

## MATHEMATICAL MODEL OF THE RELIABILITY OF THE COMMUNICATION COMPUTER IN THE INTEGRATED COMMUNICATION SYSTEMS OF MILITARY HELICOPTERS

### MODEL MATEMATYCZNY NIEZAWODNOŚCI SERWERA KOMUNIKACYJNEGO DLA ZINTEGROWANEGO SYSTEMU ŁĄCZNOŚCI ŚMIGŁOWCÓW WOJSKOWYCH

**Andrzej PAZUR**

Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych,  
ul. Księcia Bolesława 6, 01-494 Warszawa  
andrzej.pazur@itwl.pl

**Abstract:** Study of a mathematical model of the reliability of the communication computer, being an element of integrated communication systems allows to present formal method of its damages forecast based on the reliability theory. The communication computer, designed for realization its special functions in the field of an onboard communication commutation, in reliability theory approach can be treated as a complex object for which the dichotomy principles are used. In the article the reliability model of the communication computer SK-1 is presented. The basic criterion for the prediction of the damage causes of the SK-1 computer is described as well. The examples of the usage of the described method are presented in the article. Moreover the check lists for the SK-1 damage moments as well as the methods for the weakest chain element determination in the design process of the SK-1 computer are described.

**Key words:** reliability, communication computer

**Streszczenie:** Opracowanie modelu matematycznego niezawodności serwera komunikacyjnego wchodzącego w skład zintegrowanego systemu łączności pozwoli na przedstawienie formalnej metody konstrukcji i dobór kryteriów służących do prognozowania przyczyn powstawania jego uszkodzeń w oparciu o teorię niezawodności. Serwer komunikacyjny, przeznaczony do realizacji określonych zadań w zakresie m.in. komutacji łączności w określonych warunkach eksploatacyjnych, w podejściu teorii niezawodności traktowany może być, jako złożony, wieloelementowy obiekt, dla którego obowiązują zasady dychotomiczne. W artykule przedstawiono model matematyczny niezawodności serwera komunikacyjnego SK-1. Opisano podstawowe kryterium prognozowania (predykcji) przyczyny niezdatności systemu w postaci serwera komunikacyjnego SK-1. Przedstawiono przykłady zastosowania metody prognozowania przyczyny niezdatności serwera komunikacyjnego SK-1 dla wybranych kryteriów oceny. Omówiono także opracowane metody określania tzw. listy kontrolnej dla chwili uszkodzenia serwera komunikacyjnego SK-1 oraz sposoby określania tzw. najsłabszego ogniwa na etapie projektowania serwera.

**Słowa kluczowe:** niezawodność, serwer komunikacyjny

## 1. WPROWADZENIE

Opracowanie modelu matematycznego niezawodności serwera komunikacyjnego wchodzącego w skład zintegrowanego systemu łączności pozwoli na przedstawienie formalnej metody konstrukcji i dobór kryteriów służących do prognozowania przyczyn powstawania jego uszkodzeń w oparciu o teorię niezawodności. Serwer komunikacyjny, przeznaczony do realizacji określonych zadań w zakresie m.in. komutacji łączności w określonych warunkach eksploatacyjnych, w podejściu teorii niezawodności traktowany może być jako złożony, wieloelementowy obiekt, dla którego obowiązują zasady dychotomiczne (dychotomia - podział na dwie części, wzajemnie wykluczające się i uzupełniające do całości np. stan zdatności i niezdatności).

## 2. MODEL MATEMATYCZNY NIEZAWODNOŚCI SERWERA KOMUNIKACYJNEGO SK-1

Przy opracowaniu modelu matematycznego przyjęto, że serwer komunikacyjny SK-1 stanowi populację obiektów, których modelem matematycznym jest system  $\langle C, \varphi \rangle$  o określonej liczbie elementów  $n$  (oznaczonych kolejnymi liczbami naturalnymi tworzącymi zbiór  $C$ ) oraz określonej strukturze niezawodnościowej  $\varphi$  (ogólnie tworzącej klasę typu „ $k$  z  $n$ ”, czyli grupę systemów złożonych z  $n$  niezależnie pracujących elementów, z których co najmniej  $k$  musi być zdatnych, aby system zachował zdatność). Omawiana klasa systemów o strukturze „ $k$  z  $n$ ” jest bardzo ogólną klasą (obejmującą obecną strukturę serwera komunikacyjnego oraz jej ewentualne modyfikacje w przyszłości). Jako skrajne przypadki obejmuje ona systemy o strukturze szeregowej i strukturze równoległej [1].

Jako podstawowe założenie przy tworzeniu modelu matematycznego serwera komunikacyjnego przyjęto, że jego uszkodzenie następuje symultanicznie (równocześnie) wraz z uszkodzeniem dokładnie jednego z jego elementów. Jest to przypadek szczególny w analizie systemów  $h_\varphi$  o strukturze progowej typu „ $k$  z  $n$ ” (przyjęte założenie jest spełnione dla  $k=n$  charakteryzujące m.in. obiekt o szeregowej strukturze niezawodności).

W ogólnym przypadku analizy systemów  $h_\varphi$  o strukturze progowej typu „ $k$  z  $n$ ” (czyli złożonych z  $n$  niezależnie pracujących elementów, z których co najmniej  $k$  musi być zdatnych, aby system zachował zdatność), funkcja niezawodności przyjmuje postać:

$$h_{kzn}(\mathbf{R}(t)) = \sum_{j=k-1}^{n-1} (-1)^{j-k+1} \binom{j}{k-1} \sum_{1 < i_1 < \dots < i_{j+1} < n} R_{i_1}(t) \cdot \dots \cdot R_{i_{j+1}}(t) \quad (1)$$

gdzie:  $\mathbf{R}(t)$  – funkcja niezawodności systemu o strukturze progowej typu „ $k$  z  $n$ ”;

$R_{i_1}(t)$  – funkcja niezawodności  $i$ -tego elementu w chwili  $t > 0$ .

Wtedy strukturę niezawodnościową serwera komunikacyjnego jako systemu można określić poprzez podanie zbioru wektorów zdatności, tj. zbioru:

$$W_1(\varphi) = \{x \in \{0,1\}^n : \varphi(x) = 1\} \quad (2)$$

Dla tak ogólnie podanej struktury funkcje niezawodności  $R_\varphi(t)$  systemu można wyznaczyć ze wzoru:

$$R_\varphi(t) = \sum_{x \in W_1(\varphi)} P(X(t) = x) \quad (3)$$

a przy założeniu stochastycznej niezależności elementów serwera komunikacyjnego otrzymuje się zależność:

$$R_\varphi(t) = \sum_{x \in W_1(\varphi)} \prod_{i \in C} P(X_i(t) = x_i) = \sum_{i \in C} \prod (R_i(t))^{x_i} (1 - R_i(t))^{1-x_i} \quad (4)$$

Podstawowym zadaniem metody prognozowania przyczyny niezdatności złożonego systemu funkcjonalnego w postaci serwera komunikacyjnego jest zastosowanie jej do podstawowego problemu poznawczego w badaniach inżynierskich, jakim jest analiza przyczyny uszkodzenia się serwera komunikacyjnego. Dodatkowo prognoza przyczyn powstawania uszkodzeń, dokonane na podstawie przedstawionych kryteriów w opracowanej metodzie, powinny pozwalać ustalać wielkość wpływu poszczególnych elementów systemu serwera komunikacyjnego na jego uszkodzenie.

