



Fantomy do testowania efektywności algorytmów rekonstrukcyjnych

Phantoms for testing the effectiveness of reconstruction algorithms

Jolanta Podolszańska

Politechnika Częstochowska, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Informatyki, Katedra Inteligentnych Systemów Informatycznych, tel. +48 34 325 05 46, e-mail: jolanta.podolszanska@pcz.pl

Wprowadzenie

Fantom jest specjalnie zaprojektowany obiekt, który jest skanowany lub obrazowany do oceny, analizy i ewentualnego dostrojenia wydajności różnych urządzeń do obrazowania. Fantom jest łatwiej dostępny i zapewnia bardziej spójne wyniki niż wykorzystanie żywego obiektu. Fantomy były pierwotnie wykorzystane do stosowania w technikach obrazowania 2D opartych na promieniowaniu rentgenowskim, jak na przykład radiografia. Fantomy o pożądanych cechach obrazowania zostały opracowane dla technik 3D, takich jak: SPECT, MRI, CT, USG, PET i wiele innych.

Rekonstrukcja obrazu z projekcji jest techniką szeroko badaną od lat. Aby przeprowadzić testy, używa się do tego odpowiednich symulacji, w tym fantomów, które zastępują prawdziwego pacjenta. Warto podkreślić, że osoby zajmujące się programowaniem algorytmów rekonstrukcyjnych z reguły nie posługują się fizycznymi fantomami, ale ich implementacją stworzoną w środowisku symulacyjnym.

Tomografia transmisyjna

W rentgenowskich tomografach komputerowych obraz otrzymuje się w łatwy sposób. Niech $f(x,y)$ oznacza współczynnik absorpcji obiektu w $P(x,y)$ w plastrze przy pewnej stałej wartości z . Zakładając, że dany widok składa się z równoległej wiązki promieniowania X , intensywność wykrytego obrazu opisuje równanie (1).

$$I = I_0 \exp \left[- \int_{-L}^L f(x,y) du \right] \quad (1)$$

I_0 reprezentuje natężenie promieniowania padającego, L to droga/ścieżka promieniowania biegnącego wzdłuż linii, a u odległość wzdłuż ścieżki L . Sygnał jest definiowany jako równanie (2).

$$g = \ln \left(\frac{I_0}{I} \right) \quad (2)$$

Po przekształceniu uzyskano transformację liniową (3).

298

Streszczenie

W artykule przedstawiono, na czym polega tomografia transmisyjna i emisyjna oraz zaprezentowano dwa fantomy dedykowane do każdej z tych technik. Fantom Shepp-Logana i fantom Jaszczaka są niezwykle przydatnymi modelami w projektowaniu i testowaniu algorytmów rekonstrukcyjnych. Przedstawiono także z punktu matematycznego, jak zaprojektować jeden z nich.

Słowa kluczowe: tomografia komputerowa, fantom Shepp-Logana, fantom jaszczaka, obrazowanie medyczne

Abstract

This paper describes what transmission and emission tomography are and presents two phantoms dedicated to each of these techniques. The Shepp-Logan phantom and the Jaszczak phantom are extremely useful models in designing and testing reconstruction algorithms. It is shown from a mathematical point of view how to design one of them.

Key words: computed tomography, shepp-logan phantom, jaszczak phantom, medical imaging

otrzymano / received:

22.08.2021

poprawiono / corrected:

01.09.2021

zaakceptowano / accepted:

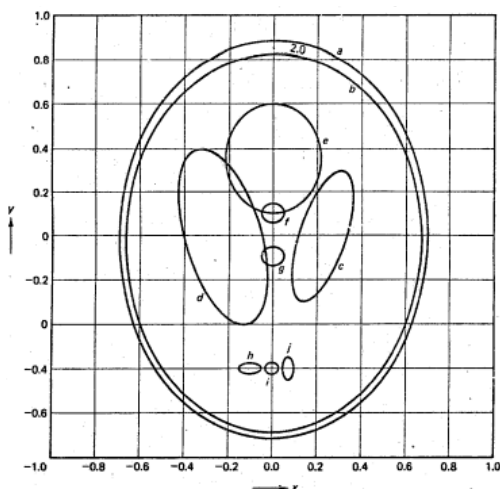
06.09.2021

$$g = g(s, \theta) = \int_L f(x, y) du \quad -\infty < s < \infty, 0 \leq \theta < \pi \quad (3)$$

Warto zauważyć, że $g(s, \theta)$ reprezentuje współrzędne promieni rentgenowskich w stosunku do obiektu. Problem rekonstrukcji obrazu jest określany jako $f(x, y)$ z $g(s, \theta)$. W praktyce możemy oszacować $f(x, y)$, ponieważ dostępna jest skończona liczba widoków $g(s, \theta)$. Technika została nazwana tomografią transmisyjną ze względu na charakterystykę transmisyjną obiektu obrazowania.

Fantom Shepp-Logana

Fantom Shepp-Logana jest standardowym obrazem testowym stworzonym przez Larry'ego Sheppa i Benjamina F. Logana opisanym w artykule *The Fourier Reconstruction of a Head Section* opublikowanym w 1974 roku w czasopiśmie IEEE Transactions on Nuclear Science. Fantom służy do testowania dokładności numerycznej algorytmów rekonstrukcyjnych. Funkcja opisująca fantom jest zdefiniowana jako suma 10 elips wewnątrz kwadratu. Porównując wynik rekonstrukcji z fantomem, można określić jakość algorytmu rekonstrukcyjnego i dokładność, z jaką odzwierciedla obiekty o niewielkiej gęstości i rozmiarze. Dla dowolnego piksela w obrazie wyjściowym wartość piksela jest równa addytywnej wartości intensywności wszystkich elips, których piksel jest częścią. Jeżeli piksel nie jest częścią żadnej elipsy, jego wartość wynosi 0. Addytywna wartość intensywności może być dodatnia lub ujemna. Gdy mamy do czynienia z wartością ujemną, to elipsa będzie ciemniejsza niż otaczające ją piksele. Niektóre piksele mogą być spoza zakresu [0,1].



Ryc. 1 Oryginalna koncepcja fantomu Shepp-Logana

Źródło: Larry Shepp, Benjamina F. Logan, „The Fourier Reconstruction of a Head Section”.

Fantom (Ryc. 1) opisują parametry, które znajdują się w tabeli 1. Parametry z tabeli opisują gotowy model za pomocą funkcji $f(x, y)$, która jest sumą wszystkich elips o różnych odcieniach szarości.

Sama rekonstrukcja obrazu to proces matematyczny, którego celem jest odtworzenie oryginalnego obrazu. Dane generowane są na podstawie danych projekcji rentgenowskich, które zostały uzyskane pod różnymi kątami wokół ciała pacjenta. Przy opracowaniu i ocenie algorytmów rekonstrukcyjnych przydatne

Tabela 1 Parametry składające się na matematyczny model fantomu głowy

Numer elipsy	x_0	y_0	Duża półoś a	Mała półoś b	Kąt obrotu α	$\mu^{const}(x, y)$
1	0.0000	0.0000	0.0069	0.9200	0.00	2.0000
2	0.0000	-0.0184	0.6624	0.8740	0.00	-0.0098
3	0.0220	0.0000	0.1100	0.3100	-18.00	-0.0200
4	-0.0220	0.0000	0.1600	0.4100	18.00	-0.0200
5	0.0000	0.3500	0.2100	0.2500	0.00	0.0100
6	0.0000	0.1000	0.0460	-0.4600	0.00	0.0100
7	0.0000	-0.1000	0.0460	0.0460	0.00	0.0100
8	-0.0800	-0.6050	0.0460	0.0230	0.00	0.0100
9	0.0000	0.6060	0.0230	0.0230	0.00	0.0100
10	0.0600	-0.6050	0.0230	0.0460	0.00	0.0100

