

SOBCZYK Zbigniew

ESTYMACJA WARTOŚCI PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO ORAZ JEGO NIEPEWNOŚCI POMIAROWEJ NA PODSTAWIE POMIARÓW GPS

Streszczenie

W referacie przedstawiono sposób oszacowania wartości przyspieszenia ziemskiego w dowolnym miejscu na kuli ziemskiej przy wykorzystaniu jednego z masowo produkowanych odbiorników GPS. Uzyskane za pomocą tego odbiornika wyniki pomiarów posłużyły jako dane do obliczeń wartości przyspieszenia wraz z jego niepewnością pomiarową.

W części wstępnej referatu zaprezentowano znaczenie precyzji szacowanego przyspieszenia ziemskiego. Następnie ogólnie scharakteryzowano metody grawimetryczne, skupiając się na ich wadach oraz zaletach opisywanej metody. Po przedstawieniu problematyki pomiarów GPS i wskazaniu głównych wielkości wpływających na wartość przyspieszenia ziemskiego, dokonano wyboru zależności wykorzystywanej do szacowania przyspieszenia ziemskiego. Następnie zaprezentowano wyniki przeprowadzonych pomiarów wraz z ich głównymi estymatorami. Po określeniu zależności na złożoną niepewność pomiarową przyspieszenia ziemskiego obliczono estymatory przyspieszenia oraz niepewności bezwzględnej i względnej. W podsumowaniu zebrano efekty rozważań zawartych w poszczególnych rozdziałach, koncentrując się na wnioskach wypływających z uzyskanych wyników obliczeń.

Otrzymane rezultaty świadczą o bardzo dobrej jakości pomiarów wykonanych tą metodą, mimo, że odbiornik GPS nie jest najwyższej jakości. Zaletą tej metody jest możliwość powszechnego jej wykorzystania, przy relatywnie niskich nakładach pracy, czasu i finansów.

WSTĘP

Wartość przyspieszenia grawitacyjnego w danym miejscu na kuli ziemskiej zaczęła wywierać istotny wpływ na świadomość ludzkości wraz z rozwojem transportu, w tym szynowego, znacznych ilości towarów na duże odległości, poprawą jakości urządzeń ważących oraz ujednocnieniem i udokładnianiem jednostek, w których wyraża się masę ciał. Wynika to z faktu określania masy ciał na podstawie ich ciężaru. Obecnie powszechnie stosuje się legalizowane urządzenia ważące o jakości pomiaru adekwatnej do potrzeb, co w pewnej mierze oddało problem dokładnego pomiaru wartości przyspieszenia ziemskiego.

W wielu dziedzinach opierających się na pomiarach i obliczeniach, w tym dotyczących dynamiki ruchu, a związanych nie tylko z motoryzacją czy bezpieczeństwem transportu korzysta się z wartości przyspieszenia ziemskiego. Na ogół stosuje się wartość przybliżoną, obowiązującą dla znacznego sektora szerokości geograficznej. W takiej sytuacji rozbieżność między przybliżoną a rzeczywistą wartością przyspieszenia ziemskiego w danym miejscu na Ziemi jest wielokrotnie większa od niepewności pomiaru możliwej do uzyskania za pomocą współczesnych metod pomiarowych [15, 19, 3]. Wzrastające oczekiwania związane z jakością

wyników obliczeń stwarzają dla przyjmowanych zaokrągleń oraz niepewności oszacowania wartości przyspieszenia ziemskiego nowe wymagania.

Badania, wykorzystujące wartość przyspieszenia ziemskiego mogą być prowadzone w wielu miejscach na Ziemi. W obliczu wciąż rosnącego nacisku na jakość pomiarów i obliczeń oraz poprawy jakości pomiarów GPS warto podjąć próbę oszacowania niepewności przyspieszenia obliczonego na podstawie tych pomiarów. W szczególności skłania do tego międzynarodowe uregulowanie sposobów łączenia, przenoszenia i wyrażania niepewności w pomiarach [16]. Dzięki temu możliwe jest unormowane i jednoznaczne określenie niepewności pomiarowych nie tylko samego przyspieszenia czy wielkości wejściowych wykorzystanych do jego wyznaczenia ale także wyników uzyskanych w efekcie rozwiązania owych zagadnień, w których przyspieszenie ziemskie jest wykorzystywane.