### 2.1. Podstawowe kryterium prognozowania (predykcji) przyczyny niezdatności systemu w postaci serwera komunikacyjnego SK-1

Jednymi z podstawowych prac analitycznych związanych z prognozowaniem przyczyn utraty zdatności wybranych elementów systemu są badania zmierzające do ustalenia tzw. listy kontrolnej w zakresie poszukiwania niezdatnego elementu systemu (w przypadku gdy nastąpiła utrata jego zdatności). Do określenia kryteriów oceny w postaci miar ważności poszczególnych elementów systemu na pojawienie się jego uszkodzenia można wykorzystać wskaźniki Birnbauma [2] oraz wskaźniki Barłowa i Proschana [3, 4]. Jednym z ważniejszych zagadnień w tworzeniu kryteriów są warunki ich stosowalności.

Z przyjętej koncepcji modelowania obiektu w postaci serwera komunikacyjnego wynika, że bezpośrednią przyczyną niezdatności systemu jest utrata zdatności przez dokładnie jeden z jego elementów (oczywiście zdarzenie to nastąpi w losowej chwili).

Ponieważ system jest silnie koherentny, więc z własności nieredukowalności systemu wynika, że żaden z jego elementów nie jest pasywny, a więc każdy z nich może być bezpośrednią przyczyną utraty zdatności przez system (w systemach z nadmiarowością strukturalną możliwe jest, że pewne elementy utracą zdatność

zanim system ją utraci – wtedy elementy takie w sposób pośredni mogą przyczyniać się do utraty zdadności przez system).

Dla każdego elementu  $i \in C$  można wprowadzić warunkowe niezawodności systemu w postaci:

$$\begin{aligned} h_{\varphi}(1_i, \mathbf{R}(t)) &= P(T \geq t \mid T_i > t) \\ h_{\varphi}(0_i, \mathbf{R}(t)) &= P(T \geq t \mid T_i = t) \end{aligned} \quad (5)$$

Funkcja  $h_{\varphi}(1_i, \mathbf{R}(t))$  przedstawia warunkową oczekiwaną zdadność systemu w chwili  $t > 0$ , przy warunku, że  $i$ -ty element jest zdadny w chwili  $t$ . Natomiast funkcja  $h_{\varphi}(0_i, \mathbf{R}(t))$  przedstawia warunkową oczekiwaną zdadność systemu, ale przy założeniu, że  $i$ -ty element utraci zdadność w chwili  $t$ .

Różnica tych warunkowych wartości określona w postaci wprowadzonego wskaźnika:

$$I_i^B(t) = h_{\varphi}(1_i, \mathbf{R}(t)) - h_{\varphi}(0_i, \mathbf{R}(t)) \quad (6)$$

gdzie:  $I_i^B(t)$  - jest miarą spadku niezawodności systemu w chwili  $t$  spowodowanego utratą zdadności przez  $i$ -ty element w chwili  $t$ . Różnica (6) została wprowadzona przez Birnbauma i może być stosowana dla obiektów z bieżącą obserwacją stanów ich elementów składowych. Jednak w przypadku złożonych obiektów nie zawsze jest możliwa bezpośrednia obserwacja stanów jego elementów. W wyniku uszkodzenia się takiego obiektu na ogół nie ujawniają się stany poszczególnych elementów (bez demontażu obiektu lub specjalistycznej diagnostyki trudne staje się ustalenie, które z elementów są wówczas zdadne i który z nich jest bezpośrednią przyczyną utraty zdadności obiektu).

Na system należy patrzeć wówczas jak na „czarną skrzynkę”, gdyż monitorowany jest proces stanu systemu, ale nie monitorowane są procesy stanów poszczególnych jego elementów uformowanych w pewną strukturę niezawodnościową. Do oceny zdadności takich obiektów należy zastosować właściwe kryterium określania przyczyny niezadadności systemu.

Należy przyjąć, że system  $\langle C, \varphi \rangle$  jest modelem pewnego rzeczywistego obiektu, monitorowanego w sposób ciągły, ale złożonego z elementów, których stany nie są obserwowalne. Ponadto należy założyć, że dane są funkcje niezawodności wszystkich jego elementów. Przy podanych założeniach, różnicę (6) można zastosować jako formalne kryterium do prognozowania przyczyny utraty zdadności obiektu w chwili  $t$ .

Kryterium oparte na tej różnicy nosi nazwę chwilowe kryterium Birnbauma [2]. Kryterium to oznaczone jako  $I_i^B(t)$ , jako przyczynę utraty zdadności przez system wskazuje ten element, którego utrata zdadności powoduje największy spadek niezawodności systemu w chwili  $t$ , wtedy wskaźnik  $I_i^B(t)$  osiąga wartość maksymalną.

Ustalony teoretycznie element, nie koniecznie jest rzeczywistą przyczyną utraty zdadności systemu. W praktyce, teoretyczne ustalenia mogą posłużyć raczej jako

wskazówki, w jakiej kolejności należy diagnozować elementy modelowanego obiektu, aby jak najszybciej wykryć rzeczywistą przyczynę jego niezdatności. Należy zwrócić uwagę, że z prawa dekompozycji struktury wynika tożsamość:

$$h_{\varphi}(\mathbf{R}(t)) = h_{\varphi}(1_i, \mathbf{R}(t)) \cdot R_i(t) + h_{\varphi}(0_i, \mathbf{R}(t)) \cdot (1 - R_i(t)) \quad (7)$$

Uzyskuje się wówczas, dla  $i \in C$  miarę Birnbauma  $I_i^B(t)$  w postaci pochodnej cząstkowej:

$$I_i^B(t) = \frac{\partial h_{\varphi}(\mathbf{R}(t))}{\partial R_i(t)} \quad (8)$$

Natomiast wyrażając funkcję niezawodności systemu jako jego oczekiwaną zdatność, tj. korzystając ze związku  $h_{\varphi}(\mathbf{R}(t)) = E(\varphi(\mathbf{X}(t)))$ , otrzymuje się zależność:

$$I_i^B(t) = (\varphi(\mathbf{X}(t)), 1_i) - (\varphi(\mathbf{X}(t)), 0_i) \quad (9)$$

a stąd wynikową formułę miary Birnbauma:

$$I_i^B(t) = P((\varphi(\mathbf{X}(t)), 1_i) - (\varphi(\mathbf{X}(t)), 0_i) = 1) \quad (10)$$

Postać (10) miary Birnbauma wprost informuje, że miara ta jest prawdopodobieństwem następującego zdarzenia: „Utrata zdatności w chwili  $t$  przez  $i$ -ty element danego obiektu spowoduje bezpośrednio utratę zdatności przez system.” stąd miara ta jest zalecana jako kryterium do prognozowania przyczyny niezdatności złożonego obiektu dychotomicznego w ustalonej chwili  $t > 0$ . Pozwala ona na określenie tzw. listy kontrolnej w postaci kolejności sprawdzania jego elementów w celu znalezienia elementu niezdatnego, powodującego niezdatność całego obiektu.

