kN \geq $513,5$ kN
Resistance of the column bases/Nośność na zginanie podstaw			
$M_{j,Rd} = 70,5$ kNm	$M_{j,Rd} = 151,5$ kNm	$M_{j,Rd} = 97,9$ kNm	$M_{j,Rd} = 172,4$ kNm
Initial stiffness $S_{j,ini}$ and secant stiffness $S_j = S_{j,ini}/3$ of the column bases/Sztywność początkowa $S_{j,ini}$ oraz sztywność sieczna $S_j = S_{j,ini}/3$ podstaw			
$S_{j,ini} \approx 45\ 300$ kNm/rad	$S_{j,ini} \approx 78\ 100$ kNm/rad	$S_{j,ini} \approx 59\ 300$ kNm/rad	$S_{j,ini} \approx 85\ 100$ kNm/rad
$S_j \approx 15\ 100$ kNm/rad	$S_j \approx 26\ 000$ kNm/rad	$S_j \approx 19\ 800$ kNm/rad	$S_j \approx 28\ 400$ kNm/rad

Furthermore, based on point 6.3 of the standard [1], a simplified, trilinear characteristic of the semi-rigid joint was formulated in the form of the equation (24).

Ponadto, na podstawie pkt 6.3 normy [1], sformułowano uproszczoną, trójliniową charakterystykę węzła podatnego w postaci równania (24).

$$M(\phi) = \begin{cases} S_{j,ini} \phi & \text{jeśli } M_{j,Ed} < \frac{2}{3} M_{j,Rd} \\ \frac{1}{7} (4 M_{j,Rd} + S_{j,ini} \phi) & \text{jeśli } \frac{2}{3} M_{j,Rd} \leq M_{j,Ed} \leq M_{j,Rd} \cap \phi \leq \phi_{Xd} \\ M_{j,Rd} & \text{jeśli } M_{j,Ed} > M_{j,Rd} \cap \phi_{Xd} < \phi \leq \phi_{Cd} \end{cases} \quad (24)$$

where/gdzie:

ϕ_{Xd} – the rotation angle at which the joint reaches the resistance $M_{j,Rd}$ /kąt obrotu, przy którym węzeł osiąga nośność $M_{j,Rd}$;
 ϕ_{Cd} – the rotational capacity of the joint/zdolność węzła do obrotu.

By substituting the appropriate mechanical parameters from Table 3 into equation (24), the graphical form of the $M - \phi$ characteristic (Figure 7) of the analyzed column bases was determined. It should be noted that the resistance of the analyzed column bases is limited by the anchoring potential – the considered bases have very limited rotational capacity ($\phi_{Xd} \approx \phi_{Cd}$).

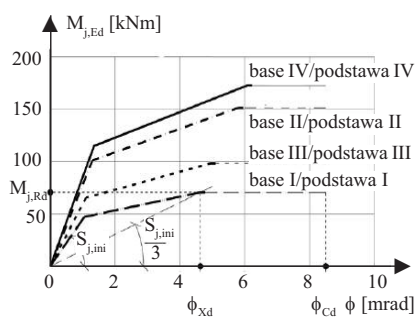


Fig. 7. $M - \phi$ characteristics of the considered column bases

Rys. 7. Charakterystyki $M - \phi$ rozpatrywanych podstaw słupów

Podstawiając odpowiednie parametry mechaniczne z tabeli 3 do równania (24), określono graficzną postać charakterystyki $M - \phi$ (rysunek 7) analizowanych podstaw słupów. Należy zaznaczyć, że nośność na zginanie podstaw słupów jest ograniczona potencjałem zakotwienia do przenoszenia obciążeń. W związku z tym można przyjąć, że rozpatrywane podstawy mają bardzo ograniczoną zdolność do obrotu ($\phi_{Xd} \approx \phi_{Cd}$).