1. METODY POMIARU PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO

Metodami pomiaru przyspieszenia ziemskiego zajmuje się grawimetria [15, 12]. Wśród różnego rodzaju sposobów określania przyspieszenia ziemskiego, do głównych można zaliczyć metody wykorzystujące [9, 12]:

- spadek swobodny ciał (eksperyment Galileusza);
- wahadło matematyczne;
- wahadło rewersyjne;
- grawimetry (sprężynowe, kwarcowe, elektryczne) [4, 12, 15].

Metody te, jakkolwiek znane, stosowane i rozwijane od dawna, cechują się pewnymi wadami, do których można zaliczyć: drogą, uciążliwą w obsłudze i wrażliwą na zakłócenia, a nawet uszkodzenia, aparaturę badawczą.

Ostatnie lata zaowocowały powszechnym dostępem do pozbawionych wspomnianych wad odbiorników GPS, umożliwiających określenie szerokości geograficznej oraz wysokości nad poziomem morza w dowolnym miejscu na Ziemi. Ponieważ znane są także wzory matematyczne umożliwiające określenie wartości przyspieszenia ziemskiego na podstawie tych parametrów, to, mimo niedoskonałości zarówno owych zależności jak i określenia pozycji, warto pokusić się o oszacowanie uzyskiwanej tym sposobem wartości przyspieszenia ziemskiego, a przede wszystkim jego niepewności pomiarowej.

2. PROBLEMATYKA POMIARÓW GPS

Na podstawie odebranych od satelitów sygnałów, w oparciu o algorytmy przestrzennego liniowego wcięcia wstecz [1, 2, 3, 4, 5, 6, 15, 17], za pomocą mikroprocesora odbiornika przeprowadzane są obliczenia pozycji geograficznej (długości, szerokości geograficznej oraz wysokości elipsoidalnej), których wyniki następnie wyświetlane są odpowiednio do wybranego układu odniesienia - standardowo jest to WGS 84 [8, 11, 18].

Precyzyjne obliczenie pozycji geograficznej jest bardzo trudne, ze względu na wiele różnorodnych zjawisk wpływających na wynik pomiaru. Można je pogrupować adekwatnie do poszczególnych elementów toru pomiarowego [15, 7], przy czym do głównych można zaliczyć:

- satelity;
- odbiorniki;
- zakłócenia propagacyjne;
- zjawiska geofizyczne;
- pozostałe.

Wymienione elementy oraz ich składowe nie mają jednakowego wpływu na wynik pomiaru odbiornika GPS, a zatem i na jego niepewność [19]. Również ich natura nie jest jednorodna. Niektóre z nich można uważać za zakłócenia o charakterze systematycznym, a

inne o stochastycznym, niekiedy stacjonarnym [15, 18]. Zazwyczaj wartości tych czynników nie są bezpośrednio dostępne czy też łatwe do określenia przez większość użytkowników systemu GPS. Różnorodność czynników pozwala na przyjęcie założenia o niezależności wielu z nich.

3. WIELKOŚCI WPŁYWAJĄCE NA WARTOŚĆ PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO

Przyspieszenie ziemskie to przyspieszenie grawitacyjne ciał swobodnie spadających na Ziemię, bez oporów ruchu.

Zasadniczy wpływ na wartość przyspieszenia ziemskiego mają: szerokość geograficzna oraz wysokość nad poziomem morza. Natomiast przyspieszenie ziemskie nie zależy od długości geograficznej. Wraz z wysokością przyspieszenie maleje, ponieważ jest wynikiem zmniejszania się siły grawitacji według prawa powszechnego ciężenia. Wraz ze zmniejszaniem szerokości geograficznej zmniejsza się wartość przyspieszenia ziemskiego. Jest to spowodowane działaniem siły odśrodkowej, która powstaje na skutek obrotowego ruchu Ziemi. Ponieważ siła ta jest proporcjonalna do odległości od osi obrotu, stąd największą wartość osiąga na równiku. Siła odśrodkowa ma zwrot przeciwny do siły grawitacji, więc przyspieszenie ziemskie na równiku osiąga najmniejszą wartość. Dodatkowo przyspieszenie ziemskie zmniejsza się w okolicach równika wskutek spłaszczenia Ziemi (większej odległości od środka Ziemi).