Źródło: Opracowane na podstawie Anil K. Jain, *Fundamentals of Digital Image Processing*.

jest symulowanie danych odpowiadających idealnemu obiektowi. Dla elipsy przedstawionej jako rzut pod kątem θ jest dane poprzez równanie (4).

$$\Phi^p(s, \theta) = \Delta u \cdot \mu^{const} = \begin{cases} 2ab\sqrt{S_m^2 - s^2} \cdot \mu & \text{gdyn } |s| \leq S_m \\ S_m^2 & \text{gdyn } |s| \geq S_m \\ 0 & \end{cases} \quad (4)$$

gdzie S_m można rozwinąć jako działanie (5).

$$S_m = \sqrt{a^2 + \cos^2 \alpha^p + b^2 \sin^2 \alpha^p} \quad (5)$$

W celu dalszej implementacji modelu należy rozważyć równanie dla elips o środku przesuniętym o wektor $\frac{x_0}{y_0}$ lub/i obróconym o kąt α_0 . Tę zależność można obliczyć, postępując się związkiem (6).

$$p_i^p(s, \theta^p; x_0, y_0, \theta_0) = p_i^p(s - s_0 \cdot \cos(\theta^p - \theta_0^{xy}), \theta^p - \theta_0) \quad (6)$$

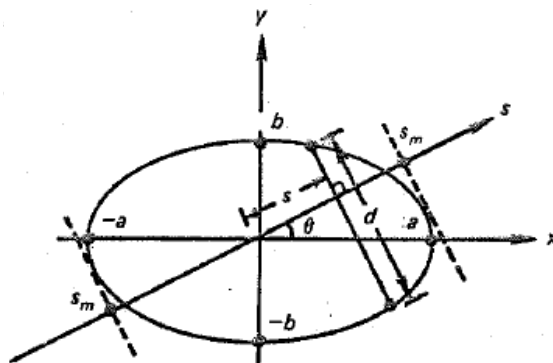
Przy czym s_0 obliczyć można za pomocą związku (7).

$$s_0 = \sqrt{(x_0)^2 + (y_0)^2} \quad (7)$$

α_0^{xy} jest obliczane za pomocą związku (8).

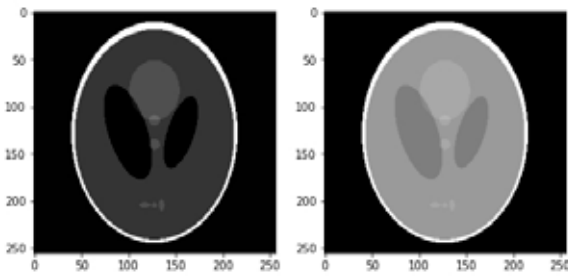
$$\alpha_0^{xy} = \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) \quad (8)$$

Rycina 2 w pełni obrazuje, jak powinny zostać zbudowane poszczególne elipsy. Na rycinie znajduje się typowa elipsa o stałej częstości $f(x, y) = f_0$, dla $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$. Zostały także zaznaczone wszystkie parametry, które znajdują się w tabeli (Tabela 1).



Ryc. 2 Elipsa o stałej gęstości

Źródło: Anil K. Jain, *Fundamentals of digital image processing*.



Ryc. 3 Fantom Shepp-Logana (z lewej wysoki kontrast, z prawej niski kontrast)
Źródło: Implementacja własna w języku Python.

Elipsę o środku przesuniętym do punktu (x_0, y_0) opisuje równanie (9).

$$\frac{((x-x_0)\cos\alpha_0 + (y-y_0)\sin\alpha_0)^2}{a^2} + \frac{(-(x-x_0)\sin\alpha_0 + (y-y_0)\cos\alpha_0)^2}{b^2} \leq 1 \quad (9)$$

Elipsę o środku w centrum układu współrzędnych opisuje równanie (10).

