Zadziwiająca i wyborna jest potęga ścisłych dowodzeń, a takimi są tylko dowodzenia matematyczne

Rozmowy i dowodzenia, Galileo Galilei, 1638

Oddziaływania czarnych dziur
Black holes interactions

Sebastian J. Szybka*

Zakład Kosmologii i Astrofizyki Relatywistycznej, Obserwatorium Astronomiczne UJ

Abstrakt. Końcowym stadium niepohamowanego kolapsu grawitacyjnego jest pojedynczy obiekt zwany czarną dziurą. Czy czarne dziury zawsze mają taką samą uniwersalną postać? Chociaż twierdzenie o jednoznaczności czarnych dziur udziela pozytywnej odpowiedzi na to pytanie, to każde twierdzenie jest tylko tak silne, jak jego założenia. Przez wiele lat fizycy nie potrafili wykluczyć istnienia stacjonarnych konfiguracji dwóch czarnych dziur, które mogłyby wspólnie tworzyć bardziej złożony obiekt. Obecnie znamy rozwiązanie tego problemu.
Słowa kluczowe: czarne dziury, grawitacja, ogólna teoria względności, OTW, Einstein

Abstract. The final stage of an unrestrained gravitational collapse is a single object known as a black hole. Do black holes always have the same universal form? Although the uniqueness theorem provides a positive answer to this question, every theorem is only as strong as its assumptions. For many years physicists were unable to exclude the existence of stationary configurations of two black holes that could form together a more complex object. Currently, we know the solution to this problem.
Keywords: black holes, gravitation, general relativity, Einstein

1. Teoria grawitacji Einsteina

W roku 2015 obchodziliśmy setną rocznicę odkrycia przez Einsteina nowej teorii grawitacji, czyli Ogólnej Teorii Względności (OTW). Teoria ta przewiduje istnienie egzotycznych obiektów astrofizycznych zwanych czarnymi dziurami. Zgodnie z jej równaniami, zderzające się czarne dziury powinny generować fale grawitacyjne. Właśnie osiem lat temu (2015), po raz pierwszy dokonano detekcji takich fal [1]. Dwa lata później za to odkrycie przyznano Nagrodę Nobla.[1]

W 2019 ujrzeliśmy pierwsze „zdjęcie"czarnej dziury [2] wykonane za pomocą techniki zwanej interferometrią radiową. Rok później inni badacze czarnych dziur otrzymali kolejną Nagrodę Nobla.[2] Teoria Einsteina od ośmiu lat nie znika z pierwszych stron gazet. Piękna i prosta idea geometryzacji grawitacji przekłada się na elegancką, ale skomplikowaną strukturę matematyczną. Pomimo ponad stu lat badań, struktura ta ciągle skrywa w sobie niejedną tajemnicę. Powinniśmy być gotowi na jeszcze więcej niespodzianek.

W artykule przedstawiam jedno z fundamentalnych matematycznych zagadnień teorii grawitacji, które przez kilkadziesiąt lat pozostawało nierozwiązane, i które w końcu udało się rozwiązać. Problem dotyczy konfiguracji równowagowych czarnych dziur.[3]

Po ośmiu latach od pierwszej detekcji fal grawitacyjnych posiadamy solidną obserwacyjną i teoretyczną

*ORCID 0000-0003-3648-9285

1. Nagrodę Nobla z fizyki w 2017 podzielili między siebie: Rainer Weiss, Barry C. Barish i Kip S. Thorne. Polskie przekłady ich przemówień, wygłoszonych z tej okazji, ukazały się w naszym kwartalniku: Rainer Weiss *LIGO i fale grawitacyjne I* – PF 71 (2), 22 (2020); Barry C. Barish *LIGO i fale grawitacyjne II* – PF 71 (3), 34 (2020); Kip. S. Thorne *LIGO i fale grawitacyjne III* – PF 70 (3), 18 (2019) (przyp. red.).

2. Nagrodę Nobla z fizyki w 2020 otrzymał fizyk teoretyk i matematyk Roger Penrose za: *odkrycie, że tworzenie się czarnych dziur jest dobrze uzasadnionym przewidywaniem ogólnej teorii względności* oraz dwoje astronomów Reinhard Genzel i Andrea Ghez, za: *odkrycie supermasywnej czarnej dziury w centrum naszej Galaktyki* (przyp. red.).

3. Szerszy kontekst historyczny tego zagadnienia został opisany w pracy [3].

(symulacje numeryczne, rachunki przybliżone) wiedzę, jak przebiega proces zderzenia czarnych dziur.[4] Pomijając mało prawdopodobną sytuację zderzenia „czołowego", czarne dziury zbliżając się do siebie tworzą układ podwójny. Okrążając się wzajemnie emitują fale grawitacyjne. W ten sposób (oraz w na skutek oddziaływania grawitacyjnego z innymi obiektami) układ czarnych dziur traci energię i staje się coraz bardziej zwarty. W ostatniej fazie zderzenia horyzonty czarnych dziur łączą się ze sobą (zlewają się) i powstaje pojedyncza czarna dziura, która wypromieniowując energię w postaci fal grawitacyjnych zmierza do stanu stacjonarnego (czyli stanu, w którym pomimo ruchu, w tym przypadku rotacji, nie zmieniają się parametry opisujące układ).[5] Powszechnie zakłada się, że stan stacjonarny odpowiada takiej samej czarnej dziurze jak te, które uległy połączeniu, różniąc się od nich wyłącznie masą i momentem pędu (nazywanym krętem przez fizyków krakowskich), czyli rotacją. To przekonanie jest zgodne z obserwacjami. Jednak żeby wyłowić falę grawitacyjną spośród innych sygnałów, należy wstępnie określić jej profil. Określenie profilu fali wymaga postawienia hipotezy co do natury stanu końcowego. Czyni się to na podstawie twierdzenia o jednoznaczności czarnych dziur, które stwierdza, że astrofizyczne czarne dziury różnią się od siebie wyłącznie masą i momentem pędu. Każde matematyczne twierdzenie jest jednak tak silne, jak jego założenia. Twierdzenie o jednoznaczności czarnych dziur zakłada, że mamy do czynienia z jednym obiektem. Czy rozważając typowe procesy nie przeoczyliśmy jakiejś szczególnej możliwości? A może istnieją konfiguracje stacjonarne dwóch czarnych dziur i nie zawsze końcowym stanem stacjonarnym jest pojedyncza czarna dziura?