Zależność przyspieszenia ziemskiego uwzględniającą wyżej wymienione zjawiska i wielkości, można opisać wzorem [9]:

$$g(\varphi, h) = 9,780318 (1 + 0,0053024 \sin^2 \varphi - 0,0000058 \sin^2 2\varphi) - 3,086 \cdot 10^{-6} h , \quad (1)$$

gdzie:

- $g(\varphi, h)$ - przyspieszenie ziemskie [m/s²],
- φ - szerokość geograficzna [°],
- h - wysokość nad poziomem morza [m].

Znane są także inne zależności przedstawiające zmienność przyspieszenia ziemskiego. Zgodnie z [13] jest:

$$g(\varphi) = 9,7805 + 0,0517 \sin^2 \varphi . \quad (2)$$

Natomiast zgodnie z [12] jest z kolei:

$$g(\varphi) = 9,7805 (1 + 0,00529 \sin^2 \varphi) . \quad (3)$$

Po wymnożeniu składników znajdujących się w nawiasach, uzyskuje się z zależności (1):

$$g(\varphi, h) = 9,780318 + 0,0518591581632 \sin^2 \varphi - 5,67258444 \cdot 10^{-5} \sin^2 2\varphi - 3,086 \cdot 10^{-6} h , \quad (4)$$

zaś z zależności (3):

$$g(\varphi) = 9,7805 + 0,051738845 \sin^2 \varphi . \quad (5)$$

Porównując zależności (5) oraz (2) można stwierdzić, że jakkolwiek w efekcie stosowania zależności (3) uzyskuje się większą liczbę cyfr znaczących wyniku, to po zaokrągleniu do tej samej liczby cyfr znaczących, jest ona tożsama z zależnością (2).

Poza ruchem obrotowym Ziemi i jej niesferycznym elipsoidalnym kształtem, także inne czynniki powodują zróżnicowanie przyspieszenia ziemskiego [11, 7, 12]. Dokładne jego pomiary wykazują wahania wartości, spowodowane między innymi różnicami w rzeźbie terenu, gęstości skał podłoża i rozkładzie tej gęstości w skorupie ziemskiej. Pewną zmienność przyspieszenia grawitacyjnego w czasie powoduje oddziaływanie innych ciał Układu Słonecznego, przede wszystkim Księżyca i Słońca.

Ponieważ wartość przyspieszenia ziemskiego zależy od wielu różnych wielkości, to na 3 Generalnej Konferencji Miar i Wag w 1901 roku przyjęto tzw. normalną wartość przyspieszenia ziemskiego [9, 12], która wynosi:

$$g_n = 9,80665 \text{ [m/s}^2\text{]}. \quad (6)$$

Wartość ta odpowiada ziemskiemu przyspieszeniu grawitacyjnemu na poziomie morza dla szerokości geograficznej około 45,5° (45° wg [12]).

4. WYBÓR ZALEŻNOŚCI WYKORZYSTYWANEJ DO SZACOWANIA WARTOŚCI PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO

Z powodu więcej niż jednej zależności podawanych przez różne źródła należy zdecydować, która z nich zostanie wybrana do dalszego opracowania wyników pomiarów. W tym celu można posłużyć się kryterium wyboru takiej zależności, która daje najbliższą przyspieszeniu normalnemu wartość uzyskaną po podstawieniu do każdej z zależności warunków, w jakich obowiązuje wartość tego przyspieszenia. Wyniki obliczeń dla zależności (1) ÷ (3) zawarto w tabeli 1.

