Helena KAZIEKO, Lucyna KAZIEKO
Katedra Zastosowań Matematyki SGGW
Department of Applied Mathematics WAU

Nieliniowe zagadnienie konsolidacji gruntu
A nonlinear consolidation analysis

Wstęp

W procesie odkształcania gruntu pod wpływem obciążenia zmieniają się parametry ściśliwości i filtracji. Dlatego też rozważając konsolidację warstwy gruntu, nie można traktować tych parametrów jako stałych, jak to czyni się przy badaniu zagadnienia liniowego konsolidacji. Niezbędne jest natomiast badanie zagadnienia nieliniowego.

Jednowymiarowe zagadnienie konsolidacji nasyconego wodą gruntu zapisać można w postaci (Florin 1961):

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma}\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{k(1+\varepsilon)}{\gamma a}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + (1+\varepsilon)\frac{\partial k}{\partial \varepsilon}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + (1+\varepsilon)\frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\delta k}{\delta \varepsilon}\frac{\delta H}{\delta x} + - k\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 - \frac{\gamma_m}{\gamma}k\frac{\partial H}{\partial x} - u_0\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\gamma_m}{\gamma}\cdot u_0 \qquad (1)$$

gdzie:

H – nadwyżka ciśnienia porowego,
$h = h(t)$ – miąższość warstwy gruntu,
$q - q(t)$ – obciążenie jednostkowe konsolidowanej warstwy,
x – współrzędna pionowa,
t – czas

$$u_0 = u + v \qquad (2)$$

gdzie:

u – prędkość filtracji wody,
v – prędkość „filtracji" fazy stałej.

$$a = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \qquad (3)$$

gdzie:

ε – wskaźnik porowatości,
σ – naprężenie efektywne w gruncie,
k – współczynnik filtracji,
γ_m – ciężar objętościowy szkieletu gruntu,
γ – ciężar objętościowy wody.

Wielkość u_0 nie zależy od x i dla każdego konkretnego zagadnienia może być wyznaczona z zależności (2) i z zależności

$$u_0 = (1+\varepsilon)v - k\frac{\partial H}{\partial x} \qquad (4)$$

W równaniach (1), (3) i (4) należy uwzględnić, że $k = k(\varepsilon)$ i $\varepsilon = \varepsilon(\sigma)$.

Przyjmujemy (Florin 1961):

$$k = k_0 \exp \beta\varepsilon \tag{5}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - c_c \ln(1 + b\sigma) \tag{6}$$

gdzie k_0, c_c, β i b – parametry i współczynniki określone eksperymentalnie dla danego rodzaju gruntu. Naprężenie σ można zapisać w następującej postaci (Florin 1961):

$$\sigma = q + \gamma_m h - \gamma H - \gamma_m x \tag{7}$$

Przy wyprowadzeniu równania konsolidacji zaniedbuje się wyrazy zawierające jako czynnik prędkość filtracji. Równanie (1) wyprowadzono bez pominięcia tych wielkości (Florin 1961), co doprowadziło do pojawienia się po prawej stronie równania (1) ostatnich czterech składników. Zasadność pominięcia szóstego składnika po prawej stronie równania (1) pokazana jest w pracy (Florin 1961) dla zagadnienia związanego z chwilowym przyłożeniem obciążenia do stałej warstwy gruntu.

Aby pominąć szósty i siódmy składnik po prawej stronie równania (1), wystarczy (wynika to z porównania tych składników z czwartym i piątym), aby zachodziła nierówność:

$$\frac{\partial k}{\partial \varepsilon} \geq k$$

lub równoważnie

$$\beta \geq 1. \tag{8}$$

W tym przypadku równanie konsolidacji można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma}\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1+\varepsilon}{a\gamma}\frac{\partial}{\partial x}k\frac{\partial H}{\partial x} - u_0\left(\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\gamma_m}{\gamma}\right) \tag{9}$$

Jeśli podłoże warstwy gruntu jest nieprzepuszczalne i nieściśliwe, to dla $x = 0$, $v = 0$ i $\frac{\partial H}{\partial x} = 0$.