Zagadnienie to jest znacznie bardziej uniwersalne, niż wskazywałby na to kontekst astrofizyczny. W teorii grawitacji Einsteina czarne dziury są najbardziej fundamentalnymi obiektami posiadającymi masę. Niejako odpowiadają one masom punktowym w teorii Newtona. W grawitacji newtonowskiej nie istnieją fale grawitacyjne. Dwa ciała mogą oscylować wokół wspólnego środka masy nieskończenie długo (w szczególnym przypadku orbit kołowych taki ruch może być opisywany przez rozwiązania stacjonarne). Chociaż podobna sytuacja nie jest możliwa w teorii Einsteina, to pewne niezwykłe cechy tej teorii sprawiają, iż nie można bez głębszej analizy wykluczyć całkowicie odmiennych konfiguracji równowagowych.

2. Czarne dziury

Rozważania astrofizyczne z poprzedniego rozdziału doprowadziły nas do matematycznego problemu dotyczącego istnienia ścisłych, stacjonarnych, próżniowych rozwiązań równań Einsteina odpowiadających jednej lub większej liczbie czarnych dziur. Takie rozwiązania charakteryzują stan końcowy procesu zlewania się czarnych dziur. Przez rozwiązania ścisłe rozumiem rozwiązania, które można jawnie wypisać za pomocą analitycznych wzorów, bez pomocy metod numerycznych. Przymiotnik próżniowe oznacza, iż odpowiadająca rozwiązaniom czasoprzestrzeń nie zawiera materii. W teorii grawitacji Einsteina próżnia może istnieć na wiele nierównoważnych sposobów.

Czym są czarne dziury? Dla matematyka czarna dziura to próżniowe rozwiązanie równań Einsteina o niezwykłych właściwościach. Zawiera ono geometryczną powierzchnię, zwaną horyzontem zdarzeń, po przekroczeniu której nie można zawrócić. Dokładne zrozumienie czym są tego typu obiekty, zajęło wiele lat i jest przedmiotem dalszych badań. Jeszcze dłużej trwało, zanim zaakceptowano, iż czarne dziury mogą naprawdę istnieć jako realne obiekty astrofizyczne. Parafrazując słowa Richarda Feynmana: *Natura po raz kolejny okazała się być nierozsądną z punktu widzenia zdrowego rozsądku i absurdalną na sposób zachwycający*. Historia czarnych dziur to jawny przykład na to, iż równania mogą być mądrzejsze od ich twórców, a rzeczywisty świat może okazać się bardziej niezwykły, niż pozwala nam to przewidzieć nasza wyobraźnia. Jest to spotkanie z matematycznością przyrody na jej fundamentalnym poziomie.[6]

W 1916 roku Karl Schwarzschild poszukiwał rozwiązania równań Einsteina, które opisywałoby kształt pustej czasoprzestrzeni na zewnątrz sferycznie symetrycznego masywnego ciała. Rozwiązaniem równań Einsteina jest tzw. tensor metryczny (zwany również metryką). Schwarzschildowi udało się znaleźć odpowiednią metrykę [7]. W składowych metryki pojawia się funkcja $f(r) = 1 - 2M/r$ oraz jej odwrotność (parametr M odpowiada masie ciała, r jest współrzędną radialną, $f(r)$ zapisane zostało w jednostkach geometrycznych $c = G = 1$). Dla $r = 0$ i $r = 2M$ metryka jest osobliwa (osobliwość metryki oznacza, że wzory „przestają działać", jak ma to

4. Fale grawitacyjne, które potrafimy zaobserwować i przypisać konkretnym obiektom, pochodzą od zderzeń stosunkowo niewielkich czarnych dziur o masach „gwiazdowych"(maksymalnie do kilkuset mas Słońca). Wiemy również, że w centrach galaktyk istnieją gigantyczne czarne dziury. Układy dwóch lub być może nawet większej liczby galaktycznych czarnych dziur są obserwowane przez astronomów [4], [5] za pomocą tradycyjnych metod, a generowane przez nie fale tworzą grawitacyjny szum, który dopiero niedawno udało się zarejestrować.

5. Fale grawitacyjne niosą ze sobą wiele informacji o samym procesie zderzenia, a także o otaczającym nas Wszechświecie. Obecnie gwałtownie rozwija się astronomia fal grawitacyjnych.

6. Historia czarnych dziur i jej astrofizyczny kontekst została opisana np. w pracy Celottiego, Millera i Sciamy [6].

miejsce w przypadku wyrażenia $1/f(r)$, gdy $f(r) = 0$). Dla zagadnienia rozważanego przez Schwarzschilda (czasoprzestrzeń na zewnątrz sferycznie symetrycznego ciała) obie osobliwości nie stanowiły problemu. Po przeliczeniu z jednostek geometrycznych okazuje się, że jeśli np. M oznacza masę Ziemi to $r = 2M$ odpowiada odległości około 9 mm. Sfera o tym promieniu znajduje się prawie w samym centrum Ziemi. Pod powierzchnią rozważanego ciała metryka Schwarzschilda nie obowiązuje. Kształt czasoprzestrzeni jest tam zadany przez inną nieosobliwą metrykę, która nie jest metryką próżniową (opisuje czasoprzestrzeń wypełnioną materią).