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} \quad (10)$$

Istnieją też realizacje fantomu Shepp-Logana w trzech wymiarach. Autorzy swojej publikacji (Ryc. 4) podjęli się tego wysiłku, aby odwzorować wszystkie struktury fantomu jako obiekt trójwymiarowy.

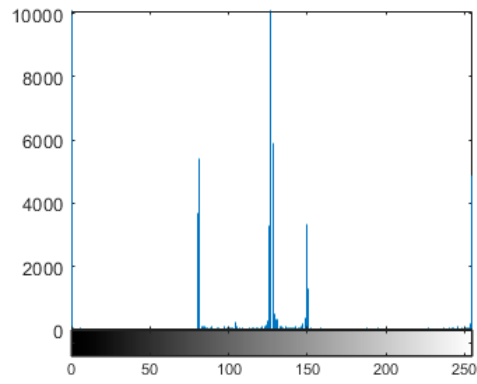


Ryc. 4 Wydrukowany fantom Shepp-Logana za pomocą drukarki 3D
Źródło: Publikacja NOTE 3 D-Printed Shepp-Logan Phantom as a Real-World Benchmark for MRI autorstwa J. Kasten, T. Vetterli, F. Lazeyras, D. Ville.

Rozkład poziomy szarości w fantomie obrazuje wykres (Ryc. 3). Każdy przedział reprezentuje zakres wartości danych i liczbę pikseli w danym zakresie.

Proces okienkowania w obrazowaniu medycznym

W obrazowaniu medycznym powszechne zastosowanie znajduje skala Hounsfielda, która jest skalą ilościową opisującą gęstość radiologiczną badanych struktur (11). Jednostki Hounsfielda uzyskiwane są z liniowej transformacji zmierzonych współczynników tłumienia. Transformacja jest oparta na arbitralnie przypisanych gęstościach powietrza i czystej wody (dla destylowanej wody w standardowej temperaturze i ciśnieniu). Ich wartość zmienia się w zakresie -1,000 do 3,000 HU. Konieczne jest zastosowanie „okna”, czyli samego procesu okienkowania. Proces ten



Ryc. 5 Rozkład poziomy szarości w fantomie Shepp-Logana.
Źródło: wykres wygenerowany w środowisku Spyder w języku Python.

definiuje okno jako pewien odcinek skali, określane przez dwa parametry: środek okna (C) i szerokość okna (W).

$$HU = \frac{\mu_x - \mu_{water}}{\mu_{water} - \mu_{air}} \cdot 1000 \quad (11)$$

gdzie:

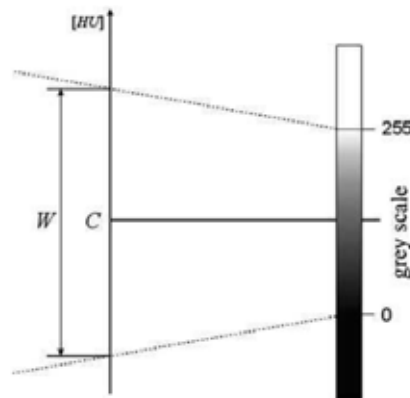
- μ_x – osłabienie promieniowania dla tkanek,
- μ_{water} – osłabienie promieniowania dla wody.