Wówczas z równania (4) wynika, że

$$u_0 = 0.$$

W tym przypadku równanie (9) upraszcza się i przyjmuje postać

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma}\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1+\varepsilon}{a\gamma}\frac{\partial}{\partial x}k\frac{\partial H}{\partial x} \tag{10}$$

Ostatni wyraz w równaniu (9) znika również, gdy rozważyć zagadnienie odkształcenia warstwy gruntu znajdującej się na przepuszczalnym podłożu. Jeśli przyjąć, że środek warstwy znajduje się w początku układu współrzędnych, to (z symetrii): dla $x = 0$, $v = 0$ i $\frac{\partial H}{\partial x} = 0$, a zatem i $u_0 = 0$.

Tak więc dla naszego zagadnienia

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma}\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1+\varepsilon}{a\gamma}\frac{\partial}{\partial x}k\frac{\partial H}{\partial x} \tag{11}.$$

1. Warunki modelowania dla nieliniowego zagadnienia konsolidacji gruntu

Otrzymane w tej pracy warunki modelowania mogą być stosowane do rozwiązywania zagadnień nieliniowych.

Wprowadzamy współczynniki bezwymiarowe:

$$\alpha_H = \frac{H}{H_M},\ \alpha_x = \alpha_h = \frac{h}{h_M},\ \alpha_\sigma = \frac{\sigma}{\sigma_M},$$

$$\alpha_q = \frac{q}{q_M},\ \alpha_t = \frac{t}{t_M},\ \alpha_\gamma = \frac{\gamma}{\gamma_M},\ \alpha_{\gamma_m} = \frac{\gamma_m}{\gamma_{m_M}}$$

$$\alpha_k = \frac{k}{k_M},\ \alpha_\varepsilon = \frac{1+\varepsilon}{1+\varepsilon_M},\ \alpha_a = \frac{a}{a_M}$$

Indeks M dotyczy funkcji opisujących model.

Niech wielkości ε, a i k będą jednoznacznymi funkcjami σ. Biorąc pod uwagę, że wielkości bezwymiarowe nie zależą od σ, wykażemy, że

$$\alpha_k = \alpha_a = \alpha_\varepsilon = \alpha_\sigma = 1 \tag{12}$$

Istotnie, przyjmijmy na przykład $k = \varphi(\sigma)$ oraz załóżmy, że $k_o = \varphi(0) \neq 0$. Zgodnie z określeniem

$$\alpha_k = \frac{\varphi(\sigma)}{\varphi(\sigma_M)} = \frac{\varphi(\alpha_\sigma \sigma_M)}{\varphi(\sigma_M)}.$$

Podstawiając w tej równości

$$\sigma_M = 0$$

znajdujemy

$$\alpha_k = 1$$

Stąd

$$\varphi(\alpha_\sigma \sigma_M) = \varphi(\sigma_M)\ \ i\ \ \alpha_\sigma = 1.$$

Rozpatrzmy zagadnienie konsolidacji stałej warstwy gruntu pod wpływem zmiennego w czasie obciążenia zakładając, że ciężar gruntu można zaniedbać. Równania konsolidacji i równowagi w tym przypadku można zapisać w postaci (tak jak w równaniu 1) i

$$\sigma = q - \gamma H \tag{13}$$

Zapiszemy te równania uwzględniając współczynniki bezwymiarowe i zależności (12), czyli

$$\frac{\partial H_M}{\partial t_M} = \frac{\alpha_q}{\alpha_\gamma \alpha_H}\frac{1}{\gamma_M}\frac{\partial q_M}{\partial t_M} + \frac{\alpha_t}{\alpha_x^2 \alpha_\gamma}\frac{1+\varepsilon_M}{\gamma_M \alpha_M}\frac{\partial}{\partial x_M} k_M \frac{\partial H_M}{\partial x_M} \tag{14}$$

$$\sigma_M = \alpha_q q_M - \alpha_\gamma \alpha_H \gamma_M H_M \tag{15}$$

Z równań tych wynika, że

$$\alpha_q = \alpha_\gamma \alpha_H,\ \alpha_t = \alpha_x^2 \alpha_\gamma,\ \alpha_q = 1,\ \alpha_\gamma \alpha_H = 1.$$

Warunki początkowe i brzegowe nie nakładają dodatkowych zależności na współczynniki bezwymiarowe.