Przy wprowadzonych oznaczeniach:

$$R(t_0) = [\mathbf{R}_1(t), \mathbf{R}_2(t), \dots, \mathbf{R}_n(t)] = [p_1, p_2, \dots, p_n] = p \quad (11)$$

zależność (9) dla systemu o strukturze szeregowej przyjmuje formę szczegółową:

$$I_i^B(t) = \frac{\partial h_{\varphi}(p)}{\partial p_i} = e^{-\left(\sum_{j \neq i} \lambda_j\right) \cdot t} \quad (12)$$

którą po unormowaniu zapewniającym otrzymanie własności rozkładu prawdopodobieństwa) można przedstawić w postaci:

$$I_i^B(t) = \frac{e^{-\left(\sum_{j \neq i} \lambda_j\right) \cdot t}}{\sum_j I_j^B(t)} \quad (13)$$

Przedstawione kryterium pozwala dla danego systemu  $\langle C, \varphi \rangle$  wyznaczyć wektor miary dla poszczególnych elementów obiektu:

$$I_{\langle C, \varphi \rangle}^B(t) = [ I_1^B(t), \dots, I_n^B(t) ] \quad (14)$$

Przy przyjętych założeniach, wektor (14) spełnia warunek unormowania, ponieważ spełniona jest zależność:

$$\sum_{i \in C} I_i^B(t) = 1 \quad (15)$$

Tak więc dla ustalonej chwili  $t > 0$ , wektor (14) wyznacza rozkład prawdopodobieństwa przyczyny utraty zdatności przez system. Dotychczasowe rozważania w zakresie analizy prawdopodobieństwa przyczyny utraty zdatności przez system w chwili  $t$  oparte są na założeniu, że stan badanego obiektu jest monitorowany w sposób ciągły. W wyniku takiej obserwacji znana jest dokładna chwila  $t$  utraty zdatności przez obiekt. Rozwinięciem takiego ujęcia jest zdarzenie, w którym utrata zdatności obiektu jest oceniana w całym okresie jego eksploatacji (co można przedstawić w postaci granicznej gdy  $t \rightarrow \infty$ ). Jako kryterium prognozowania przyczyny utraty zdatności systemu jest proponowane tzw. całkowite kryterium Birnbauma (oznaczone jako  $I_i^B$ ), obliczone za cały okres eksploatacji złożonego obiektu dychotomicznego, które pozwala na określenie tzw. najsłabszego ogniwa w łańcuchu niezawodności tego obiektu.

Wtedy wskaźnik  $I_i^B$  obliczony jako całka dla czasu  $t \rightarrow \infty$  przyjmuje postać:

$$I_i^B = \int_0^{\infty} I_i^B(t) dt \quad (16)$$

Wskaźnik ten umożliwia ocenę struktury niezawodnościowej obiektu już na etapie jego projektowania. Pozwala on także badać wpływ zmiany tej struktury (np. poprzez redundancję wybranych elementów obiektu) na niezawodność obiektu za cały okres jego eksploatacji.

Dla analizowanej struktury niezawodnościowej złożonego obiektu dychotomicznego zależność (16) można przedstawić w formie szczegółowej:

$$I_i^B = \frac{1}{\sum_{j \neq i} \lambda_j} \quad (17)$$

którą po unormowaniu zapewniającym otrzymanie własności rozkładu prawdopodobieństwa można przedstawić w postaci:

$$I_i^B = \frac{1 / \sum_{j \neq i} \lambda_j}{\sum_j I_j^B} \quad (17a)$$

Postać ta umożliwia łatwe obliczenie całkowego wskaźnika Birnbauma  $I_i^B$  na podstawie znajomości intensywności uszkodzeń  $\lambda_i$  poszczególnych elementów tego obiektu. Najsłabszym ogniwem łańcucha niezawodności jest element posiadający maksymalną wartość obliczanego wskaźnika.

### **3. MODYFIKACJE KRYTERIUM PROGNOZOWANIA PRZYCZYNY NIEZDATNOŚCI SYSTEMU W POSTACI SERWERA KOMUNIKACYJNEGO SK-1**

Podstawową wadą zastosowania podanego kryterium Birnbauma (zarówno chwilowego jak i całkowego) do ustalenia, czy  $i$ -ty element jest przyczyną uszkodzenia systemu, jest fakt, że uwzględnia się funkcje niezawodności wszystkich elementów systemu, z wyjątkiem  $i$ -tego elementu. Niezwiązanie czasu zdatności  $i$ -tego elementu jest niedoskonałością kryterium Birnbauma, która poważnie ogranicza jego stosowalność.

Pewną modyfikacją chwilowego kryterium Birnbauma  $I_i^B(t)$  określonego w postaci zależności (8) jest wprowadzenie przez Barlowa i Proschana wskaźnika  $I_i^{BP}(t)$  w postaci iloczynu:

$$I_i^{BP}(t) = I_i^B(t) \cdot \left( - \frac{dR_i(t)}{dt} \right) \quad (18)$$

lub równoważnie, jeżeli dana jest gęstość prawdopodobieństwa  $f_i(t)$  czasu zdatności  $i$ -tego elementu, iloczynu:

$$I_i^{BP}(t) = I_i^B(t) \cdot f_i(t) \quad (19)$$

Wtedy chwilowe kryterium prognozowania przyczyny utraty zdatności systemu oparte na iloczynie (19), uwzględnia wpływ niezawodności  $i$ -tego elementu.

W myśl tego kryterium za najbardziej prawdopodobną przyczynę utraty zdatności przez system w chwili  $t$  uznaje się ten element, dla którego iloczyn (19) osiąga maksimum w rozważanej chwili uszkodzenia.

Przedstawione kryterium  $I_i^{BP}(t)$  pozwala dla danego systemu  $\langle C, \varphi \rangle$  wyznaczyć wektor miary dla poszczególnych elementów obiektu, który dla ustalonej chwili  $t > 0$ , określi rozkład prawdopodobieństwa przyczyny utraty zdatności przez system.