Metryka Schwarzschilda spełnia próżniowe równania Einsteina, gdy $0 < r < 2M$ i $r > 2M$, czyli prawie „wszędzie"(w rozważanym przez nas układzie współrzędnych). Chociaż dosyć wcześnie zdano sobie sprawę, że rozwiązanie to opisuje obiekt *zagięcie czasoprzestrzeni*, z wnętrza którego nic nie może się wydostać, to przez wiele lat nie wiedziano, jak zinterpretować jego fizyczny status. Einstein i inni twierdzili, że osobliwości $r = 0$, $r = 2M$ stanowią jawną patologię, która powoduje, iż fragment czasoprzestrzeni Schwarzschilda ($r \leqslant 2M$) jest niefizyczny. W roku 1932 Lemaître znalazł układ współrzędnych, w którym osobliwość $r = 2M$ nie pojawia się [8]. Okazało się, że ta osobliwość to tylko artefakt źle dobranego układu współrzędnych. W przeciwieństwie do osobliwości $r = 0$ osobliwość $r = 2M$ można usunąć. Oppenheimer i Snyder pokazali w 1939 [7], przy założeniu symetrii sferycznej, że w wyniku kolapsu pyłu może powstać czarna dziura Schwarzschilda. Oznacza to, że startując z regularnych danych początkowych, co do których nie mamy wątpliwości, że mogłyby odpowiadać realnej fizycznej sytuacji, możemy zbliżyć się do rozwiązania Schwarzschilda – prawa Przyrody pozwalają na powstawanie tego typu obiektów. Wynik ten należało powiązać z wcześniejszą pracą Chandrasekhara (1931), w której pokazano, iż ciśnienie degeneracji elektronów nie może powstrzymać kolapsu grawitacyjnego gwiazdy o masie większej niż pewna masa graniczna [10] (obecnie przyjmuje się, że jest to około 1,4 masy Słońca).[7] Praca Oppenheimera i Snydera nie zakończyła jednak dyskusji na temat fizyczności czarnych dziur. Miesiąc po opublikowaniu tej pracy Albert Einstein opublikował swoją [11]. Końcowy wniosek Einsteina był zupełnie odmienny: *osobliwości Schwarzschilda nie istnieją w fizycznej rzeczywistości*.[8] Jak widać, problem wymagał dalszych badań. Kruskal znalazł nowy układ współrzędnych w 1960 [12], odmienny od układu Lemaîtra, który umożliwił studiowanie właściwości całej czasoprzestrzeni Schwarzschilda (znanej w takim przypadku jako rozszerzenie Kruskala). Fizyczny status istnienia czarnych dziur nadal pozostawał nierozpoznany.

Rozwiązanie Schwarzschilda jest sferycznie symetryczne. Przypuszczano więc, że osobliwość $r = 0$ może być zwykłym artefaktem wysokiej symetrii rozwiązania. Na przykład jest tak w teorii Newtona – sferycznie symetryczna chmura kolapsującego radialnie pyłu może prowadzić do powstania centralnej osobliwości. Osobliwość tę łatwo wytłumaczyć jako skutek zbyt uproszczonego modelu (brak ciśnienia oraz symetria sferyczna). Drobne zaburzenie idealnej symetrii likwiduje osobliwość w opisie newtonowskim. Jeśli rozwiązanie Schwarzschilda nie jest tylko ciekawostką matematyczną, to powinny istnieć rozwiązania o podobnych właściwościach, które nie są sferycznie symetryczne. W latach 50. XX w. wagę tego problemu wielokrotnie podkreślał John Wheeler.

Młody fizyk z Nowej Zelandii, Roy Kerr, odkrył w 1963 rozwiązanie równań Einsteina, które jest osiowosymetrycznym uogólnieniem rozwiązania Schwarzschilda [13]. Opisuje ono rotującą czarną dziurę zwaną dzisiaj *czarną dziurą Kerra*. Taka czarna dziura określona jest jednoznacznie dwoma parametrami – masą i momentem pędu. W trakcie Texas Symposium on Relativistic Astrophysics Kerr wystąpił z dziesięciominutowym referatem, w którym zaprezentował swoje rozwiązanie. Niestety słuchacze nie byli zainteresowanymi ciekawostkami młodego Nowozelandczyka i rozmawiali w trakcie jego wystąpienia na inne tematy. Po zakończeniu wystąpienia Kerra sławny relatywista Achilles Papapetrou poprosił o głos i wyjaśnił obecnym rangę odkrycia. Być może nikt z obecnych na sali nie przypuszczał, że kilkanaście lat później czarne dziury Kerra staną się integralną częścią olbrzymiej liczby modeli astrofizycznych oraz umożliwią teoretykom uzyskanie wglądu w naturę czasu i przestrzeni. Zanim jednak to nastąpiło, kluczowe były dwa kolejne wydarzenia. Pierwsze z nich to twierdzenie o osobliwościach Rogera Penrose'a [14], które pokazuje, że osobliwości we wnętrzu czarnej dziury Schwarzschilda i Kerra nie są artefaktem wysokiej symetrii obu rozwiązań. Z OTW wynika, iż we Wszechświecie istnieją zjawiska, których ona sama nie jest w stanie opisać. Za to odkrycie Penrose został uhonorowany Nagrodą Nobla (2020). Drugim ważnym wydarzeniem był rozwój

7. Ciśnienie degeneracji neutronów umożliwia istnienie jeszcze cięższych obiektów (zwanych gwiazdami neutronowymi) o masach nie większych niż około 3 masy Słońca. Poza tą granicą znane nam formy materii (w stanie podstawowym) nie mogą powstrzymać kolapsu grawitacyjnego.

8. Niepoprawny wniosek Einsteina nie wynikał z błędów rachunkowych, lecz z poczynionych założeń. Przyjął on, iż wnętrze czarnej dziury Schwarzschilda jest wypełnione materią składającą się z cząstek, a następnie wykazał, że taka konfiguracja jest niezgodna z podstawowymi prawami fizyki.

technik obserwacyjnych, a w szczególności astronomii rentgenowskiej i radiowej [6].