Tab. 1. Wyniki obliczeń wartości przyspieszenia na poziomie morza wg zależności (1) ÷ (3)

Szerokość geograficzna φ [stopnie]	Wyniki obliczeń dla wzoru:		
	(1)	(2)	(3)
45	9,806191	9,80635	9,806369
45,5	9,806643	9,806801	9,806821

Otrzymane rezultaty wskazują, że najbliższą normalnej wartości przyspieszenia uzyskuje się na poziomie morza dla zależności (1) przy wartości szerokości geograficznej 45,5°. Dodatkowa korzyść z wyboru tej zależności jest związana z uwzględnieniem wartości wysokości nad poziomem morza, czego nie oferują pozostałe zależności.

5. WYNIKI POMIARÓW WSPÓLRZĘDNYCH GEOGRAFICZNYCH ORAZ ICH OPRACOWANIE

Do pomiarów wykorzystano odbiornik GPS MODECOM FREEWAY MX2 AM EU (typ odbiornika GPS: SiRF 3i+ z procesorem SiRF AtlasIV/V 2 core 500MHz) [10] włączając go i ustawiając w miejscu pomiarów godzinę przed rozpoczęciem notowania ich wyników. Podczas pomiarów temperatura otoczenia zawierała się w zakresie: (18,4÷18,8) °C. Odbiornik GPS wskazywał 11÷12 satelitów znajdujących się w jego zasięgu, spośród których 4÷5 osiągało bliską maksymalnej wartość wskaźnika poziomu sygnału, zaś 1÷2 nie mniejszą od połowy. Wartości kątów długości λ i szerokości geograficznej φ odczytywane z odbiornika GPS są wyrażone w stopniach, minutach, sekundach oraz dziesiątych i setnych częściach sekund kątowych, zaś wysokość h odczytywano w metrach nad poziomem morza.

Uzyskane wyniki pomiarów zawarto w tabeli 2.

Tab. 2. Wyniki pomiarów odczytane z odbiornika GPS

l.p.	λ			φ			h
	[stopnie]	[minuty]	[sekundy]	[stopnie]	[minuty]	[sekundy]	[m n.p.m.]
1	20	54	10,85	52	15	1,36	87
2	20	54	10,75	52	15	1,44	86
3	20	54	10,54	52	15	1,51	85
4	20	54	10,65	52	15	1,44	83
5	20	54	10,85	52	15	1,36	87
6	20	54	10,65	52	15	1,44	89
7	20	54	10,54	52	15	1,36	92
8	20	54	10,54	52	15	1,36	92
9	20	54	10,44	52	15	1,44	92
10	20	54	10,54	52	15	1,44	92
11	20	54	10,44	52	15	1,44	88
12	20	54	10,44	52	15	1,51	87
13	20	54	10,54	52	15	1,58	85
14	20	54	10,44	52	15	1,58	83

Zgromadzone dane cechują się rozrzutem stochastycznym. W celu redukcji liczby tych danych, a zarazem przedstawienia wyników w postaci standardowych statystyk, obliczono w oparciu o [16] wartości ich estymatorów. Ponieważ dla każdej z wielkości λ , φ , oraz h poszczególne estymatory są określone jednakowymi zależnościami, to w celu przedstawienia tych estymatorów wykorzystano wzory uogólnione, w których podczas obliczeń zmienną x należy zastąpić konkretną wielkością: λ , φ , albo h . Oprócz oszacowania wartości oczekiwanej według wzoru (7) i odchylenia standardowego zgodnie ze wzorem (8), obliczono także estymator odchylenia standardowego wartości średniej określony wzorem (9).

$$x_{\dot{s}r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (7)$$

$$S_{n-1,x} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\dot{s}r})^2}, \quad (8)$$

$$S_{n-1,x\dot{s}s} = \frac{S_{n-1,x}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\dot{s}r})^2}. \quad (9)$$

Do obliczonych wartości estymatorów (8) oraz (9) zastosowano, odpowiadający poziomowi istotności $\alpha=0,3174$, a pozyskany z [14], współczynnik rozszerzenia, będący kwantylem rozkładu Studenta o wartości $t_{14;0,3174}=1,0398$. Dzięki temu uzyskane wartości odpowiadające pojedynczemu odchyleniu standardowemu wartości średniej można w sposób właściwy wykorzystać jako niepewność standardową do dalszego przetwarzania. Tak opracowane estymatory: wartości oczekiwanej $x_{\dot{s}r}$, odchylenia standardowego $t_{14;0,3174}S_{13;x}$ oraz niepewności standardowej $u_x=t_{14;0,3174}S_{13;x\dot{s}r}$ zawarto w tabeli 3.