Ostatecznie warunki modelowania otrzymamy w postaci

$$q = q_M,\ \frac{t}{x^2\gamma} = \frac{t_M}{x_M^2 \gamma_M},\ \frac{H}{\gamma} = \frac{H_M}{\gamma_M} \tag{16}$$

Jeśli przyjąć $\gamma = \gamma_M$, to z rozwiązania nieliniowego zagadnienia dla warstwy o grubości h można otrzymać rozwiązanie dla warstwy o grubości h_1 drogą prostego przeliczenia skali zgodnie ze wzorem

$$t_1 = \frac{t h_1^2}{h^2} \tag{17}$$

Rozpatrzymy teraz problem modelowania zagadnienia konsolidacji powiększającej się warstwy gruntu.

Równania konsolidacji i równowagi w tym przypadku mają postać:

$$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{1+\varepsilon}{a\gamma}\frac{\partial}{\partial x}k\frac{\partial H}{\partial x} \tag{18}$$

$$\sigma=\gamma_m h-\gamma H-\gamma_m x \tag{19}$$

lub uwzględniając współczynniki bezwymiarowe i równania (12):

$$\frac{\partial H_M}{\partial t_M}=\frac{\alpha_{\gamma_m}\alpha_h}{\alpha_\gamma\alpha_H}\frac{\gamma_{m_M}}{\gamma_M}\frac{\partial h_M}{\partial t_M}+$$

$$+\frac{\alpha_t}{\alpha_x^2\alpha_\gamma}\frac{1+\varepsilon_M}{a_M\gamma_M}\frac{\partial}{\partial x_M}k_M\cdot\frac{\partial H_M}{\partial x_M} \tag{20}$$

$$\sigma_M=\alpha_{\gamma_m}\alpha_H\gamma_{m_M}h_M-\alpha_\gamma\alpha_n\gamma_M H_M+$$

$$-\alpha_{\gamma_m}\alpha_x\gamma_{m_M}x_M \tag{21}$$

Z równań (20) i (21) wynikają warunki modelowania:

$$\alpha_t=\alpha_\gamma\alpha_x^2,\ \alpha_{\gamma_m}\alpha_h=\alpha_\gamma\alpha_H=1 \tag{22}$$

Przyjmując

$$\alpha_\gamma=\alpha_{\gamma_m},\ \ \alpha_x=\alpha_h$$

otrzymujemy

$$\alpha_t=\alpha_h\ \text{ i }\ \alpha_h=\alpha_H \tag{23}$$

Z równości (23) wynika, że jeśli $\gamma=\gamma_M$, to $\alpha_t=\alpha_h=\alpha_H=1$ lub $t=t_M$, $h=h_M$, $H=H_M$.
Tak więc warunki modelowania dla zagadnień konsolidacji powiększającej się warstwy gruntu nie pozwalają sprowadzić rozwiązania jednego zagadnienia do drugiego drogą przeliczenia skali. W tym przypadku każde zagadnienie należy rozwiązywać oddzielnie.

2. Stopniowe powiększanie grubości warstwy

Zagadnienie konsolidacji powiększającej się warstwy gruntu sprowadza się do rozwiązania równania:

$$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{(1+\varepsilon_{\acute{s}r})}{a\gamma}\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial H}{\partial x}\right) \tag{24}$$

w obszarze

$$0\le x\le x(t)=h(t),\quad t\ge 0 \tag{25}$$

z warunkami brzegowymi

$$\frac{\partial H}{\partial x}=0 \text{ dla } x=0 \text{ i } H=0 \text{ dla } x=h(t) \tag{26}$$

Rozpatrzmy zagadnienie powiększania grubości warstwy gruntu w czasie zgodnie z zależnością liniową:

$$h(t)=\frac{h}{T}t \quad \text{dla } t\ge T$$

$$h(t)=h \quad \text{dla } t>T$$

gdzie:

h – maksymalna miąższość warstwy,
T – czas.