Atmosfera ziemska nie przepuszcza promieniowania rentgenowskiego. Dlatego, tego typu obserwacje mogą być wykonywane tylko z balonów stratosferycznych lub satelitów w przestrzeni kosmicznej. Podbój przestrzeni kosmicznej w latach 60. XX w. umożliwił prowadzenie obserwacji rentgenowskich z orbity (wspomaganych obserwacjami balonowymi). Pod koniec lat 60. znano już około dwudziestu źródeł, które znajdowały się poza Układem Słonecznym. Jednym z nich był Cygnus X-1. Model, który pozwala wytłumaczyć właściwości tego zmiennego źródła, zakłada, że jest to układ podwójny: masywna gwiazda (superolbrzym) i niewidoczny towarzysz. Źródłem promieniowania rentgenowskiego jest gorący gaz, który rozgrzewa się w trakcie *akrecji* (opadania na obiekt rozproszonej materii w wyniku działania grawitacji – przyp. red.). z gwiazdy na niewidocznego towarzysza. Coraz dokładniejsze obserwacje prowadzone w latach 70. i 80. XX w. wskazały, że niewidocznym towarzyszem jest gwiazdowa czarna dziura.

Model Cygnusa X-1 to tylko pierwszy z wielu modeli, których nieodzownym elementem jest czarna dziura. Odkrycie kwazarów, czyli aktywnych jąder galaktyk w latach 60., modelowanie dynamiki gwiazd w centrum Drogi Mlecznej oraz w innych galaktykach wskazuje, na istnienie supermasywnych czarnych dziur w centrach galaktyk. Oczywiście, jak zawsze w fizyce, istnieją różne inne alternatywne wyjaśnienia tych zjawisk. Zapewne ku wielkiemu zdziwieniu Einsteina, czarne dziury okazały się jednak najmniej egzotyczną z proponowanych możliwości.

Obszar zewnętrzny (dostępny naszym obserwacjom) czarnej dziury Schwarzschilda jest statyczny (czyli całkowicie niezależny od czasu) Czarną dziurę Schwarzschilda charakteryzuje jeden jedyny parametr – jej masa. W podobnym sensie czarna dziura Kerra jest stacjonarna – charakteryzują ją dwa parametry: masa i moment pędu. (Chociaż nie zmienia się ona w czasie, to zmiana kierunku upływu czasu spowodowałaby zmianę kierunku rotacji – czarna dziura Kerra jest stacjonarna, ale nie jest statyczna). Istnieją dalsze uogólnienia zawierające stałą kosmologiczną czy też ładunek elektryczny. Mamy powody przypuszczać, iż ładunek elektryczny nie odgrywa roli w astrofizyce, a stała kosmologiczna ma znikomy wpływ ze względu na wielkość modelowanych przez nas układów astrofizycznych. Skąd jednak wiadomo, że nie istnieją stacjonarne czarne dziury innego typu, które mogłyby powstawać w realistycznym kolapsie grawitacyjnym? Problem ten był rozważany przez najwybitniejszych relatywistów XX i XXI w. Wynik, nieustannie udoskonalany w trakcie pięćdziesięcioletniej pracy, nosi nazwę wspomnianego na wstępie twierdzenia o jednoznaczności czarnych dziur [15]. Praktyczny wniosek wynikający z tego twierdzenia jest następujący: jeśli spełnione są założenia twierdzenia o jednoznaczności, to w układach astrofizycznych zarówno czarne dziury gwiazdowe, jak i supermasywne czarne dziury galaktyczne są dobrze opisane przez rozwiązanie Kerra. W roku 1975, zanim większość astronomów zaakceptowała istnienie czarnych dziur, Chandrasekhar w następujących słowach opisał swoją reakcję na twierdzenie o jednoznaczności [16]:

> *W całym moim naukowym życiu, trwającym ponad czterdzieści pięć lat, najbardziej wstrząsającym doświadczeniem było zdanie sobie sprawy, że ścisłe rozwiązanie równań Einsteina, odkryte przez nowozelandzkiego matematyka Roya Kerra, jest absolutnie ścisłą reprezentacją niezliczonej liczby masywnych czarnych dziur rozproszonych we Wszechświecie. Ten przyprawiający o dreszcze, piękny, niesamowity fakt, iż odkrycie motywowane poszukiwaniem piękna w matematyce znajduje swoją dokładną kopię w Przyrodzie, przekonuje mnie, by rzec, że piękno to jest to, na co ludzki umysł reaguje ze swojej prawdziwej głębi.*

Jednym z nietrywialnych założeń twierdzenia o jednoznaczności jest spójność horyzontu czarnej dziury – zakłada się, że horyzont czarnej dziury składa się z jednej części. Czy mogą istnieć czarne dziury dwukomponentowe, które nie spełniają tego warunku? Niewątpliwie twierdzenie to nic nie mówi na ten temat. Henrietta Elvang i Pau Figuereas pokazali (2006) [17], że jeśli zamiast standardowych trzech wymiarów przestrzennych i jednego wymiaru czasowego rozważy się cztery wymiary przestrzenne i jeden wymiar czasowy, to równania Einsteina dopuszczają istnienie czarnej dziury składającej się z dwóch części: centralnej czarnej dziury o topologii sferycznej i czarnego torusa okalającego centralną czarną dziurę. Rozwiązanie to nazwano Czarnym Saturnem. Jest ono stacjonarne, ale liczba wymiarów przestrzennych jest niefizyczna. Jak się okaże w dalszej części artykułu, obiekty te nie mają swoich 3+1 wymiarowych odpowiedników. W OTW istnieje jeszcze jeden mechanizm, który potencjalnie mógłby doprowadzić do całkiem innych konfiguracji równowagowych czarnych dziur.