Dla przyjętych założeń wektor ten powinien spełniać warunek unormowania w postaci zależności:

$$\sum_{i \in C} I_i^{BP}(t) = 1 \quad (20)$$

Wtedy listę kontrolną, pozwalającą na określenie kolejności sprawdzania elementów obiektu (w celu znalezienia elementu niezdatnego powodującego niezdatność całego obiektu), dla uszkodzenia występującego w chwili  $t$ , można wyznaczyć przy wykorzystaniu chwilowego wskaźnika Barlowa – Proschana  $I_i^{BP}(t)$  w formie szczegółowej:

$$I_i^{BP}(t) = \lambda_i e^{-\left(\sum_j \lambda_j\right) \cdot t} \quad (21)$$

którą po unormowaniu (zapewniającym otrzymanie własności rozkładu prawdopodobieństwa) można przedstawić w postaci:

$$I_i^{BP}(t) = \frac{\lambda_i e^{-\left(\sum_j \lambda_j\right) \cdot t}}{\sum_j I_j^{BP}(t)} \quad (22)$$

Podana zależność modyfikuje chwilowe kryterium Birnbauma  $I_i^B(t)$  określonego w postaci (12), a poprzez uwzględnienie funkcji niezawodności wszystkich elementów systemu włącznie z funkcją niezawodności  $i$ -tego elementu, pozwala ustalić, czy  $i$ -ty element jest przyczyną uszkodzenia systemu w danej chwili czasu  $t$ , co stanowi rozszerzenie stosowalności tego kryterium.

Podobną modyfikację można zastosować także w przypadku całkowego kryterium Birnbauma  $I_i^B$  określonego w postaci (16), pozwalającego na określenie tzw. najsłabszego ogniwa w łańcuchu niezawodności tego obiektu, co umożliwia uwzględnienie wpływu  $i$ -tego elementu na niezawodność obiektu za cały okres jego eksploatacji.

W wersji nie unormowanej, przy założeniu istnienia gęstości, proponowana modyfikacja całkowego kryterium Birnbauma przyjmuje postać:

$$\int_0^t I_i^B(t) \cdot f_i(u) du \quad (23)$$

Całka (3-6) stanowi podstawę do konstrukcji zmodyfikowanego kryterium prognozowania przyczyny utraty zdatności systemu. Należy zauważyć, że kryterium to może być stosowane przy założeniu, że utrata zdatności nastąpi w ustalonym przedziale czasu  $(0, t]$ . Oczywiście utrata zdatności przez system nie musi nastąpić w ustalonym przedziale czasu. Uszkodzenie systemu może nastąpić



dopiero po bardzo długim czasie, co w praktyce oznacza cały okres eksploatacji obiektu i pozwala na określenie jego tzw. najsłabszego ogniwa.

W takim przypadku, w całce (23) należy uwzględnić granicę  $t \rightarrow \infty$ . Dlatego należy założyć, że losowy czas  $T$  zdatności systemu spełnia warunek  $0 < T < \infty$ . Utrata zdatności systemu w końcu nastąpi i spowoduje to jeden z jego elementów. Jako modyfikację całkowego kryterium Birnbauma  $I_i^B$  w zakresie prognozowania przyczyny uszkodzenia systemu można przyjąć miarę wprowadzoną przez Barlowa i Proschana [1].

Miara ta dla  $i$ -tego elementu systemu  $\langle C, \varphi \rangle$  oznaczona jako  $I_i^{BP}$  jest określona zależnością:

$$I_i^{BP} = \int_0^{\infty} I_i^B(t) \cdot dF_i(t) \quad (24)$$

Własnością tej miary jest cecha, że dla każdego elementu  $i \in C$  ma miejsce oszacowanie:

$$0 < I_i^{BP} < 1 \quad (25)$$

Obliczając składowe w postaci miary  $I_i^{BP}$  dla wszystkich elementów systemu  $\langle C, \varphi \rangle$  można otrzymać wektor miary:

$$I_{\langle C, \varphi \rangle}^{BP} = [I_1^{BP}, \dots, I_n^{BP}] \quad (26)$$

Wektor ten stanowi nowe kryterium do prognozowania przyczyny utraty zdatności przez obiekt uwzględniające wpływ niezawodności  $i$ -tego elementu. Przy czym prognoza jest dokonywana przed rozpoczęciem eksploatacji obiektu. Prognoza wskazuje najbardziej prawdopodobną przyczynę niezdatności obiektu i jest to potencjalna przyczyna. Rzeczywistą przyczynę niezdatności można poznać dopiero po osiągnięciu tego stanu przez obiekt.

W odniesieniu do szeregowej struktury niezawodnościowej serwera komunikacyjnego oraz wykładniczych funkcjach niezawodności poszczególnych jego elementów (tracących zdatność niezależnie od pozostałych) zachodzi:

$$R_i(t) = \exp(-\lambda_i \cdot t), \quad \lambda_i > 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (27)$$

Wtedy rozwiązanie problemu polega na wyznaczeniu rozkładu prawdopodobieństwa  $I_i^{BP}$  dla rozważanego systemu  $\langle C, \varphi \rangle$  modelującego złożony obiekt dychotomiczny. W wyniku analizy wyników rozwiązania, jako prognozowaną przyczynę utraty zdatności obiektu wskazuje się ten element systemu  $i \in C$ , dla którego prawdopodobieństwo  $I_i^{BP}$  jest maksymalne.

Z powyższych rozważań wynika, że dla serwera komunikacyjnego jako złożonego obiektu dychotomicznego o szeregowej strukturze niezawodnościowej zachodzi:

$$R(t) = R_1(t) R_2(t) R_3(t) \dots R_i(t) \dots R_n(t) \quad \text{gdzie} \quad R_i(t) = \exp(-\lambda_i \cdot t) \quad (28)$$

a miara prawdopodobieństwa  $I_i^{BP}$  jest określona w formie szczegółowej:

$$I_i^{BP} = \int_0^{\infty} \exp\left(-\left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \lambda_j\right)t\right) \cdot \lambda_i \exp(-\lambda_i t) dt = \frac{\lambda_i}{\sum_j \lambda_j} \quad (29)$$

którą po unormowaniu zapewniającym otrzymanie własności rozkładu prawdopodobieństwa można przedstawić w postaci:

$$I_i^{BP} = \frac{\lambda_i / \sum_j \lambda_j}{\sum_{j \in C} I_j^{BP}} \quad (30)$$

Dla obiektu o strukturze równoległej zależność (3-7) przyjmuje postać:

$$I_i^{BP} = \lambda_i \left( \frac{1}{\lambda_i} - \sum \frac{1}{\lambda_i + \lambda_j} + \sum \frac{1}{\lambda_i + \lambda_j + \lambda_k} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{\lambda_i + \dots + \lambda_n} \right) \quad (31)$$

a dla struktury mieszanej zależność ta jest jeszcze bardziej złożona i zależy od szczegółowych powiązań poszczególnych elementów opisywanego obiektu (systemu).

