

Problem modelowania przestrzennych konstrukcji drewnianych z masywnego drewna z wykorzystaniem modeli prętowych

The problem of modeling spatial wooden structures made of massive wood using bar models

inż. Agnieszka Janas, dyplomantka, dr inż. Janusz Broł (ORCID: 0000-0001-7413-1191), Politechnika Śląska w Gliwicach

DOI: 10.5604/01.3001.0054.4876

Streszczenie: W artykule przedstawiono problem właściwego odzwierciedlenia w modelowaniu komputerowym z wykorzystaniem elementów prętowych, drewnianych schodów spiralnych jako elementów z belek drewnianych ułożonych wzajemnie na sobie. Podano sposób rozwiązania tego zagadnienia przez autorów artykułu na przykładzie dyplomowej pracy inżynierskiej pt.: „Projekt wieży widokowej o konstrukcji drewnianej” [1] wykonanej przez autorkę artykułu.

Słowa kluczowe: drewno, konstrukcje drewniane, modelowanie konstrukcji, MES, wieże drewniane.

Abstract: The article presents the problem of proper representation, in computer modelling using bar elements, of wooden spiral stairs as elements made of wooden beams stacked on top of each other. The method of solving this issue by the authors of the article is presented on the example of the engineering diploma thesis titled: „Design of an observation tower with a wooden structure” [1] prepared by the author of the article.

Keywords: wood, wooden structures, structure modeling, FEM, wooden towers.

1. Wprowadzenie

Przystępując do modelowania przestrzennych konstrukcji wykonanych z drewna napotyka się podstawową trudność właściwej dyskretyzacji modelu obliczeniowego. W praktyce inżynierskiej do modelowania konstrukcji przestrzennych (3D) stosuje się oprogramowanie do obliczeń numerycznych wykorzystujące Metodę Elementów Skończonych (MES) z użyciem prętowych (1D) i płaskich elementów skończonych (2D), definiując odpowiednio wymiary przekroju pręta lub grubość powłoki (panelu). Rozwiązanie to jest w pełni zasadne, gdy modeluje się konstrukcje, których osie elementów zbiegają się w jednym punkcie w węzłach i/lub tworzą duże płaszczyzny. Przyjmując takie podejście obliczeniowe, wyniki są poprawne i wystarczające w praktyce inżynierskiej. Jednakże w przypadku modelowania konstrukcji, których osie elementów nie zbiegają się w jednym punkcie (są skośne), np. powszechnie występujący problem w obliczeniach więźby dachowej połączenia krokwi z płatwią, pojawia się problem właściwego ich połączenia. Połączenie takie można zamodelować w różny sposób (zależnie od możliwości dostępnego oprogramowania) w konstrukcji, np. przesuwając osie elementów w stosunku do osi konstrukcji lub wprowadzając pręty fikcyjne. Jedno i drugie rozwiązanie ma swoje zalety i wady. Wprowadzając pręty fikcyjne

należy właściwie określić ich sztywności i miejsca połączeń, by nie zafałszować wyników obliczeń. Bardziej skomplikowana problematyka występuje przy modelowaniu konstrukcji drewnianych z elementami o znacznych przekrojach poprzecznych ułożonych równoległe do siebie, z niewielkim przesunięciem lub wzajemnym obrotem, gdzie większość obciążenia z konstrukcji przekazuje się prostopadle do kierunku włókien przez pobocznicę elementów (a nie wzdłuż elementu), czyli poprzecznie do osi prętów modelu (np. tak jak w omawianym poniżej przypadku schodów wieży drewnianej). Właściwe zastosowanie prętów fikcyjnych ma tutaj bardzo duże znaczenie. Problemem jest określenie ich charakterystyk zastępczych tak, by właściwie odzwierciedlały charakter pracy konstrukcji, która jest modelowana. Należy pamiętać, że w podstawowych obliczeniach drewna korzysta się z modeli obliczeniowych drewna, które w podejściu normowym jest już uproszczone. Drewno lite, nieprzetworzone jest materiałem anizotropowym i bardzo niejednorodnym oraz ma różne właściwości mechaniczne przy ściskaniu i rozciąganiu. Należy pamiętać, że wytrzymałość wzdłużna jest około 8–12 razy większa od wytrzymałości poprzecznej. Ponadto wytrzymałości poprzeczne, promieniowa (Z) i styczna do włókien (Y) także są różne.