3. Grawitomagnetyzm

Rozważmy dwa sferycznie symetryczne ciała. Przez setki lat uważano, iż problem oddziaływania grawitacyjnego takich dwóch ciał został całkowicie rozwiązany w *Principiach* Newtona,[9] w księdze III *Principiów* [18] bowiem znajduje się twierdzenie 8 znane dzisiaj jako Newton's shell theorem:

> *Jeśli dwie kule [globy] grawitują wzajemnie ku sobie oraz ich materia jest jednorodna dookoła ze wszystkich stron w regionach jednakowo odległych od ich środków, to ciężar każdej kuli w kierunku drugiej będzie odwrotnie proporcjonalny do kwadratu odległości pomiędzy środkami.*

Twierdzenie to redukuje problem fizyczny – siły grawitacyjnej pomiędzy dwoma rozciągłymi ciałami – do matematycznego problemu oddziaływania dwóch mas punktowych. Stąd automatycznie wynika wniosek końcowy co do odwrotnej proporcjonalności siły do kwadratu odległości. Przytoczone twierdzenie nie zakłada nic na temat momentu pędu obu mas. Istotnie, w teorii newtonowskiej nie ma on znaczenia dla końcowych wniosków, ponieważ grawitacja newtonowska jest „statyczna" i ruch ciał nie jest źródłem dodatkowego pola grawitacyjnego.

W drugiej połowie XIX w. Maxwell wprowadził, nie zmieniając nic w strukturze teorii, nowe sformułowanie grawitacji newtonowskiej. Podobnie jak w elektrodynamice ładunek elektryczny jest źródłem pola elektrycznego, tak w sformułowaniu Maxwella, masa jest źródłem pola grawitacyjnego, E. Olivier Heaviside zauważył (1893) [19, 20], że skoro poruszający się ładunek jest źródłem pola magnetycznego, to poruszająca się masa powinna również być źródłem nowego pola. Heaviside zasugerował więc istnienie dwóch pól: pola grawitoelektrycznego E i grawitomagnetycznego B. Następnie pokazał, że oba pola spełniają równania, które od równań Maxwella różnią się tylko stałymi współczynnikami.

W Układzie Słonecznym efekty związane z istnieniem siły grawitomagnetycznej okazały się być bardzo małe, dlatego hipoteza Heaviside'a na eksperymentalne potwierdzenie musiała czekać ponad 100 lat. Rzeczywiście, przytoczone twierdzenie Newtona ma tylko charakter przybliżony i dwie oddziałujące ze sobą kule będą się zachowywać trochę inaczej, niż wynika to z tego twierdzenia. W roku 2011 eksperyment Gravity Probe B potwierdził, że efekty grawitomagnetyczne rzeczywiście istnieją [21].

Dzisiaj, dzięki teorii Einsteina, mamy o wiele lepsze zrozumienie analogii zauważonej przez Heaviside'a. Grawitomagnetyzm to tylko specyficzne przybliżenie dynamiki mas wynikającej z Ogólnej Teorii Względności. Pozorna słabość tego oddziaływania w Układzie Słonecznym okazuje się być zwodnicza. Jeden z najbardziej „energetycznych" procesów we Wszechświecie polega na przetwarzaniu grawitomagnetycznej, rotacyjnej energii czarnej dziury w energię ultrarelatywistycznych naładowanych cząstek za pomocą tzw. mechanizmu Blandforda–Znajka [22]. Jest wielce prawdopodobne, że w skutek tego procesu pojedyncze cząstki mogą osiągać energie kilkadziesiąt milionów razy większe niż dostępne obecnie z naziemnych zderzaczach cząstek (np. w LCH, Large Hadron Collider).

Powróćmy do oryginalnego problemu. Dwie sferycznie symetryczne masy rozważane na początku tego rozdziału można rozkręcić w ten sposób, aby ich momenty pędu miały takie same kierunki pokrywające się z kierunkiem prostej łączącej środki obu mas. Cały układ jest wtedy osiowosymetryczny. Zgodnie z rozumowaniem Heaviside'a wirujące masy wytwarzają pole grawitomagnetyczne. Jeśli zwroty obu momentów pędu są zgodne, to newtonowska siła przyciągania grawitacyjnego zostaje pomniejszona o grawitomagnetyczne odpychanie. Powstaje więc pytanie: czy składowa grawitomagnetyczna może zniwelować składową przyciągającą. W takim przypadku wirujące kule mogłyby osiągnąć konfigurację równowagową. Formalizm Heaviside'a nie daje nam odpowiedzi na to pytanie, ponieważ wykracza ono poza zakres jego stosowalności. W celu rozwikłania tej zagadki należy odwołać się do pełnej teorii grawitacji Einsteina i jej nieliniowych równań.

4. Efekty grawitomagnetyczne a OTW

Oddziaływania grawitoelektrycznomagnetyczne, tak jak rozumiał je Heaviside, związane są z ruchem materii. W OTW materia nie jest konieczna, aby mówić o masie czy też momencie pędu. Na przykład czarna dziura Kerra jest rozwiązaniem całkowicie próżniowym, a mimo to można określić jej masę i moment pędu. Co więcej, samo pojęcie oddziaływania jest koncepcyjnie obce w teorii grawitacji Einsteina. W sensie dosłownym nie ma tu oddziaływań – jest tylko czasoprzestrzeń i jej geometria zdeterminowana równaniami Einsteina. Mimo to często używa się starego newtonowskiego terminu *oddziaływanie*, aby przez analogię z teorią Newtona wyabstrahować pewne właściwości danego rozwiązania.

Siła oddziaływań grawitomagnetycznych zależy od wartości momentu pędu rozważanych ciał. Pozornie wydaje się więc, że nadając ciału odpowiednio duży moment pędu, można spowodować, że wartość tej siły stanie się odpowiednio duża. Okazuje się jednak, że w OTW może istnieć fundamentalne ograniczenie na wartość momentu pędu. Takie ograniczenie pojawia się np. dla czarnych dziur. Czarną dziurę o maksymalnym możli-

9. Fizycy największego formatu: Newton, Bernulli, Laplace wiedzieli, że grawitacja newtonowska jest niekompletna.

wym momencie pędu (dla określonej masy) określa się mianem ekstremalnej.