#### 4. PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA METODY PROGNOZOWANIA PRZYCZYNY NIEZDATNOŚCI SERWERA KOMUNIKACYJNEGO SK-1 DLA WYBRANYCH KRYTERIÓW OCENY

Jako przykład zastosowania prezentowanych kryteriów w diagnostyce uszkodzonego obiektu przedstawiono wartości wybranych parametrów dla serwera komunikacyjnego SK-1 złożonego z 24 elementów o szeregowej strukturze niezawodności i wykładniczych funkcjach niezawodności. Obliczenia wykonano dla pierwszych 12 miesięcy (okres roczny) oraz 24 miesięcy eksploatacji (przyjęta częstość wykonywania usług serwisowych), zestawiając je zbiorczo na wybranych wykresach dla warunków normalnych i dla warunków ciężkich w celu ułatwienia analizy i oceny.

Na podstawie znanych wartości czasów zdatności  $T_{mi}$  poszczególnych elementów serwera komunikacyjnego można wyznaczyć dodatkowe parametry niezawodnościowe, takie jak intensywności uszkodzeń  $\lambda_i$  oraz funkcje niezawodności  $R_i(t)$  dla warunków normalnych i ciężkich w czasie jego eksploatacji.

Przykład obliczeń intensywności niezawodności  $\lambda_i$  dla elementu 1 serwera komunikacyjnego:

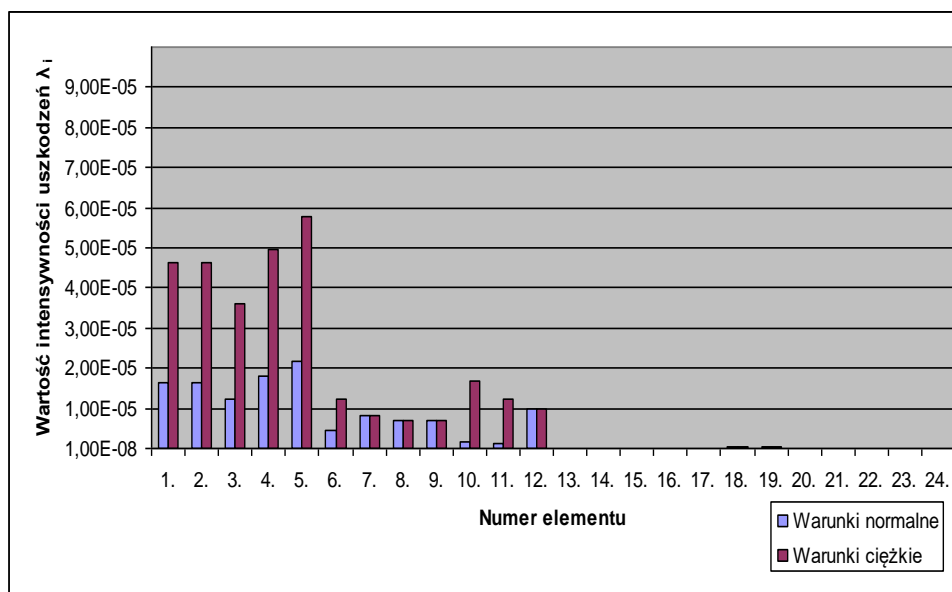
- dla warunków normalnych:

$$\lambda_1 = \frac{1}{T_{m1}} = \frac{1}{61300} = 1,63 \cdot 10^{-5}$$

- dla warunków ciężkich:

$$\lambda_1 = \frac{1}{T_{m1}} = \frac{1}{21660} = 4,617 \cdot 10^{-5}$$

Wartości otrzymanych wyników w zakresie wartości intensywności uszkodzeń  $\lambda_i$  poszczególnych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków normalnych i ciężkich w czasie jego eksploatacji przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Wartości intensywności uszkodzeń  $\lambda_i$  poszczególnych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków normalnych i ciężkich

Przykład obliczeń wartości funkcji niezawodności  $R_i(t)$  dla pakietu ICS-00 serwera komunikacyjnego po 1 miesiącu jego eksploatacji (przyjmując że miesiąc ma średnio

30 dni roboczych) czyli ( $t=720$  h):

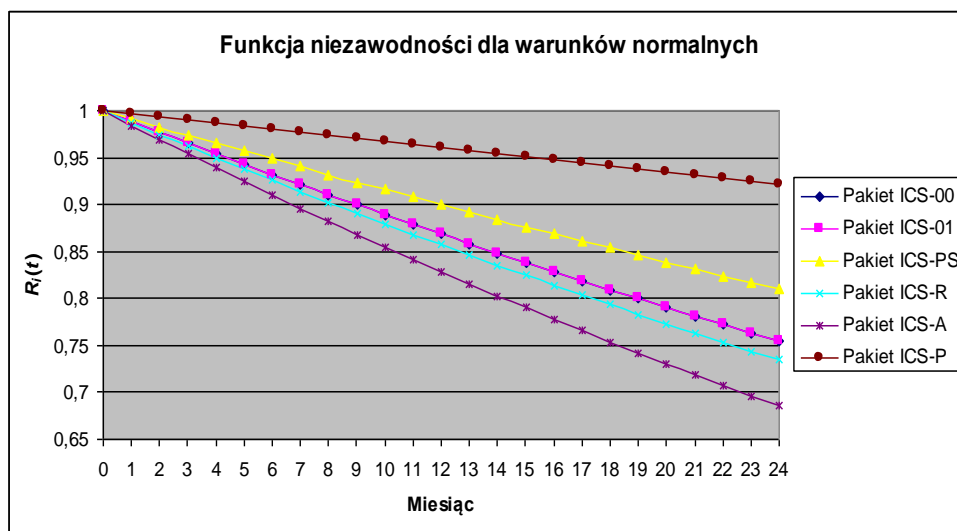
- dla warunków normalnych:

$$R_1(t = 720) = e^{-\lambda_1 \cdot 720} = e^{-1,6310^{-5} \cdot 720} = 0,988323$$

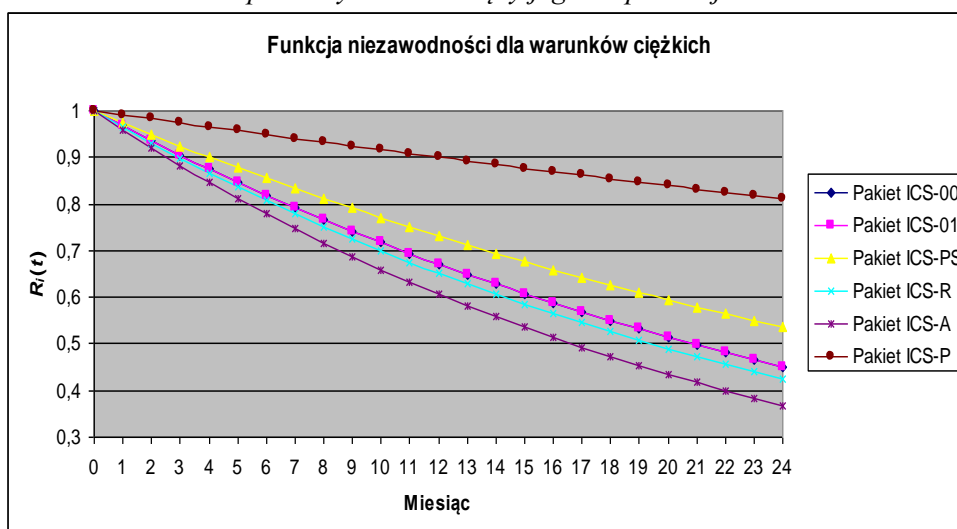
- dla warunków ciężkich:

$$R_1(t = 720) = e^{-\lambda_1 \cdot 720} = e^{-4,61710^{-5} \cdot 720} = 0,967305$$

Przebiegi czasowe w okresie pierwszych 24 miesięcy eksploatacji w warunkach normalnych i ciężkich funkcji niezawodności  $R_i(t)$  dla wybranych elementów serwera komunikacyjnego przedstawiono na rysunku 4-2 i 4-3.