Ponieważ wszystkie zależności przy rozwiązaniu liczbowym zagadnienia tracą sens w momencie czasu $t=0$, jako warunek początkowy przyjmuje się

$$H(t_n,x)=\frac{\gamma h(1-x)}{n} \tag{27}$$

gdzie

$$t_n=\frac{T}{n}.$$

Fizycznie odpowiada to chwilowemu powiększeniu warstwy o grubości $\frac{h}{n}$, a zatem wzrostowi liniowemu. Aby oszacować błąd powstały wskutek zmiany warunków początkowych, przeprowadzono porównanie wyników otrzymanych z obliczeń numerycznych dla zagadnienia liniowego konsolidacji z dokładnym rozwiązaniem analitycznym Gibsona (1958). Zgodność wyników okazała się pełna.

Sformułujemy schemat różnic skończonych odpowiadający powyższemu zagadnieniu różniczkowemu*.

Niech (x_i, t_j) – równomierna względem x i t prostokątna siatka różnicowa pokrywa obszar (25). W celu uproszczenia warunków brzegowych $x = h(t)$ przyjmujemy krok względem czasu

$$\tau = \frac{T}{N}$$

krok względem grubości warstwy gruntu

$$l = m\tau,\ m = \frac{h}{T},\ t_j = j\tau,\ x_i = il,$$

$$i, j = 0,1,\ldots N,\ldots,$$

Na (x_i, t_j) wprowadzamy funkcję siatkową y_i, odpowiadającą ciśnieniu H. Ponadto przyjmujemy następujące oznaczenia:

$$y = y\,(x_i, y_{j+1}) = y^{j+1},\ \check{y} = y\,(x, t_j) = y^j$$

$$y^{\pm 1} = y\,(x \pm l, t),\ y_{\bar{x}} = \frac{y - y^{(-1)}}{l},$$

$$y_x = \frac{y^{(+1)} - y}{l},\ y_{\bar{t}} = \frac{y - \check{y}}{\tau},$$

$$(dy_{\bar{x}})_x = \frac{d_{i+1}\,(y_{i+1} - y_i) - d_i(y_i - y_{i-1})}{l^2},$$

$$\alpha = d(x, t, y^*),\ y^* = 0{,}5\,(y + y^{(-1)}),$$

$$\check{t} = t - \tau,\ \lambda(y) = 0{,}5 \cdot (y_{\bar{x}} + y_x).$$

Doprowadzimy równanie (24) do postaci:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{(1 + \varepsilon_{śr})k(x, H)}{a(x, H)\gamma}\frac{\partial H}{\partial x}\right] + $$

$$+ \frac{(1 + \varepsilon_{śr})k(x, H)}{a^2(x, H)\gamma}\frac{\partial a}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\partial h}{\partial t} \qquad (28)$$

i zapiszemy równanie (28) w postaci schematu różnicowego (Samarski 1962)

$$y_{\bar{t}} = (dy_{\bar{x}})_x + \varphi[x, t, y, \lambda\,(y)] \qquad (29)$$

z warunkami brzegowymi i początkowymi, odpowiadającymi (26) i (27)

$$y = [h(t), t] = 0,\ y'_x = 0 \text{ dla } x = x_0 = 0;$$

$$y(x_i, t_n) = \frac{\gamma h}{n}(1 - x_i) \qquad (30)$$

Ponieważ rozpatrywane zagadnienie dotyczy gruntu jednorodnego i funkcje $k\ (x, H)$ i $a\ (x, H)$ są ciągłe w całym obszarze, możemy przyjąć następujący schemat dyskretny:

$$\alpha_i = \frac{1 + \varepsilon_{śr}}{2}\left\{\frac{k\,(x_i, y_i^*)}{a\,(x_i, y_i)} + \frac{k\,(x_{i-1}, y_i^*)}{a\,(x_{i-1}, y_i)}\right\},$$

$$\varphi_i = \varphi[x_i, t, y_i, \lambda(y_i)]$$

*Problemom związanym z obliczeniami numerycznymi dla zagadnień nieliniowych konsolidacji będzie poświęcona oddzielna praca.