Newton, w twierdzeniu przytoczonym w poprzednim rozdziale, zredukował fizyczny problem oddziaływania grawitacyjnego pomiędzy dwoma rozciągłymi sferycznie symetrycznymi masami do zagadnienia oddziaływania mas punktowych. W OTW metryka na zewnątrz sferycznie symetrycznych ciał odpowiada metryce Schwarzschilda, czyli zamiast rozciągłych ciał można rozważać czarne dziury Schwarzschilda. Jeśli jednak wprowadzimy moment pędu, który jest niezbędny do wytworzenia efektów grawitomagnetycznych, to nie możemy dokonać już takiego uproszczenia – do dzisiaj nie są znane rozwiązania wewnętrzne dla rozwiązania Kerra, więc nie wiemy, czy metryka ta opisuje kształt czasoprzestrzeni na zewnątrz jakiegoś ciała. Chociaż trudno w to uwierzyć, to pomimo stu lat badań i wysiłków kilku pokoleń fizyków, wciąż nie wiemy jak opisać szybko rotujące ciało w ramach OTW. Jeśli rotacja jest powolna, to potrafimy wypisać rozwiązania przybliżone. Jednak w takim przypadku efekty grawitomagnetyczne są niewielkie i trudno oczekiwać konfiguracji równowagowych. Oczywiście pełna analiza tego zagadnienia wymaga znajomości metryki dla układu co najmniej dwóch rotujących ciał. Sytuacja wydaje się więc beznadziejna.

Najbardziej podstawowym obiektem w teorii Einsteina, odpowiednikiem newtonowskich mas punktowych, są czarne dziury. Chociaż nie potrafimy zredukować zagadnienia dwóch szybko rotujących ciał do problemu dwóch rotujących czarnych dziur, to zagadnienie dwóch rotujących czarnych dziur wydaje się bardziej fundamentalne i ma oczywistą interpretację astrofizyczną. W takim przypadku nie musimy martwić się strukturą wewnętrzną rotującego obiektu (struktura ta może być skomplikowana i zależeć od konkretnego równania stanu). A więc problem konfiguracji równowagowych w swojej najbardziej fundamentalnej formie to rozważany przeze mnie, w kontekście astrofizycznym, problem balansu dwóch rotujących czarnych dziur.

Istnieje również inne podejście do tego zagadnienia. Można rozważać rotującą cząstkę próbną poruszającą się w zadanej czasoprzestrzeni. Szczególne zasługi w zrozumieniu tego problemu, należą się przedwojennym, krakowskimim relatywistom reprezentowanym przez Myrona Mathissona i Jana Weyssenhoffa. Mathisson wyprowadził równania ruchu takiej cząstki (1937) [23][10] (równania te zostały również wyprowadzone przez Papapetrou (1951) [27]). W roku 1972 Robert Wald pokazał [28], że w ramach tego typu przybliżenia (rotująca cząstka próbna w czasoprzestrzeni Kerra) konfiguracja równowagowa nie może być osiągnięta.

Steven Hawking przedstawił ciekawe rozumowanie dotyczące pełnego zagadnienia (1971) [29]. Rozważał osiowosymetryczne zderzenia czarnych dziur Kerra. Ze względu na symetrię zagadnienia w zderzeniach takich jest zachowywany moment pędu. Przy założeniu, że stanem końcowym jest pojedyncza czarna dziura Kerra, Hawking wyprowadził nierówność, która pozwala oszacować ilość energii unoszonej przez fale grawitacyjne podczas kolizji. Okazało się, że mniej energii może być wypromieniowane w przypadku tych samych zwrotów momentów pędu czarnych dziur. Wynik Hawkinga sugeruje, iż równoległe momenty pędu czarnych dziur spowalniają proces kolizji, a antyrównoległe momenty pędu przyspieszają go. (Ten wynik jest zgodny z uproszczonym rozumowaniem Heaviside'a.) Ponieważ nawet w przypadku ekstremalnych czarnych dziur (o maksymalnym możliwym momencie pędu) nierówność Hawkinga dopuszczała uniesienie części energii przez fale grawitacyjne, to konfiguracje równowagowe są mało prawdopodobne, ale nie są przez ten wynik wykluczone [30]. Ostateczną odpowiedź może dać tylko analiza stacjonarnych osiowosymetrycznych rozwiązań równań Einsteina, która pokazałaby, że w tej klasie rozwiązań istnieją, czy też nie istnieją konfiguracje równowagowe czarnych dziur.

5. Układy podwójne czarnych dziur

Pomiędzy znalezieniem rozwiązania Schwarzschilda a odkryciem rozwiązania Kerra upłynęło prawie pięćdziesiąt lat. Równania Einsteina są skomplikowane i znalezienie nowych ścisłych rozwiązań, które byłyby istotne z punktu widzenia fizyki, nie jest zadaniem łatwym.

W niektórych przypadkach równania Einsteina mogą być sformułowane w sposób, który znacznie ułatwia poszukiwania. Na przykład przy założeniu symetrii osiowej, próżniowe rozwiązania statyczne (klasa Weyla) można zapisać za pomocą pseudopotencjału. Równania Einsteina redukują się do równania Laplace'a dla pseudopotencjału. Ponieważ równanie Laplace'a jest liniowe, to obowiązuje zasada superpozycji i dwa pseudopotencjały odpowiadające znanym rozwiązaniom można do siebie dodać otrzymując nowe rozwiązanie równań Einsteina. W pracach Weyla (1917) i (1919) [31, 32] oraz we wspólnej pracy Bacha i Weyla (1922) [33] rozważono superpozycje dwóch czarnych dziur Schwarzschilda.[11] Uzyskane rozwiązanie posiadało nagą osobliwość na osi symetrii (naga osobliwość,

10. Więcej na ten temat można znaleźć w opracowaniach Bronisława Średniawy [24, 25]. Opublikowano również angielskie tłumaczenie artykułu Mathissona [26].

11. Artykuły zostały przetłumaczone na język angielski [34, 35, 36].

to osobliwość, która nie jest ukryta pod horyzontem czarnej dziury). Tego typu rozwiązania powszechnie uważa się za niefizyczne, ponieważ nie potrafimy uzyskać ich startując z rozsądnych, regularnych danych początkowych.[12] Naga osobliwość pojawia się, ponieważ dla osiowosymetrycznego układu dwóch nierotujących czarnych dziur nie ma mechanizmu fizycznego, który mógłby zapewnić konfigurację równowagową. Mechanizm taki mógłby się pojawić, gdyby obu czarnym dziurom nadać moment pędu.