Odrębne jednak traktowanie kierunków y i z dla drewna budowlanego jest praktycznie bardzo trudne do powszechnego

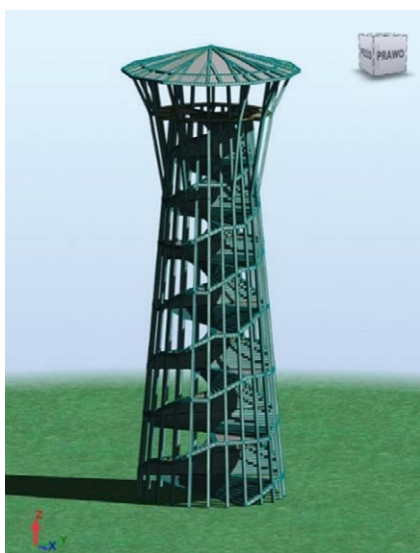
zastosowania, ponieważ tylko w małych próbkach można mówić o ortogonalności kierunków. W rzeczywistości dowolny element wycięty z kłody jest elementem wyciętym z stożka ściętego i trudno przewidzieć w takim elemencie z drewna konstrukcyjnego kierunek styczny i promieniowy. Dlatego z praktycznego punktu widzenia kierunki y i z dla drewna litego traktuje się tak samo. W związku z tym do opisu drewna w analizie numerycznej przyjmuje się drewno jako materiał ortotropowy i rozróżnia się tylko dwa kierunki, wzdłuż i w poprzek włókien.

W praktyce inżynierskiej takie podejście bardzo ułatwia projektowanie większości konstrukcji drewnianych, dając wystarczająco dokładne wyniki obliczeń. Problemem jest modelowanie konstrukcji o nietypowym kształcie z elementów o znacznych przekrojach, a w szczególności takich, gdzie główne obciążenie przekazywane jest z elementu na element w kierunku poprzecznym do włókien drewna. Dobrze jest wtedy wykorzystać oprogramowanie do analiz z wykorzystaniem elementów skończonych objętościowych (3D), ale w praktyce jest to oprogramowanie trudno dostępne dla inżyniera i wymagające dużych mocy obliczeniowych.

Poniżej przedstawiono problem i sposób jego rozwiązania zaistniały przy modelowaniu konstrukcji przestrzennej z wykorzystaniem modeli MES 2D, na przykładzie drewnianej wieży, a w szczególności modelowania geometrii belek schodów wzajemnie na sobie ułożonych, gdzie główne oddziaływanie obciążeń przekazują się prostopadle do osi głównej belek (prostopadle do osi prętów modelu), wykonanej w ramach dyplomu inżynierskiego pt.: „Projekt wieży widokowej o konstrukcji drewnianej” [1].

2. Syntetyczny opis przedmiotu analizy

Przedmiotem analizy jest konstrukcja schodów spiralnych drewnianej wieży na rzucie dwudziestczworoboku foremego



Rys. 1. Widok modelu konstrukcji stanowiący przedmiot rozważań [1]

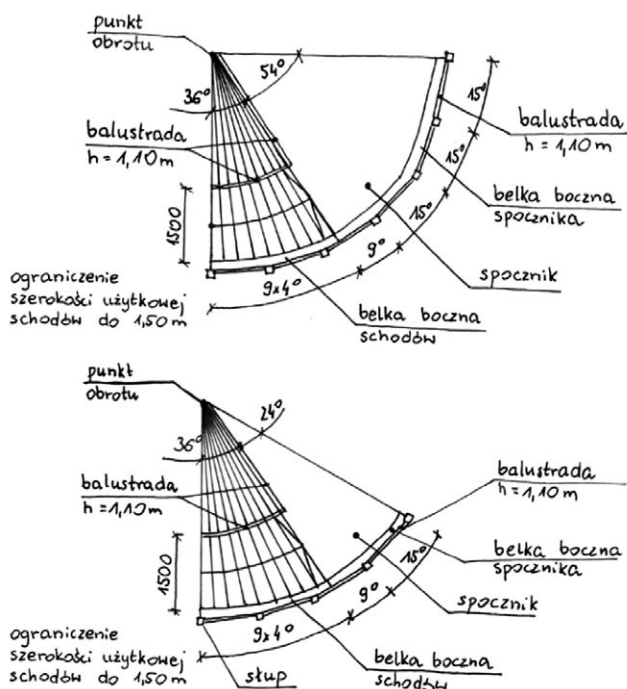


Rys. 2. Drewniana wieża widokowa w Lozannie w parku Sauvabelin, a) widok [zdjęcie autorki], b) przekrój [3]