Tab. 3. Wartości podstawowych estymatorów obliczone z wyników pomiarów

	λ			φ			h
	[stopnie]	[minuty]	[sekundy]	[stopnie]	[minuty]	[sekundy]	[m n.p.m.]
x_{sr}	20	54	10,586	52	15	1,447	87,71
$t_{14;0,3174}S_{13;x}$	0	0	0,150	0	0	0,078	3,40
$u_x = t_{14;0,3174}S_{13;xsr}$	0	0	0,040	0	0	0,021	0,91

Można zauważyć, że wśród uzyskanych wyników obliczeń występują większe wartości rozproszenia kąтового długości geograficznej niż szerokości. Taka sytuacja wydaje się w pewnym stopniu uzasadniona. Wielkości te wyrażone są w mierze kątowej. W celu uzyskania jednakowej, niezależnej od miejsca na Ziemi wartości niepewności pomiaru odległości na jej powierzchni, satelity systemu GPS są rozmieszczone równomiernie na orbicie okołoziemskiej [15, 5, 11]. W siatce układu współrzędnych geograficznych wraz ze wzrostem szerokości geograficznej jednostce kątowej długości geograficznej odpowiada coraz mniejsza odległość na powierzchni Ziemi. Zatem wraz ze wzrostem szerokości geograficznej, odmierzaniem wzdłuż równoleżnika odcinkowi o stałej odległości będzie odpowiadać coraz większa zmiana wartości kątowej długości geograficznej. Z tego powodu, przy niezmienniej wartości niepewności pomiaru odległości, ze wzrostem szerokości geograficznej niepewność pomiaru wyrażonej w mierze kątowej długości geograficznej wzrasta.

6. OKREŚLENIE ZALEŻNOŚCI NA ZŁOŻONĄ NIEPEWNOŚĆ POMIAROWĄ PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO

Uzyskane na podstawie przeprowadzonych pomiarów GPS wartości szerokości geograficznej oraz wysokości nad poziomem morza cechują się rozrzutem statystycznym. Związane z nim niepewności pomiarowe przenoszą się na wyniki obliczeń przyspieszenia ziemskiego.

W zależności (1) występują współczynniki o skończonej liczbie cyfr. Liczba cyfr znaczących wartości liczbowej miary charakteryzuje dokładność z jaką daną wielkość wyznaczono. Na ogół, gdy nie podaje się niepewności, to przyjmuje się, że niepewność systematyczna jest równa 10 jednostkom ostatniego, najmniej znaczącego miejsca wartości liczbowej współczynnika [14].

Obliczanie wielkości fizycznej poprzez przekształcanie, na podstawie znanej zależności, wyników pomiarów co najmniej jednej wielkości mierzonej bezpośrednio jest pomiarem pośrednim. Zgodnie z zależnościami (2) i (3) przyspieszenie ziemskie jest obliczane na podstawie wyników pomiarów szerokości geograficznej, a w zależności (1) dodatkowo są uwzględniane wyniki pomiarów wysokości nad poziomem morza. Na podstawie tych ustaleń można stwierdzić, że obliczanie wartości przyspieszenia w danym miejscu na Ziemi na podstawie zależności (1) ÷ (3) jest pomiarem pośrednim.

W celu określenia niepewności pomiarów pośrednich stosuje się na ogół, usankcjonowaną przez [16], metodę przenoszenia niepewności wielkości wejściowych poprzez ich łączenie w oparciu o prawo przenoszenia wariancji z uwzględnieniem odpowiednich współczynników wrażliwości, które są pochodnymi cząstkowymi zależności funkcyjnej, łączącej wielkości mierzone bezpośrednio, z obliczaną.