Kandydatem na tego typu rozwiązanie jest więc uogólnienie rozwiązania składającego się z dwóch czarnych dziur Schwarzschilda na rozwiązanie będące osiowo-symetrycznym „złożeniem" dwóch czarnych dziur Kerra. Postęp w metodach generacji ścisłych rozwiązań spowodował, że Kramer i Neugebauer znaleźli odpowiedniego kandydata (1980) [37]. Jest to siedmioparametrowa rodzina rozwiązań określana obecnie jako podwójny Kerr. Dla generycznych wartości parametrów rozwiązanie to, tak jak statyczne rozwiązanie Bacha i Weyla, posiada nagie osobliwości. Przez kolejne dwadzieścia dziewięć lat[13] przestrzeń parametrów podwójnego Kerra była badana pod względem istnienia konfiguracji równowagowych (tj. takich, które nie posiadałyby patologicznych cech jak nagie osobliwości). Starano się również zinterpretować znaczenie poszczególnych parametrów i powiązać je z wielkościami fizycznymi. Badania te pozwoliły na wykluczenie konfiguracji równowagowych w pewnych szczególnych sytuacjach, np. takich jak dwie czarne dziury o równych masach. Nie było też pewności, czy nie istnieją inne superpozycje rozwiązań Kerra niż te odkryte przez Kramera i Neugebauera.

Dopiero w 2009 Neugebauer i Hennig, wykorzystując wyniki innych prac, wykazali, że rodzina podwójny Kerr jest jedynym kandydatem na konfigurację równowagową [39]. Następnie, zamiast studiować przestrzeń parametrów podwójnego Kerra pod kątem istnienia czy też braku patologii, zmienili strategię. Rok wcześniej, Hennig, Ansorg i Cederbaum wykazali, że przy założeniu symetrii osiowej stacjonarne podekstremalne czarne dziury spełniają nierówność $8\pi|J| < A$, gdzie J oznacza moment pędu czarnej dziury, A jest polem powierzchni horyzontu [40]. Neugebauer i Hennig udowodnili, że składowe podwójnego Kerra nie spełniają tej nierówności (bez względu na wybór parametrów). Oznacza to, że konfiguracje podekstremalnych czarnych dziur nie istnieją. W kolejnej pracy Hennig i Neugebauer rozszerzyli swój wynik na konfiguracje ekstremalne i mieszane (obiekt ekstremalny i podekstremalny) (2011) [41]. Również w 2011, używając innej wersji nierówności [42], Chruściel, Eckstein, Nguyen i autor tego opracowania uogólnili dowód nieistnienia konfiguracji równowagowych, pozbywając się założenia o podekstremalności [43].

12. Osobliwości, które nie są nagie, np. wewnątrz czarnej dziury Schwarzschilda, można uzyskać z regularnych danych początkowych, tak jak zostało to po raz pierwszy pokazane we wspomnianej w rozdziale drugim pracy Oppenheimer–Snyder [7].

13. Historia badań została w skrócie przedstawiona w pracy [36].

6. Podsumowanie

Analiza stacjonarnych, osiowosymetrycznych, próżniowych rozwiązań równań Einsteina pokazuje, że efekty grawitomagnetyczne nie mogą zrównoważyć przyciągania grawitacyjnego. To sprawia, iż w najbardziej interesującym nas przypadku 3+1 wymiarów, stacjonarne konfiguracje równowagowe dwóch czarnych dziur nie istnieją. Wynik ten wzmacnia twierdzenie o jednoznaczności czarnych dziur i upewnia nas, że czarne dziury obserwowane przez astronomów (również takie, które są pozostałością po kosmicznej kolizji), to czarne dziury dobrze opisywane przez rozwiązanie Kerra.[14]

Podziękowania

Uprzejmie dziękuje dr. hab. Markowi Jamrozemu, prof. UJ za wskazanie literatury dotyczącej obserwacji układów galaktycznych czarnych dziur oraz prof. Edwardowi Malcowi za cenne uwagi na temat treści artykułu.

Literatura

[1] LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration, „Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger", *Physical Review Letters*, 116 (6): 061102 (2016).

[2] The Event Horizon Telescope Collaboration, „First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole", *The Astrophysical Journal Letters*. 875 (1): L1 (2019).

[3] Szybka S. J., „On gravitational interactions between two bodies" w: *Mathematical Structures of the Universe*, red. M. Eckstein, M. Heller, S.J. Szybka, CCPress, 2014, 137-151.

[4] Liu F. K., „X-shaped radio galaxies as observational evidence for the interaction of supermassive binary black holes and accretion disc at parsec scale", *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 347, 4:1357–1369 (2004).

[5] Deane R. P. , Paragi Z., Jarvis M. J. , Coriat M., Bernardi G., Fender R. P. ,Frey S., Heywood I., Klöckner H.-R., Grainge K., Rumsey C., „A close-pair binary in a distant triple supermassive black hole system", *Nature*, 511, 57 (2014).

14. Konfiguracje równowagowe trzech lub więcej czarnych dziur nie zostały dotychczas wykluczone.

[6] Celotti A., Miller J. C., Sciama D. W., „Astrophysical evidence for the existence of black holes", *Classical Quantum Gravity*, 16, A3-A21 (1999).

[7] Schwarzschild K., „Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie", Sitzungsberichte der Königlich Preussischen *Akademie der Wissenschaften*, 7:189–196 (1916).

[8] Lemaitre G., „L'Univers en expansion", *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, A53: 51–85 (1933).

[9] Oppenheimer J. R., Snyder H., „On continued gravitational contraction", *Physical Review*, 56, 455 (1939).

[10] Chandrasekhar S., „The highly collapsed configurations of a stellar mass", *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 91, 456–466 (1931).