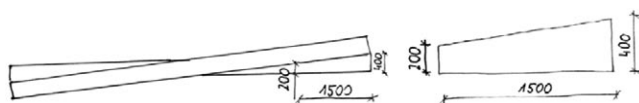


o rozpiętości przekątnej 12,0 m i wysokości 36,5 m z platformą widokową znajdującą się na poziomie 31,5 m nad terenem, krytej dachem drewnianym na rzucie dwunastoboku foremego (rys. 1). Inspiracją dla koncepcji dyplomu inżynierskiego była istniejąca konstrukcja wieży Sauvabelin w Lozannie (rys. 2), lecz przedmiotowy projekt wieży dostosowano do realiów polskich, w szczególności w aspekcie kształtowania schodów i spoczników (rys. 3) zgodnie z [4], jak również w aspekcie oddziaływań klimatycznych [5–8]. Konstrukcja przedmiotowej wieży jest wykonana z drewna litego o ustroju szkieletowym. Szkielet wieży składa się z 24 słupów głównych o przekroju 0,2x0,2 m, rozmieszczonych na planie wieloboku foremego o 24 bokach, opisanego na okręgu o średnicy 12,0 m, połączonych ze sobą za pomocą poprowadzonej spiralnie belki policzkowej schodów o przekroju 0,24x0,27 m.

Przedmiotowe schody wieży zostały wykonane z pojedynczych belek o przekroju 0,175x0,40 m ułożonych kolejno na sobie z niewielkim obrotem względem środka belki (rys. 4). Kąt obrotu wynosi 4° w dolnych biegach schodów wieży i 5° w górnych biegach. Tak ułożone belki w naturalny sposób utworzą dwa spiralne biegi schodowe ze spocznikami. Oba końce poszczególnych belek biegów schodowych zamocowano do belki policzkowej. Belka ta stanowi dodatkowe usztywnienie schodów i jest elementem łączącym pojedyncze belki stopni schodowych ze sobą i ze słupami obwodowymi (rys. 3). Długość belek schodów zmniejsza się wraz z wysokością, co wynika z pochylenia słupów do środka o 5° i wynosi od 12,0 m przy podstawie wieży do 6,5 m na poziomie tarasu widokowego (poziom 31,5 m). Spoczniki drewniane wykonano z desek o grubości 25 mm ułożonych na belkach drewnianych. Spoczniki mają kształt wycinka koła. Zgodnie z rozporządzeniem ministra infrastruktury [4]: „Liczba stopni w jednym biegu schodów zewnętrznych nie powinna wynosić więcej niż 10”, stąd w projekcie przyjęto



Rys. 3. Geometria biegów schodów ze spocznikami: powiększonym i standardowym



Rys. 4. Schemat ułożenia belek na sobie z uwzględnieniem szerokości użytkowej biegu