Rys. 2. Wartości funkcji niezawodności  $R_i(t)$  dla wybranych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków normalnych w okresie pierwszych 24 miesięcy jego eksploatacji



Rys. 3. Wartości funkcji niezawodności  $R_i(t)$  dla wybranych elementów serwera komunikacyjnego w warunkach ciężkich w okresie pierwszych 24 miesięcy jego eksploatacji

Jak można zauważyć (rys. 2 i 3), po 24 miesiącach eksploatacji funkcja niezawodności  $R_i(t)$  przyjmuje wartości minimalne dla elementu nr 5 (pakiet obsługi sygnałów nawigacyjnych i specjalnych) serwera komunikacyjnego SK-1. Z analizy wartości funkcji niezawodności wynika, że najbardziej zawodnym

elementem charakteryzuje się pakiet obsługi sygnałów nawigacyjnych i specjalnych zaś najbardziej niezawodnym elementem serwera komunikacyjnego w analizowanej grupie jest pakiet obsługi przekaźników.

## 5. PRZYKŁADY OKREŚLANIA TZW. LISTY KONTROLNEJ DLA CHWILI USZKODZENIA SERWERA SK-1

Podstawowym zagadnieniem w ramach wykonywanych analiz jest badanie niezawodności serwera komunikacyjnego SK-1 w zakresie prognoz na wartość chwilowego kryterium Birnbauma (12), co umożliwia określenie listy kontrolnej elementów serwera mających największe prawdopodobieństwo przyczyny utraty jego zdolności po nastąpieniu tego zdarzenia (np. jako wytyczne do poszukiwania uszkodzonego elementu).

Przykład obliczenia wartości chwilowego kryterium Birnbauma  $I_i^B(t)$  na przykładzie pakietu ICS-00 serwera komunikacyjnego po 1 miesiącu jego eksploatacji ( $t=720$  h):

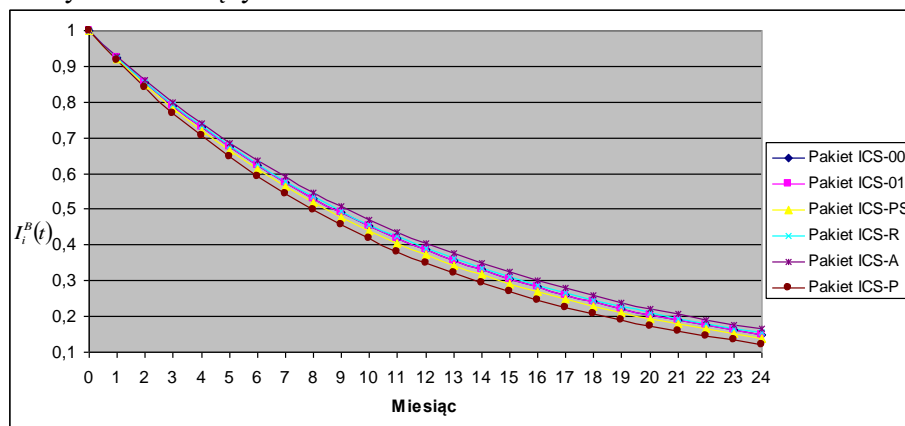
- dla warunków normalnych:

$$I_1^B(t = 720) = e^{-\left(\sum_{j \neq 1} \lambda_j\right) \cdot 720} = e^{-\left(1,0993 \cdot 10^{-4}\right) \cdot 720} = 0,923904$$

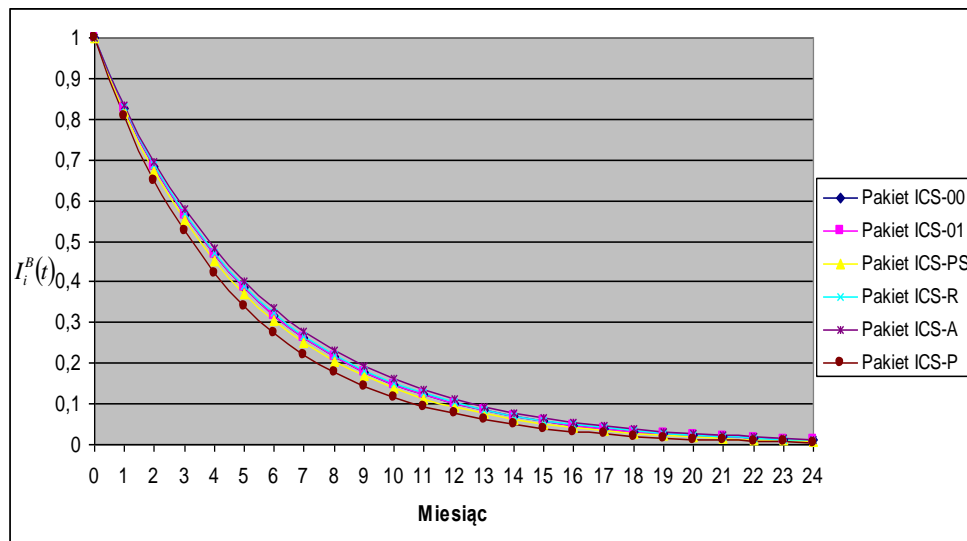
- dla warunków ciężkich:

$$I_1^B(t = 720) = e^{-\left(\sum_{j \neq 1} \lambda_j\right) \cdot 720} = e^{-\left(2,6523 \cdot 10^{-4}\right) \cdot 720} = 0,82616$$

Przebiegi otrzymanych wyników dla chwilowego wskaźnika Birnbauma  $I_i^B(t)$  przedstawiono na rysunku 4. (dla warunków normalnych), oraz na rysunku 5 (dla warunków ciężkich) dla eksploatacji serwera komunikacyjnego w okresie pierwszych 24 miesięcy.