Uwzględniając zależności:

$$a = \frac{bc}{1 + b\sigma}, \text{ i } k = \frac{AE_0}{(1 + b\sigma)^{\beta c}},$$

gdzie: $\sigma = \gamma_H h - \gamma H - \gamma_m x$, $E_0 = e^{\beta\varepsilon_0}$,

otrzymujemy następujące wzory:

$$d_i = \frac{A(1 + \varepsilon_{śr})E_0}{2bc}\{(1 + b\sigma_i^*)^{1-\beta c} +$$

$$+ (1 + b\sigma_{i-1}^*)^{1-\beta c}\},$$

$$\varphi_i = \frac{AE_0(1 + \varepsilon_{śr})\{[(\gamma_m + \lambda(y_i)]\lambda(y_i)\}}{c\gamma(1 + b\sigma_i)^{\beta c}} +$$

$$+ \frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\partial h}{\partial t} \qquad (31)$$

gdzie

$$\sigma_i^* = \gamma_H h(t) - \frac{\gamma(y_i + y_{i-1})}{2} - \gamma_m x_i,$$

$$\sigma_{i-1}^* = \gamma_H h(t) - \frac{\gamma(y_i + y_{i-1})}{2} - \gamma_m x_{i-1},$$

$$\sigma_i = \gamma_H h - \gamma y_i - \gamma_m x_i.$$

Równość (29) wraz z warunkami brzegowymi (30) sprowadza się do trójdiagonalnego algebraicznego układu równań nieliniowych względem $y(x, t)$. Rozwiązanie tego układu znajdujemy metodą prostej iteracji zamieniając równość (29) na układ równań liniowych względem $y^{(k+1)}(x, t)$

$$y_i^{(k+1)} = (d^{(k)} y_{\bar{x}}^{(k+1)})_x + \varphi(x, t, y^{(k)}, \lambda y^{(k)}) \qquad (32)$$

gdzie:

$$d^{(k)} = d\ (x, y^{(k)}),$$

$$y_{\bar{t}}^{(k+1)} = \frac{y^{(k+1)} - \check{y}}{\tau},$$

$y^{(k)}$ – k – ta iteracja funkcji siatkowej; za $y^{(1)} = \check{y}$ przyjmuje się wartość funkcji siatkowej w momencie czasu $t - \tau$. Proces iteracyjny prowadzi do rozwiązania układu równań nieliniowych (29), jeśli

$$\max_i | y_i^{(k+1)} - y_i^{(k)}| \le \varepsilon,$$

przy tym wartość funkcji siatkowej w momencie t wynosi $y = y^{(k+1)}$. Oczywiście, że liczba iteracji zależy od ε. W naszych obliczeniach dla $\varepsilon = 10^{-6}$ waha się ona od 5 do 7.

Liczba algebraicznych równań liniowych w układzie (32) zwiększa się wraz ze wzrostem grubości warstwy gruntu.

3. Stopniowe powiększanie obciążenia

Rozpatrzmy odkształcenie gruntu w konsolidometrze z drenażem na górnej i dolnej powierzchni warstwy. Równanie konsolidacji, warunki brzegowe i początkowe przyjmują w tym przypadku postać:

$$\frac{\partial H}{\partial T} = \frac{1}{\gamma}\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{(1 + \varepsilon_{śr})}{a(x, H)\gamma}\frac{\partial}{\partial x}\left[k(x, H)\frac{\partial H}{\partial x}\right],$$

$$H(0, t) = H(h, t) = 0, \quad H(x, 0) = 0 \qquad (33)$$

gdzie:

$$q(t) = \frac{Q}{T}t \text{ dla } t \le T, \quad q(t) = Q \text{ dla } t > T,$$

Q – maksymalne obciążenie,
T – czas wzrostu obciążenia,
h – grubość warstwy.

Zależność współczynników filtracji $k(x, H)$ i ściśliwości $a(x, H)$ od σ jest taka jak poprzednio, lecz σ nie zależy w tym przypadku od współrzędnej x, ponieważ niewielka grubość warstwy pozwala zaniedbać ciężar gruntu:

$$\sigma = q(t) - \gamma H.$$

Metodyka rozwiązania danego zagadnienia jest analogiczna do przypadku poprzedniego zagadnienia. Prostsze są obecnie warunki na brzegu, równanie różniczkowe i wzór na współczynniki w schemacie różnic skończonych.