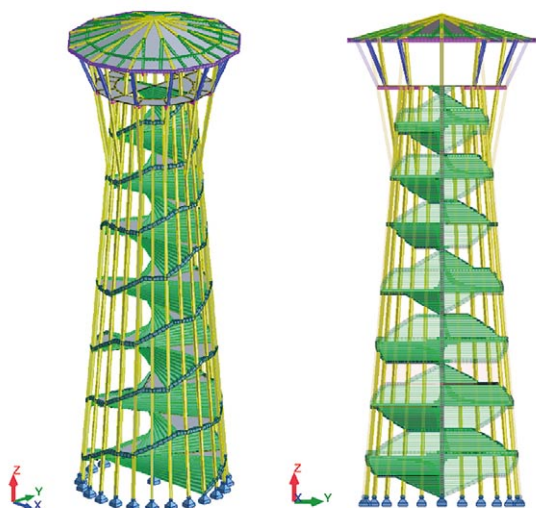
maksymalną liczbę dziesięciu stopni w jednym biegu. Biegi schodowe rozdzielono dwoma rodzajami spoczników; spocznikami standardowymi i spocznikami powiększonymi pełniącymi równocześnie funkcję tarasów widokowych (rys. 3). Spoczniki powiększone przyjęto jako co trzeci spocznik. Łącznie w konstrukcji wieży występuje 2x18 spoczników (w tym 2x6 powiększonych) i 18 dwustronnych biegów schodowych, na które składa się 180 belek o przekroju 0,175x0,40 m tworzących dwa symetryczne spiralne biegi schodowe. Ostatni spocznik znajduje się na wysokości 31,50 m nad poziomem podstawy i połączony jest na tym samym poziomie z obwodowo usytuowaną platformą widokową, wystającą poza obrysy słupów, otoczoną balustradą o wysokości 1,10 m. Bezpośrednio pod tarasem słupy główne są spięte parą kleszczy ze słupami pomocniczymi. Dach zaprojektowano o konstrukcji drewnianej z drewna litego na rzucie wielokąta foremego. Krokwie przyjęto o przekroju 0,20x0,20 m, kleszcze 0,10x0,20 m, belka pozioma 0,125x0,125 m, belka czołowa 0,10x0,225 m.

3. Modelowanie konstrukcji

Model obliczeniowy całej konstrukcji wieży wykonano w programie Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2023 w wersji studenckiej, wykorzystując moduł prętowo-

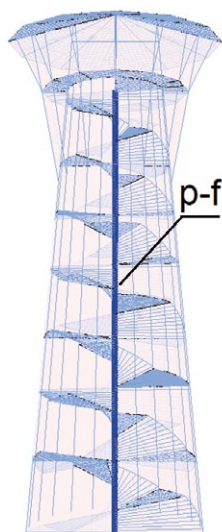
powłokowy (rys. 5). Belki i słupy konstrukcji zamodelowano z wykorzystaniem elementów prętowych (o przekrojach podanych powyżej), a spoczniki, taras oraz połacie dachowe z wykorzystaniem elementów powłokowych (paneli 2D) o zadanej grubości. Jednym z większych problemów, stanowiących przyczynek do powstania tego artykułu, było zamodelowanie dokładnej geometrii belek schodów wieży, ponieważ belki stopni schodowych ułożone są jedna na drugiej, przy równoczesnych ich obróceniu w płaszczyźnie poziomej o 4° lub 5° względem ich środka geometrycznego (środką ciężkości) belki schodowej. Środek ciężkości belki znajduje się zawsze w osi pionowej wieży. Dodatkowo każda kolejno ułożona belka jest krótsza od poprzedniej z uwagi na pochylone słupy ustawione obwodowo.

Umieszczenie osi elementów prętowych modelu w osi elementu rzeczywistego w przestrzeni powodowało brak połączenia między tymi elementami. W szczególności dotyczyło to sposobu ułożenia belek schodowych. Belki te są ułożone kolejno jedna na drugiej z równoczesnym obrotem, co powoduje w modelowaniu numerycznym, z wykorzystaniem modeli prętowych, powstanie układu prętów modelu, które są względem siebie prętami skośnymi, czyli prętami bez wzajemnych punktów przecięcia, prętami nie równoległymi i nie stykającymi się ze sobą. W takim przypadku, by model konstrukcji był strukturą nierozłączną, tworzenie modeli odwzorowujących takie struktury wymaga wprowadzenia tzw. prętów fikcyjnych, by zrealizować wzajemne połączenie prętów modelu wymaganych w modelowaniu z wykorzystaniem metody MES. Wprowadzenie do modelu konstrukcji prętów fikcyjnych umożliwia dokładniejsze odzwierciedlenie pracy konstrukcji. Jednak by to było możliwe, konieczne jest przypisanie im właściwych charakterystyk, tak by model konstrukcji właściwie odzwierciedlał pracę konstrukcji. Zazwyczaj w modelowaniu konstrukcji, gdy musimy korzystać z prętów fikcyjnych, wprowadzamy je jako pręty o dużej sztywności. W tym przypadku takie podejście okazałoby się błędne, ponieważ pręty fikcyjne łączące środki ciężkości belek stopni schodowych utworzyłyby w osi wieży, „zastępczy słup (p-f)” (rys. 6) złożony z krótkich odcinków o dużej sztywności, co niewłaściwie odzwierciedliłoby pracę poprzeczną ułożonych kolejno na sobie belek drewnianych. Zdefiniowany w ten sposób kontakt pomiędzy kolejnymi belkami (stopniami wieży) spowodowałby utworzenie „teoretycznego zastępczego słupa (p-f)” o dużej sztywności podłużnej (rys. 6). Podejście takie spowodowałoby zdecydowane zawyżenie sił pionowych oddziałujących na belki stopni schodowych, bo jak wiadomo w konstrukcjach przesytywnionych elementy o dużej sztywności przejmują większe obciążenie. W konsekwencji doprowadziłoby to do niewłaściwego wyznaczenie sił wewnętrznych w konstrukcji wieży. W przypadku modelowania konstrukcji drewnianych ma to istotne znaczenie, ponieważ dotyczy to wytrzymałości drewna w poprzek włókien, która jest jednym z najsłabszych parametrów wytrzymałościowych drewna.