W celu uwzględnienia dokładności współczynników, ich wartości liczbowe można zastąpić odpowiadającymi im oznaczeniami literowymi, otrzymując:

$$g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h) = k_1 (1 + k_2 \sin^2 \varphi - k_3 \sin^2 2\varphi) - k_4 \cdot h \quad (10)$$

Wartości współczynników $k_1 \div k_4$ wraz z ich niepewnościami $u_{k_1} \div u_{k_4}$ są zawarte w tabeli 4.

Tab. 4. Wartości współczynników $k_1 \div k_4$ wraz z ich niepewnościami $u_{k_1} \div u_{k_4}$ z zależności (10)

Oznaczenie współczynnika	Wartość współczynnika	Oznaczenie niepewności	Wartość niepewności
k_1	9,780318	u_{k_1}	0,000010
k_2	0,0053024	u_{k_2}	0,0000010
k_3	0,0000058	u_{k_3}	0,0000010
k_4	0,000003086	u_{k_4}	0,000000010

Pochodne cząstkowe z zależności (10) wyznaczono zarówno względem zmiennych φ oraz h , jak i traktowanych jak zmienne, z powodu niepewności ich określenia, współczynników $k_1 \div k_4$. Wyznaczone na podstawie zależności (10) pochodne cząstkowe wynoszą:

$$\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial k_1} = 1 + k_2 \sin^2 \varphi - k_3 \sin^2 2\varphi = 1,003309607122, \quad (11)$$

$$\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial k_2} = k_1 \sin^2 \varphi = 6,114623456, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial \varphi} = \\ & = 0,1037183163264(\sin \varphi)(\cos \varphi) - 2,269033776 \cdot 10^{-4}(\sin 2\varphi)(\cos 2\varphi) = \\ & = 0,0502621446782326, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial k_3} = -k_1 \sin^2 2\varphi = -9,167121904, \quad (14)$$

$$\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial k_4} = -h = -87,71, \quad (15)$$

$$\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial h} = -3,086 \cdot 10^{-6}. \quad (16)$$

Zastosowanie metody przenoszenia niepewności wielkości wejściowych poprzez ich łączenie w oparciu o prawo przenoszenia wariancji [16, 14] do przyjętego wzoru (10) prowadzi do zależności na złożoną niepewność pomiarową przyspieszenia ziemskiego:

$$\begin{aligned}
u_{cg} = & \sqrt{\left(\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial k_1} \cdot u_{k_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial k_2} \cdot u_{k_2}\right)^2 +} \\
& \sqrt{\left(\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial \varphi} \cdot u_{\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial k_3} \cdot u_{k_3}\right)^2 +} \quad (17) \\
& \sqrt{\left(\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial k_4} \cdot u_{k_4}\right)^2 + \left(\frac{\partial g(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h)}{\partial h} \cdot u_h\right)^2}
\end{aligned}$$

7. WYNIK ORAZ JEGO NIEPEWNOŚĆ POMIARU

Wartość przyspieszenia ziemskiego w miejscu pomiarów współrzędnych GPS określono za pomocą zależności (1), wykorzystując zamiast zmiennych φ oraz h oszacowania wartości oczekiwanych φ_{sr} oraz h_{sr} , zawarte w tabeli 3, uzyskując estymatę:

$$g_{sr}(\varphi, h) = g_{sr}(k_1, k_2, \varphi, k_3, k_4, h) = 9,81241633704661 \text{ [m/s}^2\text{]}. \quad (18)$$

Obliczenia wartości niepewności pomiarowej przyspieszenia ziemskiego przeprowadzone w oparciu o zależność (17) z wykorzystaniem wartości obliczonych za pomocą zależności (11)÷(16) oraz odpowiednich wartości zawartych w tabelach 3 i 4 doprowadziły do uzyskania wartości:

$$u_{cg} = 0,00001519024080149160 \text{ [m/s}^2\text{]}. \quad (19)$$

Redukcję nadmiernej liczby cyfr wyniku pomiaru (18) oraz jego niepewności (19) przeprowadzono zgodnie z zasadami określonymi w [16, 14]. W przypadku pomiarów pośrednich niepewność zaokrąglą się do dwóch najbardziej znaczących cyfr. Wynik pomiaru zaokrąglą się dopiero po zaokrągleniu jego niepewności pomiarowej do liczby cyfr znaczących zgodnej z wartością niepewności. W efekcie takiego postępowania uzyskuje się wynik wraz z jego niepewnością o wartościach:

$$g_{sr}(\varphi, h) \approx 9,812416 \text{ [m/s}^2\text{]}, \quad (20)$$

$$u_{cg} \approx 0,000015 \text{ [m/s}^2\text{]}, \quad (21)$$

$$\frac{u_{cg}}{g_{sr}(\varphi, h)} \cdot 100 \approx 0,00015 \text{ [%]}. \quad (22)$$

PODSUMOWANIE

Współcześnie, szacowanie przyspieszenia ziemskiego za pomocą pomiaru współrzędnych GPS jest metodą o najlepszym dostępie i dokładności. Aparatura stosowana w tej metodzie jest powszechnie dostępna, niedroga, a przy tym jest jedną z najbardziej odpornych na uszkodzenia oraz najłatwiejszych w obsłudze.

Na podstawie analizy dostępnych źródeł oraz obserwacji można przypuszczać, że chociaż występuje wiele źródeł zakłócających wynik pomiaru, to uzyskiwane za pomocą popularnych odbiorników GPS wartości mierzone cechują się znaczną precyzją.

Wśród wielkości wpływających na wartość przyspieszenia ziemskiego wyszczególniono dwie główne.

Do oszacowania wartości przyspieszenia ziemskiego oraz jego niepewności pomiarowej wybrano zależność uwzględniającą obydwie wielkości wpływające na wartość przyspieszenia ziemskiego, umożliwiającą zarazem najbardziej dokładną, spośród przytoczonych, estymację tych wartości.

Uzyskane wyniki pomiarów współrzędnych geograficznych potwierdzają opinię, że współczesny odbiornik GPS, cechujący się nawet niezbyt wyrafinowanymi parametrami, charakteryzuje się relatywnie wysoką precyzją pomiaru.

W zależności opisującej złożoną niepewność pomiaru wzięto pod uwagę także dokładność określenia współczynników, występujących w wybranej do obliczeń wartości przyspieszenia ziemskiego zależności. To pozwoliło na uwzględnienie jakości tych współczynników, poprzez wprowadzenie składowych od nich pochodzących do złożonej niepewności pomiaru.

Uwzględnienie 10 jednostek ostatniego, najmniej znaczącego miejsca wartości liczbowej (6) nie prowadzi do zgodności z wartością (20), nawet po uwzględnieniu jej niepewności (21). Jest to uzasadnione rozbieżnością szerokości geograficznych, dla których wartości te obowiązują. Z kolei często przyjmowane przybliżenie o wartości $9,81 \text{ [m/s}^2\text{]}$, jakkolwiek wydaje się trafne, to, według stosowanych zasad, jest obciążone niepewnością bezwzględną o wartości $0,10 \text{ [m/s}^2\text{]}$, a zatem niepewnością względną o wartości przekraczającej $1,0 \text{ [%]}$. W wielu pomiarach pośrednich może to nadmiernie zawyżać niepewność złożoną.

Uzyskana niepewność pomiarowa względna (22) o wartości $0,00015 \text{ [%]}$ charakteryzuje się bardzo dobrą jakością. W wielu innych dziedzinach, za w pełni satysfakcjonującą uważa się wartość $0,1 \text{ [%]}$. Oszacowana wartość niepewności pomiarowej względnej (22) jest więc znacznie mniejsza od tej wartości, a tym bardziej od niepewności dla przybliżenia $9,81 \text{ [m/s}^2\text{]}$. Niepewność pomiarowa względna o wartości $0,00015 \text{ [%]}$ jest na tyle niewielka, że w przypadku zastosowania jej jako składowej niepewności złożonej innego pomiaru pośredniego, wykorzystującego oszacowaną wartość przyspieszenia ziemskiego, jej wpływ może okazać się znikomym.