Okienkowanie jest procesem doboru progów skalowania obrazów. System tomograficzny zawiera predefiniowane „okna” skali szarości dla kilku typów tkanek. Obliczenia wykonuje się według dwóch zasad:

- punkty, w których ma być określona funkcja $\hat{\mu}(i, j)$, są przypisywane do odpowiednich punktów na ekranie,
- wartości luminacji w tych punktach ustala się według równania (12).

$$\hat{\mu}_c(i, j) = y \begin{cases} 0 & \text{dla } \hat{\mu}(i, j) \leq C - \frac{W}{2} \\ 2^q - 1 & \text{dla } \hat{\mu}(i, j) \geq C + \frac{W}{2} \\ \frac{(\hat{\mu}(i, j) - C + \frac{W}{2})(2^q - 1)}{W} & \text{dla } C - \frac{W}{2} < \hat{\mu}(i, j) < C + \frac{W}{2} \end{cases} \quad (12)$$

Schemat okna okienkowania przedstawia się tak na obrazie (Ryc. 6). Skala szarości mieści się w zakresie od 0 do 255.



Ryc. 6 Rozkład poziomy szarości w procesie okienkowania, W – wysokość okna, C – szerokość okna
Źródło: Robert Cierniak, X-Ray Computed Tomography in Biomedical Engineering.

Fantom Jaszczaka

Inną formą uzyskania obrazu z projekcji jest pozytonowa tomografia emisyjna (PET). PET wykorzystuje radioizotopy o krótkiej żywotności i półrozpadu od kilku minut do kilku godzin. Najczęściej stosuje się radioizotop glukozy, fluorodeoksyglukozy. Po dożylnym podaniu środka FDG należy zaobserwować, które tkanki potrzebują tej substancji najbardziej. Taką tkanką jest na ogół nowotwór, którego żarłoczne komórki potrzebują glukozy, dlatego właśnie gromadzą izotop. Stosowane jądra radioaktywne w PET są tak zbudowane, aby podczas rozpadu emitowały pozytony. W pobliżu źródła promieniowania pozytony łączą się z elektronem, emitując dwa promienie gamma w niemal przeciwnych kierunkach. Po wykryciu tych dwóch promieni uzyskuje się pomiar reprezentujący całą liniową rozkładu absorpcji wzdłuż każdej ścieżki. Pozytonowa tomografia emisyjna jest wskazana w onkologii w celu poszukiwania pierwotnych ognisk choroby czy też oceny stopnia zaawansowania procesu nowotworowego. Dużą nowością w diagnostyce onkologicznej było wprowadzenie technologii PET/MRI. Pierwsze tego typu urządzenie znalazło się w Centrum Onkologicznym w Bydgoszczy.

Fantom Jaszczaka wykorzystywany jest do walidacji geometrii skanera 3D, kontrastu, rozdzielczości, jednolitości, tłumienia oraz korelacji rozrzutu. Jest fantomem powszechnie stosowanym w ośrodkach akademickich i szpitalach do scharakteryzowania SPECT lub niektórych kamer gamma do celów kontroli jakości. Fantom Jaszczaka został opracowany przez Ronalda J. Jaszczaka z Uniwersytetu Duke i zgłoszony do patentu w 1982 roku. W tomografii PET wykorzystuje się fantom Jaszczaka, chociaż wielu badaczy korzysta z fantomu Shepp-Logana. Przykładowe zastosowanie fantomu Shepp-Logana można znaleźć w pracy doktorskiej w tematyce związanej z tomografią PET pt. *Analityczna statystyczna rekonstrukcja obrazu z projekcji z wykorzystaniem iteracyjnego algorytmu EM* napisanej przez dr. inż. Piotra Dobosza z Politechniki Częstochowskiej.

Fantom Jaszczaka składa się z głównego cylindra z kilkoma wkładkami. Okrągły fantom występuje w dwóch rodzajach:

kołnierzewej i bezkołnierzewej. Wszystkie fantomy Jaszczaka posiadają sześć kulek i sześć komponentów prętów. W modelu kołnierzowym rozmiary kulek są różne. W modelach bezkołnierzowych średnice kulek mieszczą się w przedziale od 9,5 mm do 31,8 mm, natomiast średnice prętów to od 4,8 mm do 12,7 mm. Kulki służą do pomiaru kontrastu obrazu, podczas gdy pręty są używane do badania rozdzielczości obrazu w systemach SPECT.