Rys. 5. Widoki modelu wieży [1]

Rys. 6. Zastępczy słup (p-f) utworzony z prętów fikcyjnych



4. Analiza odzwierciedlenia podatności poprzecznej drewna

W celu właściwego przyjęcia parametrów sztywności prętów fikcyjnych odzwierciedlających oddziaływanie wzajemnie ułożonych na sobie belek drewnianych konieczne było oszacowanie rzeczywistej sztywności belek w poprzek włókien z uwzględnieniem ich rzeczywistego kontaktu dla kolejno ułożonych na sobie stopni schodowych. Wyznaczono zatem powierzchnie rzeczywistego i efektywnego kontaktu pomiędzy belkami schodowymi w zależności od wzajemnego ich kąta obrotu. Pole powierzchni kontaktu ułożonych na sobie belek stopni schodowych z równoczesnym obrotem względem osi pionowej wieży o 4 i 5° wynosiła odpowiednio 2,294 m² i 1,836 m². Uwzględniając zapisy Eurokodu 5 [9] dotyczące określenia powierzchni efektywnej przy ścisaniu drewna w poprzek włókien powierzchnie kontaktu stopni powiększono o 30 mm zgodnie z kierunkiem włókien dla jednej z belek przylegających. Efektywna powierzchnia kontaktu wynosiła zatem odpowiednio 2,318 m² i 1,860 m². Dodatkowo należało jeszcze uwzględnić powierzchnie kontaktu belek stopni schodowych na poziomach spoczników standardowych i spoczników powiększonych, gdzie kąt obrotu pomiędzy ostatnią belką biegu aktualnego i pierwszą kolejnego wynosiły odpowiednio 24 lub 54°. Wyznaczono zatem rzeczywiste powierzchnie kontaktu, a następnie efektywne. Rzeczywista powierzchnia kontaktu wynosiła

0,393 m² dla kąta obrotu 24° i 0,198 m² dla kąta obrotu 54°, a efektywna powierzchnia kontaktu wynosiła odpowiednio 0,417 m² i 0,222 m².

Znając efektywne pola powierzchni kontaktu ułożonych na sobie poszczególnych belek schodowych oraz uwzględniając moduł sprężystości drewna w poprzek włókien wynoszący dla drewna C24 za [10]:

$$E_{90,mean} = \frac{E_{0,mean}}{30} = \frac{11}{30} = 0,37 \text{ GPa},$$

oszacowano charakterystyki sztywności zastępczych dla poszczególnych prętów fikcyjnych łączących wzajemnie pręty modelu odzwierciedlające ułożone na sobie belki schodowe, które wynosiły:

- dla kąta obrotu 4°
 $A_{c,90,ef,4} \cdot E_{90,mean} = 2,318 \text{ m}^2 \cdot 370 \text{ MPa} = 857,7 \text{ m}^2 \cdot \text{MPa}$,
- dla kąta obrotu 5°
 $A_{c,90,ef,5} \cdot E_{90,mean} = 1,860 \text{ m}^2 \cdot 370 \text{ MPa} = 688,2 \text{ m}^2 \cdot \text{MPa}$,
- dla kąta obrotu 24°
 $A_{c,90,ef,24} \cdot E_{90,mean} = 0,417 \text{ m}^2 \cdot 370 \text{ MPa} = 134,3 \text{ m}^2 \cdot \text{MPa}$,
- dla kąta obrotu 54°
 $A_{c,90,ef,54} \cdot E_{90,mean} = 0,222 \text{ m}^2 \cdot 370 \text{ MPa} = 82,1 \text{ m}^2 \cdot \text{MPa}$,

gdzie:

$A_{c,0}$ – pole przekroju słupów,

$E_{90,mean}$ – moduł sprężystości w poprzek włókien drewna.