Zapisując równość (33) w postaci (28) i uwzględniając, że $\frac{\partial a}{\partial x} = 0$, otrzymujemy równanie różniczkowe

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{(1+\varepsilon_{śr})k(H)}{a(H)\gamma}\frac{\partial H}{\partial x}\right] + \frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\partial q}{\partial t}$$

i odpowiadający temu równaniu schemat różnic skończonych:

$$y_{\bar{t}} = (d y_{\bar{x}})_x + \varphi(t) \qquad (34)$$

Siatkę współrzędnych (x_i, t_j) i wszystkie oznaczenia dla funkcji siatkowej y pozostawiamy tak jak poprzednio. Wartości brzegowe i początkowe dla funkcji siatkowej mają postać:

$$y(h, t_j) = y(0, t_j) = y(x_i, 0) = 0$$

Współczynniki w równaniu (34) określone są następująco:

$$d_i = \frac{AE_0(1+\varepsilon_{śr})(1+b\sigma_i)^{1-\beta c}}{bc}$$

$$\varphi_i = \frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\partial q(t)}{\partial t} = \begin{cases} \frac{Q}{T} \text{ dla } t \le T \\ 0 \text{ dla } t > T \end{cases}$$

gdzie:

$$\sigma_i = q(t) - \frac{\gamma(y_i - y_{i-1})}{2}.$$

Dalsze rozważania należy przeprowadzić analogicznie do poprzednich, określając funkcję siatkową $y(x, t)$, będącą przybliżonym rozwiązaniem równania (33) z układu algebraicznych równań nieliniowych (34). Nieliniowy układ (34) analogiczny do (29) rozwiązuje się metodą iteracji.

4. Wyniki obliczeń

W celu interpretacji przedstawionych wyżej rozwiązań wykonano obliczenia numeryczne w następujących przypadkach:

a) zagadnienie nieliniowe konsolidacji powiększającej się w czasie warstwy gruntu pod wpływem ciężaru własnego (punkt 2);

b) zagadnienie nieliniowe konsolidacji warstwy o stałej grubości pod wpływem rosnącego w czasie obciążenia bez uwzględnienia ciężaru własnego (punkt 3).

Aby ocenić, jak na proces konsolidacji wpływają zależności współczynników filtracji k(σ) od naprężenia w szkielecie gruntu, sporządzono programy zagadnień liniowych c) i d) odpowiadające a) i b):

c) $$\frac{\partial H}{\partial t} = C_v\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\gamma_m}{\gamma}\frac{\partial h}{\partial t}$$

d) $\dfrac{\partial H}{\partial t} = C_v \dfrac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \dfrac{1}{\gamma}\dfrac{\partial q}{\partial t}$

gdzie:

$C_v = \dfrac{k(1+\varepsilon_{śr})}{a\gamma}$ – współczynnik konsolidacji.

Liczbowe wartości parametrów k_0, c_c, β, b w zależnościach (5) i (6) otrzymano drogą aproksymacji krzywych eksperymentalnych uzyskanych w Instytucie Hydromelioracyjnym w Moskwie:

$$A = 2{,}2 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{cm/s},\ b = 65 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{cm^2/g},$$
$$c = 62 \cdot 10^{-3},\ \beta = 12. \qquad (35)$$

Ponadto, przyjęto:

$$1 + \varepsilon = 1 + \varepsilon_{śr},\ \gamma_m = 1{,}6\ \mathrm{G/cm^3},$$
$$\gamma = 1{,}0\ \mathrm{G/cm^3},\ \varepsilon_0 = 0{,}62,\ \varepsilon_{śr} = 0{,}50. \qquad (36)$$