Rys. 4. Wartości chwilowego kryterium Birnbauma  $I_i^B(t)$  wybranych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków normalnych w okresie pierwszych 24 miesięcy jego eksploatacji



Rys. 5. Wartości chwilowego kryterium Birnbauma  $I_i^B(t)$  wybranych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków ciężkich w okresie pierwszych 24 miesięcy jego eksploatacji

Jak można zauważyć (rys. 4 i 5), w wybranym okresie eksploatacji chwilowy wskaźnik Birnbauma  $I_i^B(t)$  przyjmuje wartości maksymalne dla elementu nr 5 (pakiet obsługi sygnałów nawigacyjnych i specjalnych). Z analizy wartości chwilowego kryterium Birnbauma  $I_i^B(t)$  wynika, że najbardziej zawodnym elementem jest pakiet obsługi sygnałów nawigacyjnych i specjalnych, zaś najbardziej niezawodnym elementem serwera komunikacyjnego w analizowanej grupie jest pakiet obsługi przekaźników. Z kolei wartości chwilowego wskaźnika Barlowa - Proschana dla warunków eksploatacji normalnych i ciężkich oraz przyjętych funkcji niezawodności elementów składowych serwera komunikacyjnego przedstawia się następująco.:

Przykład obliczeń wartości chwilowego wskaźnika Barlowa - Proschana  $I_i^{BP}(t)$  na przykładzie pakietu ICS-00 serwera komunikacyjnego po 1 miesiącu jego eksploatacji ( $t=720$  h):

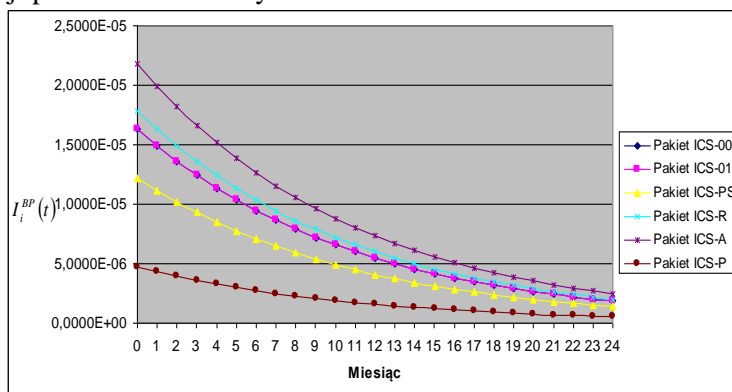
- dla warunków normalnych:

$$I_1^{BP}(t = 720) = \lambda_1 \cdot e^{-\left(\sum_j \lambda_j\right) \cdot 720} = 1,63 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-\left(1,2610^{-4}\right) \cdot 720} = 1,4896 \cdot 10^{-5}$$

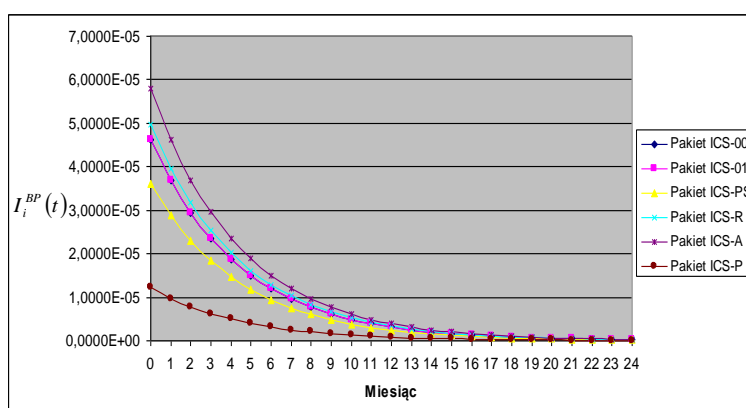
- dla warunków ciężkich:

$$I_1^{BP}(t = 720) = \lambda_1 \cdot e^{-\left(\sum_j \lambda_j\right) \cdot 720} = 4,617 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-\left(3,11410^{-4}\right) \cdot 720} = 3,6895 \cdot 10^{-5}$$

Otrzymane wartości chwilowego wskaźnika Barłowa - Proschana  $I_i^{BP}(t)$  dla poszczególnych elementów serwera komunikacyjnego w okresie 24 miesięcy jego eksploatacji przedstawiono na rys. 6 i 7.



Rys. 6. Wartości chwilowego wskaźnika Barłowa - Proschana  $I_i^{BP}(t)$  wybranych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków normalnych w okresie 24 miesięcy jego eksploatacji



Rys. 7. Wartości chwilowego wskaźnika Barłowa - Proschana  $I_i^{BP}(t)$  wybranych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków ciężkich w okresie 24 miesięcy jego eksploatacji

Jak można zauważyć (rys. 4 i 5 oraz rys. 6 i 7), po 24 miesiącach eksploatacji chwilowy wskaźnik Barłowa - Proschana  $I_i^{BP}(t)$  przyjmuje wartości maksymalne dla elementu nr 5 (pakiet obsługi sygnałów nawigacyjnych i specjalnych), a więc otrzymano takie same wyniki obliczeń w zakresie listy kontrolnej jak dla chwilowego wskaźnika Birnbauma  $I_i^B(t)$ . Z analizy charakteru przebiegu wartości wskaźnika Birnbauma  $I_i^B(t)$  i wskaźnika Barłowa - Proschana  $I_i^{BP}(t)$  (rys. 4 i 6, 5 i 7) wynika, że wskaźnik Barłowa - Proschana  $I_i^{BP}(t)$  lepiej uwidacznia różnice pomiędzy poszczególnymi elementami składowymi badanego elementu. Przeprowadzona analiza niezawodnościowa w postaci ww. wskaźników wykazała, że najbardziej zawodnym elementem serwera komunikacyjnego jest pakiet obsługi

sygnałów nawigacyjnych i specjalnych, zaś najbardziej niezawodnym elementem w analizowanej grupie jest pakiet obsługi przekaźników.

## 6. PRZYKŁADY OKREŚLANIA TZW. NAJSŁABSZEGO OGNIWA NA ETAPIE PROJEKTOWANIA SERWERA SK-1

Przeprowadzona analiza niezawodności serwera komunikacyjnego SK-1 pozwala na badanie w zakresie prognoz na całkowitą wartość kryterium w postaci całkowego wskaźnika Birnbauma (2-12) lub w postaci całkowego wskaźnika Barłowa - Proschana (3-4), co umożliwi określenie najbardziej prawdopodobnej przyczyny utraty zdadności przez system w okresie jego całej eksploatacji. Pozwala to na określenie tzw. najslabszego ogniwa (najsłabszych ogniw) w łańcuchu niezawodności przed wystąpieniem utraty zdadności przez serwer komunikacyjny (np. etap projektowania serwera komunikacyjnego). Analiza tych wartości pozwoli określić, jakie elementy obiektu (serwera komunikacyjnego), ich kolejność z jaką intensywnością uszkodzeń staną się najbardziej prawdopodobną przyczyną utraty zdadności systemu.