Dla porównania, sztywności słupów obwodowych z zastępczą sztywnością poszczególnych prętów fikcyjnych, poniżej podano także łączną sztywność podłużną 24 słupów obwodowych stabilizujących wieżę:

$$24 \cdot A_{c,0} \cdot E_{0,mean} = 24 \cdot (0,2 \cdot 0,2) \text{ m}^2 \cdot 11\,000 \text{ MPa} = 10\,560,0 \text{ m}^2 \cdot \text{MPa}$$

gdzie:

$A_{c,0}$ – pole przekroju słupów,

$E_{0,mean}$ – moduł sprężystości wzdłuż włókien.

Porównując łączną sztywność słupów obwodowych i zastępczą sztywność poszczególnych prętów fikcyjnych odzwierciedlających pracę poprzeczną ułożonych na sobie belek schodowych, można zaobserwować, że łączna sztywność osiowa słupów jest zdecydowanie większa niż sztywność pionowa tak ułożonych belek pełniących funkcję schodów. W związku z powyższym wykonano obliczenia statyczno-wytrzymałościowe całej konstrukcji wieży przyjmując sztywność osiową „prętów fikcyjnych” w trzech wariantach:

- oszacowaną na podstawie efektywnego pola kontaktu prętów,
- zwiększoną 10-krotnie – odpowiadającą łącznej sztywności słupów obwodowych,
- zwiększoną dwukrotnie do wariantu 2.

Wyniki reakcji podporowych w zależności od przyjętej sztywności prętów fikcyjnych w kolejnych wariantach obliczeń podano w tabeli 1.

Tabela 1. Porównanie reakcji podporowych w zależności od przyjętej sztywności prętów fikcyjnych odzwierciedlających ściśliwość poprzeczną drewna stopni schodowych

	Reakcje pionowe maksymalne (obliczeniowe) z uwzględnieniem kombinacji oddziaływań [kN]			Reakcje pionowe maksymalne (charakterystyczne) tylko od masy własnej konstrukcji wieży [kN]		
	war. 1	war. 2	war. 3	war. 1	war. 2	war. 3
Reakcja pionowa ze schodów (pod prętem fikcyjnym)	339,9	640,1	662,3	125,7	235,7	243,8
Reakcja pionowa pod pojedynczym słupem obwodowym	125,2	113,5	112,1	21,5	16,6	16,23

Analizując tylko wyniki maksymalne reakcji pionowych zamieszczonych w tabeli 1 można zauważyć, że brak analizy tego zagadnienia w modelowaniu konstrukcji drewnianych i przyjęcie prętów fikcyjnych odzwierciedlających ściśliwość poprzeczną drewna o niezwykłej właściwie sztywności (przyjęcie domyślnie dużej sztywności), może powodować zdecydowane przegrupowanie się sił wewnętrznych w tego typu modelu konstrukcji i uzyskanie wyników obliczeń niewłaściwie odzwierciedlających rzeczywistą pracę konstrukcji.

W przypadku przyjęcia sztywności podłużnej dla prętów fikcyjnych o zwiększonej wielkości (warianty 2 i 3) uzyskano zdecydowanie większe (prawie dwukrotnie większe) siły oddziałujące poprzecznie na belki schodowe wzajemnie na sobie ułożone, niż w przypadku sztywności oszacowanej na podstawie powierzchni wzajemnego oddziaływania belek schodowych i modułu sprężystości poprzecznej drewna. W przypadku maksymalnych sił ściskających słupy obwodowe nastąpiło zmniejszenie się sił ściskających, ale ten spadek jest mało zauważalny z uwagi na wpływ oddziaływań poprzecznych (od wiatru). Porównując pionowe reakcje podporowe tylko od masy własnej, również można zaobserwować prawie dwukrotny wzrost reakcji pionowej podpory pod schodami, natomiast bardziej widoczne jest zmniejszenie oddziaływań w słupach obwodowych, czego należało się spodziewać.