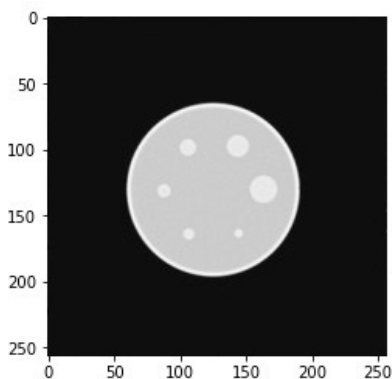
Dane pochodzące z TK są wizualizowane w postaci obrazów w skali szarości. W przypadku PET/CT powstała konieczność oddzielenia informacji, dlatego obraz jest przedstawiany za pomocą barw. Przestrzenie wzmoczonego wychwytu przedstawiane są w ciepłych kolorach.

Podsumowanie

W artykule przedstawiono dwa fantomy, które są użytecznymi narzędziami podczas projektowania algorytmów rekonstrukcyjnych. Ponadto w artykule zostały przybliżone techniki rekonstrukcji transmisyjnej i emisyjnej. Fantomy nie są „na siłę” przydzielane do danej techniki rekonstrukcji, co można było zauważyć w rozprawie doktorskiej, która została wymieniona w poprzedniej sekcji. Wciąż dzieją się rzeczy teoretycznie niemożliwe do osiągnięcia. Pozostaje mieć tylko nadzieję, że tomografia komputerowa będzie się wciąż rozwijać i nigdy się nie zatrzyma, bowiem ogromny rozwój technologiczny, jaki dokonał się przez ponad 50 lat, jest godny podziwu.

Piśmiennictwo

1. R. Cierniak: *X-Ray Computed Tomography in Biomedical Engineering*, Springer, DOI: 10.1007/978-0-85729-027-4 (2011).
2. J. Ellenberg: *Fill in the Blanks: Using Math to Turn Lo-Res Datasets Into Hi-Res Samples*, 22, 2010.
3. A.K. Jain: *Fundamentals of Digital Image Processing*, 0-13-336165-9, PRENTICE HALL, Englewood Cliffs, NJ 07632, 1989, 438-439.
4. Ch.G. Koay, J.E. Sarlls, E. Özarslan: *Three-Dimensional Analytical Magnetic Resonance Imaging Phantom in the Fourier Domain*, Magn Reson Med., 58(2), 2007, 430-436, DOI: 10.1002/mrm.21292.
5. J.L. Müller, S. Siltanen: *Linear and Nonlinear Inverse Problems with Practical Applications*, SIAM. 31.
6. S. Nowak, K. Rudzki, E. Piętką, E. Czech: *Zarys medycyny nuklearnej*, Wydawnictwo Lekarskie PZWL, Warszawa 1998.
7. L.A. Shepp, B.F. Logan: *The Fourier Reconstruction of a Head Section*, IEEE. Transactions on Nuclear Science, 1974, DOI: 10.1109/TNS.1974.6499235.
8. M. Socha, A. Skalski: *Wizualizacja multimodalnych danych PET-CT*, Przegląd Elektrotechniczny, 5, 2014, 164-167.
9. R. Tadeusiewicz, J. Śmietański: *Pozyskiwanie obrazów medycznych oraz przetwarzanie, analiza, automatyczne rozpoznawanie i diagnostyka interpretacyjna*, WSTN, Kraków 2011.
10. R. Tadeusiewicz, P. Augustyniak: *Podstawy inżynierii biomedycznej*, Tom I, Wydawnictwa AGH, Kraków 2009.



Ryc. 7 Fantom Jaszczaka

Źródło: Implementacja własna w języku Python.



Ryc. 8 Fantom Jaszczaka

Źródło: <https://capintec.com/product/jaszczak-standard-spect-phantom/>