Jakkolwiek istnieją jeszcze bardziej precyzyjne, a zarazem bardziej złożone relacje umożliwiające określenie wartości przyspieszenia ziemskiego przy wykorzystaniu nie tylko współrzędnych GPS ale także innych danych, to zależności przytoczone i zastosowane w niniejszym artykule są powszechnie dostępne, a zarazem niezbyt skomplikowane i dla wielu zastosowań wystarczająco dokładne.

BIBLIOGRAFIA

1. Bhatta B., *Global navigation satellite systems. Insights into GPS, GLONASS, Galileo, Compass and others*, CRC Press/Balkema, Taylor & Francis Group, Leiden, The Netherlands, 2011.
2. Figueiras J., Frattasi S., *Mobile positioning and tracking: from conventional to cooperative techniques*, John Wiley&Sons Ltd, Chichester, UK, 2010.
3. Grewal M.S., Weil L.R., Andrews A.P., *Global positioning systems, inertial navigation and integration*, John Wiley&Sons Inc., Hoboken, New Jersey, USA, 2007.
4. Groves P. D., *Principles of GNSS, inertial and multisensor integrated navigation systems*, Artech House, Boston, London, 2008.
5. Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J., *Global Positioning System. Theory and Practice*, Springer-Verlag, Wien, Austria, 1994.

6. Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E., *GNSS – Global Navigation Satellite Systems. GPS, GLONASS, Galileo and more*, Springer-Verlag Wien, Austria, 2008.
7. http://pl.wikipedia.org/wiki/Czynniki_wp%C5%82ywaj%C4%85ce_na_wynik_pomiaru_GPS
8. http://pl.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System
9. http://pl.wikipedia.org/wiki/Przyspieszenie_ziemskie
10. http://www.modecom.pl/freeway_mx2/nawigacje_gps/produkty/
11. Januszewski J., *Systemy satelitarne GPS, Galileo i inne*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2010.
12. *Nowa encyklopedia powszechna PWN* (6 tomów), Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1998.
13. Ogłóza W. *Astronomia. Wykład II* <http://www.as.up.krakow.pl/main/student/owal/a4g-w2.pdf>
14. Szydłowski H., *Teoria pomiarów*, PWN, Warszawa, 1981.
15. Teunissen P.J.G., Kleusberg A., *GPS for geodesy*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1998.
16. *Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik*, Główny Urząd Miar, Warszawa, 1999.
17. Xu G., *GPS. Theory, algorithms and applications*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007.
18. Ząbek J., *Geodezja*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2012.
19. Zhang J., Goodchild M.F., *Uncertainty in geographical information*, Taylor & Francis Inc., London, New York, 2002.

GRAVITY ACCELERATION AND ITS UNCERTAINTY VALUES' ESTIMATION BASED ON THE GPS MEASUREMENTS

Abstract

Paper discussed the gravity acceleration value estimation way in any place on the earth planet by use one of the mass produced GPS receivers'. Obtained from this receiver measurements' results have been used as the data to the acceleration's and its uncertainty values' calculations.

The estimated gravity acceleration precision's meaning has been presented in the paper's preface part. Then the gravimetric methods, with focusing on the faults and on the advantages of this method have been described. Relationship used to gravity acceleration's estimation has been chosen after the GPS measurements issues show and after the main influent on the gravity acceleration value quantities indication. Then the carried out measurements' results with their main estimators have been presented. Acceleration's as well as absolute and relative uncertainties' estimators have been calculated after the gravity acceleration complex uncertainty relationship expression. Contained in the separate chapters deliberations' effects have been collected in the summary, concentrating on the obtained from calculations results' conclusions.

Despite not the best GPS receiver quality, achieved results prove the very good measurement quality carried out by this method. Widely use possibility with relative low work, time and finance outlays is the advantage of this method.

Autor:

dr inż. **Zbigniew Sobczyk** – Wojskowa Akademia Techniczna w Warszawie, Instytut Pojazdów Mechanicznych i Transportu, Zakład Konstrukcji Pojazdów i Bezpieczeństwa Transportu, adres e-mail: zsobczyk@wat.edu.pl