Na uwagę zasługuje także porównanie wyników uzyskanych dla wariantów 2 i 3. Zwiększenie sztywności prętów fikcyjnych odzwierciedlających ściśliwość poprzeczną drewna, zdecydowanie powyżej łącznej sztywności słupów obwodowych nie wpłynęło już istotnie na redystrybucję sił w konstrukcji. Analizując wielkości naprężeń ściskających w poprzek włókien dla najmniejszego efektywnego pola kontaktu (0,222 m²) dla przyjętych ostatecznie przekrojów belek schodowych na podstawie sił wyznaczonych w przypadku wariantu 2 stwierdzono, że zostałyby one przekroczone o ponad 60%. Właściwe oszacowanie podatności poprzecznej belek schodowych umożliwiło przyjęcie szerokości stopni schodowych z wykorzystaniem 90% wytrzymałości przekroju.

5. Podsumowanie

W praktyce inżynierskiej do analizy statyczno-wytrzymałościowej wykorzystuje się programy komputerowe umożliwiające modelowanie 3D, ale z użyciem elementów skończonych dwu-, trzy- lub czterowęzłowych (2D). Jest to podejście

jak najbardziej właściwe, ułatwia projektowanie większości konstrukcji drewnianych dając wystarczająco dokładne wyniki obliczeń, ale podejście to stwarza też istotne zagrożenia. Jak pokazano w powyższym artykule, w przypadku modelowania konstrukcji drewnianych, w których główne obciążenie z belki na belkę przekazywane jest poprzecznie do włókien drewna, czyli poprzecznie do ich osi głównych, a tym samym poprzecznie do osi prętów w modelu komputerowym, kluczowe znaczenie na właściwe określenie lub oszacowanie podatności poprzecznej takich elementów, czyli w modelu komputerowym właściwe przyjęcie charakterystyk zastępczych w prętach fikcyjnych, koniecznych do właściwego odwzorowania modelu konstrukcji. Właściwe zdefiniowanie prętów fikcyjnych ma tutaj bardzo duże znaczenie, ponieważ wpływa istotnie na wyniki obliczeń. Tego zagadnienia nie można bagatelizować, konieczne jest zatem właściwe określenie charakterystyk zastępczych prętów fikcyjnych by właściwie odzwierciedlały charakter pracy całej konstrukcji, która jest modelowana. W omawianym przypadku przyjęcie za dużej sztywności prętów fikcyjnych spowodowałoby założenie zbyt dużych przekrojów (szerokości) belek schodowych oraz mogłoby doprowadzić do niedoszacowania przekrojów słupów obwodowych.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Janas A., Projekt wieży widokowej o konstrukcji drewnianej, Projekt inżynierski dyplomowy, Wydział Budownictwa, Politechnika Śląska, 2024
- [2] Neuhas H., Budownictwo drewniane. Polskie wydawnictwo techniczne, Rzeszów, 2004
- [3] Lignum, Bulletin bois Ouvrages d'ingénieurs, tom 77, 2005, str. 1435–1436, Lignum, La tour de Sauvabelin, Une réalisation emblématique de la filière du bois vaudoise, Le Mont-sur-Lausanne
- [4] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie z dnia 12 kwietnia 2002 r. (Dz.U. 2002 nr 75, poz. 690 z późn. zm.)
- [5] PN-EN 1990:2004/NA:2010 Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji, PKN, Warszawa, 2010.
- [6] PN-EN 1991-1-1:2008/NA:2010 Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje – Część 1-1: Oddziaływania ogólne, PKN, Warszawa, 2010
- [7] PN-EN 1991-1-3:2005/NA:2010. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje – Część 1-3: Oddziaływania ogólne – Obciążenie śniegiem, PKN, Warszawa, 2010
- [8] PN-EN 1991-1-4:2008/NA:2010 Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-4: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wiatru, PKN, Warszawa, 2010
- [9] PN-EN 1995-1-1:2010/NA:2010 Eurokod 5: Projektowanie konstrukcji drewnianych. Część 1-1: Postanowienia ogólne. Reguły ogólne i reguły dotyczące budynków. PKN, Warszawa, 2010
- [10] PN-EN 338:2016-06: Drewno konstrukcyjne – Klasy wytrzymałości, PKN, Warszawa, 2016