Summary and final remarks

The article presents an algorithm for assessing the resistance and stiffness of a reinforced column base, which is based on the component method. The main part of the paper presents a mechanical model of the reinforced column base. Two main zones – tensile and compression – were distinguished, and then the components of the joint within them were specified. Based on the guidelines of standards and literature studies, the basic relationships for calculating the

Podsumowanie

W artykule omówiono algorytm oceny nośności i sztywności wzmocnionej podstawy słupa, który bazuje na metodzie składnikowej. W tym celu opracowano mechaniczny model wzmocnionej podstawy słupa. Wyróżniono dwie główne strefy – rozciąganą i ściskaną, a następnie wyszczególniono w nich składniki węzła. Na podstawie wytycznych normowych oraz studiów literaturowych przedstawiono podstawowe dane do obliczenia cech mechanicznych – nośności i sztywności poszcze-

mechanical properties – resistance and stiffness – of individual components of the base model were presented. Equivalent mechanical models of the column base were then formulated, and the analysis of their behavior under load allowed for the determination of formulas for the resistance $M_{j,Rd}$ and the stiffness $S_{j,ini}$ of the entire base.

The final part of the paper includes a numerical example that presents the calculation results for four design solutions of the column base. The calculation algorithm presented in the paper expands the design possibilities for support joints beyond the guidelines of standard [1], and can serve as a valuable tool in the design of steel column bases.

gólnych składników modelu podstawy. Ponadto sformułowano równoważne modele mechaniczne podstawy słupa, których analiza zachowania pod obciążeniem pozwoliła określić wzory na nośność $M_{j,Rd}$ oraz sztywność $S_{j,ini}$ całej podstawy.

W przykładzie liczbowym przedstawiono wyniki obliczeń czterech rozwiązań konstrukcyjnych podstawy słupa. Na podstawie otrzymanych rezultatów stwierdzono, że zastosowanie żeber usztywniających oraz dodatkowych kotew istotnie zwiększa nośność oraz sztywność połączenia słupa z fundamentem. Zaprezentowany algorytm obliczeń rozszerza możliwości projektowania węzłów podporowych w porównaniu z wytycznymi normy [1] i może stanowić dużą pomoc w projektowaniu stalowych podstaw słupów.

Received: 27.06.2024
Revised: 16.07.2024
Published: 22.10.2024

Artykuł wpłynął do redakcji: 27.06.2024 r.
Otrzymano poprawiony po recenzjach: 16.07.2024 r.
Opublikowano: 22.10.2024 r.

Literature

- [1] PN-EN 1993-1-8: 2005. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-8: Projektowanie węzłów.
- [2] Bródka J, Kozłowski A, Ligocki I, Łaguna J, Ślęczka L. Projektowanie i obliczanie połączeń i węzłów konstrukcji stalowych. Tom 2. Rzeszów: Polskie Wydawnictwo Techniczne, 2009.
- [3] Łubiński M, Filipowicz A, Zółtowski W. Konstrukcje metalowe, część I: podstawy projektowania. Warszawa: Arkady, 2000.
- [4] Wald F, Sokol Z, Steenhuis M, Jaspert JP. Component method for steel column bases. Heron., 2008; <https://heronjournal.nl/53-12/1.html>.
- [5] The Steel Construction Institute. Publication P398, Joints in Steel Construction: Moment-resisting Joints to Eurocode 3. Taylor & Francis, 2013. Do-

stepna online: https://www.steelconstruction.info/images/5/5d/SCI_P398.pdf.

- [6] PN-EN 1992-1-1:2004. Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [7] PN-EN 1992-4:2018-11. Eurokod 2: – Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 4: Projektowanie zamocowań do stosowania w betonie.
- [8] Kuhlmann U, Wald F, Hofmann J, et al. Design of steel-to-concrete joints, Design manual I. Prague, Stuttgart, Coimbra and Brussels, European Convention for Constructional Steelwork. 2014. Dostępna online: http://steel.fsv.cvut.cz/infaso/Infaso_Design-manual_I_En.pdf.
- [9] FiB Bulletin 58. Design of Anchorages in concrete – Guide to good practice. Switzerland, International Federation for Structural Concrete, 2011, doi.org/10.35789/fib.BULL.0058.