[11] Einstein A., „On a stationary system with spherical symmetry consisting of many gravitating masses", *The Annals of Mathematics*, 40, 4:922—936 (1939).

[12] Kruskal M. D., „Maximal extension of Schwarzschild metric", *Physical Review*, 119:1743–1745 (1960).

[13] Kerr R., „Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics", *Physical Review Letters*, 11, 237 (1963).

[14] Penrose R., „Gravitational collapse and space-time singularities", *Physical Review Letters* 14, 57 (1965).

[15] Chruściel P. T., Costa J. L., Heusler M. , „Stationary black holes: uniqueness and beyond", *Living Reviews in Relativity* 15 (7) (2012).

[16] Chandrasekhar S., „Shakespeare, Newton, and Beethoven, or Patterns of Creativity: The Nora and Edward Ryerson Lecture", University of Chicago Record (1975)

[17] Elvang H., Figueras P., „Black saturn", *Journal of High Energy Physics* 05(2007):050

[18] Newton I., *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687); 1. wyd. polskie: tłum. Wawrzycki J., *Matematyczne zasady filozofii przyrody*, Copernicus Center Press, 2011.

[19] Heaviside O., „A gravitational and electromagnetic analogy", *The Electrician*, 31, 281 (1893).

[20] Heaviside O., „A gravitational and electromagnetic analogy", *The Electrician*, 31, 359 (1893).

[21] Everitt C. W. F., DeBra D. B., Parkinson B. W.,Turneaure J. P., Conklin J. W., Heifetz M. I., Keiser G. M., Silbergleit A. S., Holmes T., Kolodziejczak J., Al-Meshari M., Mester J.C., Muhlfelder B., Solomonik V. G., Stahl K.,Worden P. W., Bencze W., Buchman S., Clarke B., Al-Jadaan A., Al-Jibreen H., Li J., Lipa J. A., Lockhart J. M., Al-Suwaidan B., Taber M., Wang S., „Gravity Probe B: final results of a space experiment to test general relativity", *Physical Review Letters* 106:221101 (2011).

[22] Thorne K. S., „Gravitomagnetism, Jets in Quasars, and the Standford Gyroskope Experiment", w: Near Zero: New *Frontiers of Physics*, red. Fairbank J. D., Deaver B. S., Everitt C. W. F., Michelson P. F., W. H. Freeman and Company (1988), s. 573—586

[23] Mathisson M., „Neue Mechanik materieller Systeme", *Acta Physica Polonica* 6, 163 (1937).

[24] Średniawa B., „Relativistic equations of motion of 'spin particles'", w: Cosmology and Gravitation, red. Bergmann P. G., De Sabbata V. ., tom 56 NATO Advanced Study Institute Series, Springer, 1980, s. 423.

[25] Średniawa B., „Myron Mathisson's and Jan Weyssenhoff's work on the problem of motion in General Relativity", w: *Studies in the History of General Relativity*, red. Eisenstaed J., Kox A. J., tom 3 Einstein Studies, Birhäuser, 1992, s. 400-406.

[26] Mathisson M., „Republication of: New mechanics of material systems", *General Relativity and Gravitation*, 42(4):1011—1048 (2010).

[27] Papapetrou A., „Spinning test-particles in General Relativity", I. Royal Society of London Proceedings. Series A 209:248—258 (1951).

[28] Wald R., „Gravitational spin interactions", *Physical Review D* 6:406—413 (1972)

[29] Hawking S., „Gravitational radiation from colliding black holes", *Physical Review Letters* 26:1344—1346 (1971).

[30] Hawking S., „Black holes in General Relativity", *Communications in Mathematical Physics* 25(2):152—166 (1972).

[31] Weyl H., „3. Zur Gravitationstheorie", Annalen der Physik 54:117—145 (1917).

[32] Weyl H., „5. Bemerkung über die axialsymmetrischen Lösungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen", *Annalen der Physik* 59:185—188 (1919).

[33] Bach R., Weyl H., „Neue Lösungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen. B. Explicite Aufstellung statischer axialsymmetrischer Felder. Mit einem Zusatz über das statische Zweikörperproblem von H. Weyl", *Mathematische Zeitschrift* 13:134—145 (1922).

[34] Weyl H., „Republication of: 3. On the theory of gravitation", *General Relativity and Gravitation* 44(3):779—810 (2012).

[35] Weyl H. „Republication of: 5. Comment on the axially symmetric solutions to Einstein's equations of gravitation", *General Relativity and Gravitation* 44(3):811—815 (2012).

[36] Bach R., Weyl H., „Republication of: New solutions to Einstein's equations of gravitation. B. Explicit determination of static, axially symmetric fields. By Rudolf Bach. With a supplement on the static two-

body problem. By H. Weyl", *General Relativity and Gravitation* 44:817–832 (2012).

[37] Kramer D., Neugebauer G., „The superposition of two Kerr solutions", *Physical Letters A* 75:259—261 (1980).

[38] Neugebauer G., Hennig J., „Stationary two-black-hole configurations: a non-existence proof", *Journal of Geometry and Physics* 62:613—630 (2012).

[39] Neugebauer G., Hennig J., „Non-existence of stationary two-black-hole configurations", *General Relativity and Gravitation* 41:2113-2130 (2009).

[40] Hennig J., Ansorg M., Cederbaum C., „A universal inequality between the angular momentum and horizon area for axisymmetric and stationary black holes with surrounding matter", *Classical and Quantum Gravity* 25(16):162002 (2008).

[41] Hennig J., Neugebauer G., „Non-existence of stationary two-black-hole configurations: the degenerate case", *General Relativity and Gravitation* 43:3139—3162 (2011).

[42] Dain S., Reiris M., „Area-angular-momentum inequality for axisymmetric black holes", *Physical Review Letters* 107(5):051101 (2011).

[43] Chruściel P. T., Eckstein M., Nguyen L., Szybka S. J., „Existence of singularities in two-Kerr black holes", *Classical and Quantum Gravity* 28(24):245017 (2011).