Przykład obliczeń wartości według całkowego kryterium Birnbauma  $I_i^B$  na przykładzie pakietu ICS-00 serwera komunikacyjnego:

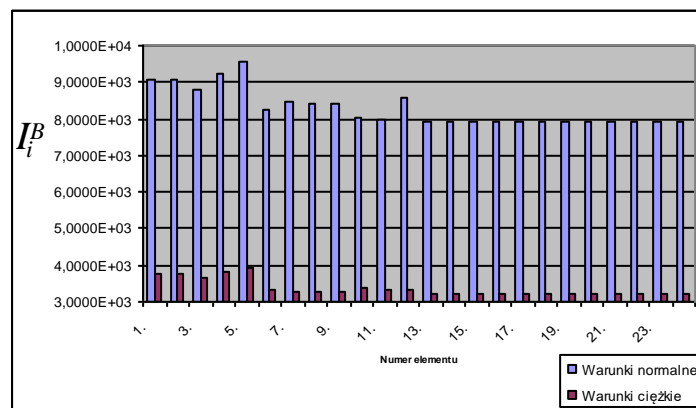
- dla warunków normalnych:

$$I_1^{BM} = \frac{1}{\sum_{j \neq 1} \lambda_j} = \frac{1}{1,0993 \cdot 10^{-4}} = 9,0970 \cdot 10^3$$

- dla warunków ciężkich:

$$I_1^{BM} = \frac{1}{\sum_{j \neq 1} \lambda_j} = \frac{1}{2,6523 \cdot 10^{-4}} = 3,7703 \cdot 10^3$$

Wartości otrzymanych wyników dla całkowego wskaźnika Birnbauma przedstawia rysunek (8).



Rys. 8. Wartości całkowego kryterium Birnbauma  $I_i^B$  poszczególnych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków normalnych i ciężkich występujących w jego eksploatacji



Analizując powyższe wartości przebiegów  $I_i^{BP}$  poszczególnych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków normalnych i ciężkich występujących w jego eksploatacji (rys. 6-1) można zauważyć, że najbardziej zawodnym elementem serwera komunikacyjnego jest element nr 5, czyli pakiet obsługi sygnałów nawigacyjnych i specjalnych. Lokalne ekstremum posiada także element nr 12, moduł wentylatorów przeznaczonych do chłodzenia serwera. Najbardziej niezawodnym elementem serwera komunikacyjnego w analizowanej grupie jest pakiet obsługi przekaźników, zarówno dla warunków normalnych i ciężkich występujących w jego eksploatacji.

Przykład obliczeń wartości według całkowego wskaźnika Barlowa - Proschana  $I_i^{BP}$  na przykładzie pakietu ICS-00 w warunkach normalnych jego eksploatacji:

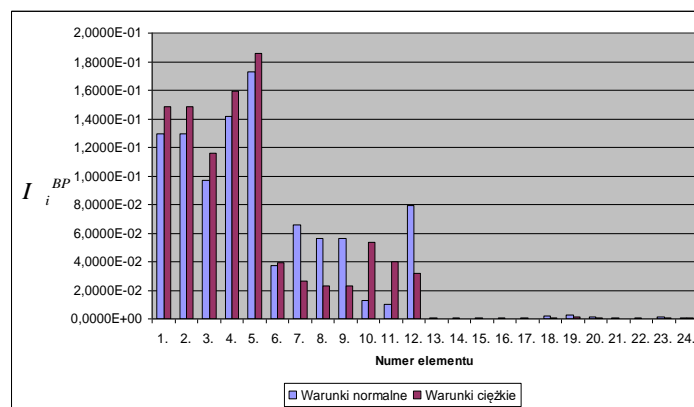
- dla warunków normalnych:

$$I_1^{BP} = \frac{\lambda_1}{\sum_j \lambda_j} = \frac{1,63 \cdot 10^{-5}}{1,26 \cdot 10^{-4}} = 1,2922 \cdot 10^{-1}$$

- dla warunków ciężkich:

$$I_1^{BP} = \frac{\lambda_1}{\sum_j \lambda_j} = \frac{4,617 \cdot 10^{-5}}{3,114 \cdot 10^{-4}} = 1,4826 \cdot 10^{-1}$$

Wartości całkowego wskaźnika Barlowa - Proschana  $I_i^{BP}$  dla poszczególnych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków normalnych i ciężkich (rys. 9).



Rys. 9. Wartości całkowego wskaźnika Barlowa - Proschana  $I_i^{BP}$  poszczególnych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków normalnych i ciężkich występujących w jego eksploatacji

Analizując powyższe wartości przebiegów całkowego wskaźnika  $I_i^{BP}$  poszczególnych elementów serwera komunikacyjnego dla warunków normalnych i ciężkich występujących w jego eksploatacji (rys. 9) można zauważyć, że najbardziej zawodnym elementem serwera komunikacyjnego jest element nr 5, czyli pakiet obsługi sygnałów nawigacyjnych i specjalnych. Lokalne ekstremum

posiada także element nr 12 (moduł wentylatorów przeznaczonych do chłodzenia serwera) dla warunków normalnych, oraz element nr 10 (pakiet CPU CP-306) dla warunków ciężkich. Z analizy charakteru przebiegu wartości wskaźnika Birnbauma  $I_i^B$  i wskaźnika Barłowa - Proschana  $I_i^{BP}$  (rys. 8 oraz rys. 9) wynika, że wskaźnik Barłowa - Proschana  $I_i^{BP}$  lepiej uwidacznia różnice pomiędzy poszczególnymi elementami składowymi badanego obiektu.

Przeprowadzona analiza niezawodnościowa w postaci ww. wskaźników wykazała też, że najbardziej niezawodnym elementem serwera komunikacyjnego SK-1 w analizowanej grupie jest pakiet obsługi przekaźników, zarówno dla warunków normalnych i ciężkich występujących w jego eksploatacji.

### LITERATURA

1. Lewitowicz J., Kustron K.: *Podstawy eksploatacji statków powietrznych. T. 2, Własności i właściwości eksploatacyjne statku powietrznego*. Wyd. ITWL, Warszawa 2003.
2. Birnbaum Z. W.: *On the importance of different components in a multicomponent system*. P. R. Krishnaiah, Ed., *Multivariate Analysis –II*, Academic Press, New York 1969.
3. Barlow R.E., Proschan F.: *Importance of system components and fault tree events*. *Stoch. Processes Appl.*, 3, 1975.
4. Barlow R.E., Wu A.S.: *Coherent systems with multi-state components*. *Math. Operat. Res.*, 3 1978.



Mgr inż. **Andrzej Pazur**, jest pracownikiem ITWL. Główne zainteresowania naukowe obejmują rozwój najnowszej techniki wojskowej, w tym w szczególności lotniczej, budowa i eksploatacja statków powietrznych ze szczególnym uwzględnieniem zintegrowanych systemów awionicznych na pokładach śmigłowców wojskowych.