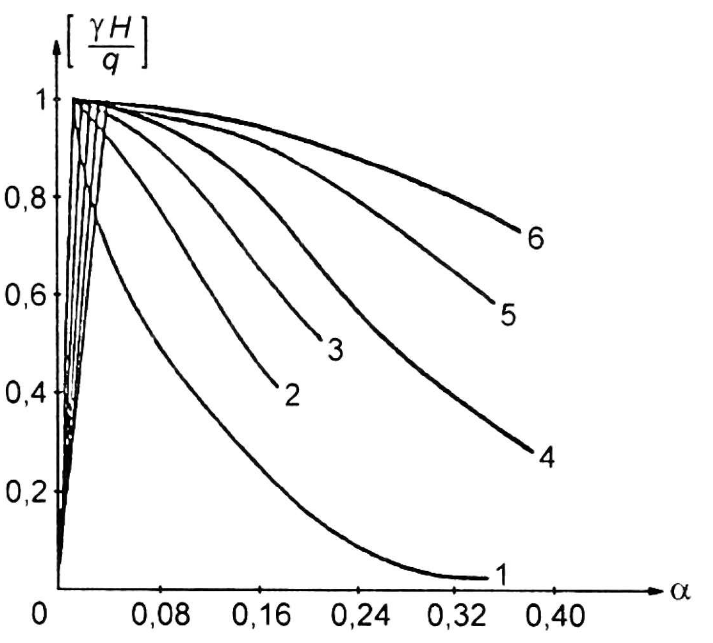
Wyniki obliczeń dla przypadku b) i różnych obciążeń przedstawia rysunek 1. W celu porównania przedstawiono na rysunku 1 rozwiązania dla zagadnienia d).

Wielkości współczynników konsolidacji C_v dla zagadnień liniowych określone zostały ze wzorów (5) i (6) oraz (35) i (36), C_v obliczono ze wzorów:

$$C_v = \frac{(1+\varepsilon_{śr})k}{\gamma a},\quad k = \frac{k_0 + k_Q}{2},$$
$$a = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_Q}{Q} \qquad (37)$$

gdzie:

k_0 i k_Q – współczynniki filtracji odpowiadające $\sigma = 0$ i $\sigma = Q$ określone za pomocą wzorów (5) i (6),



RYSUNEK 1. Zależności nadwyżki ciśnień od czynnika czasu przy wzrastającym obciążeniu: 1 – zagadnienie liniowe; 2, 3, 4, 5, 6 – zagadnienie nieliniowe dla Q równego odpowiednio: 5; 10; 20; 40 i 60 kG/cm^2

ε_Q – współczynnik porowatości odpowiadający $\sigma = Q$ określony ze wzoru (6).

Jeśli na osi odciętych zaznaczyć wielkość

$$\alpha = \frac{C_v t}{h^2},$$

to krzywe ilustrujące rozwiązania zagadnień liniowych dla różnych wartości α pokrywają się.

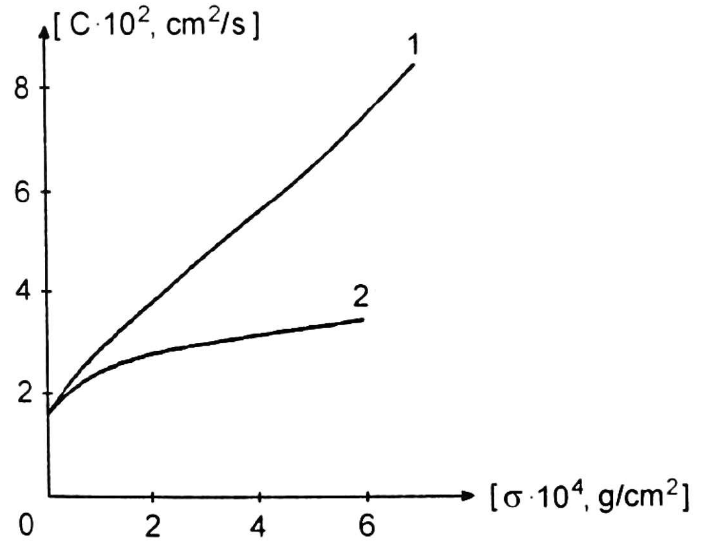
Z rysunku 1 widać, że rozwiązanie zagadnienia b) uwzględniające nieliniowość różni się istotnie od analogicznych rozwiązań zagadnień liniowych.

Zależności współczynników konsolidacji od σ przedstawione są na rysunku 2.

Krzywa 1 odpowiada współczynnikowi konsolidacji obliczonemu zgodnie z metodą Cassagrandego, krzywą 2 uzyskano zaś na podstawie wzoru uwzględniającego zmienną wartość k:

gdzie $a = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \delta}$, Q, k i ε określone są według wzorów (5) i (6).

Z rysunku widać, że najmniejszy współczynnik konsolidacji jest taki sam dla krzywych 1 i 2.

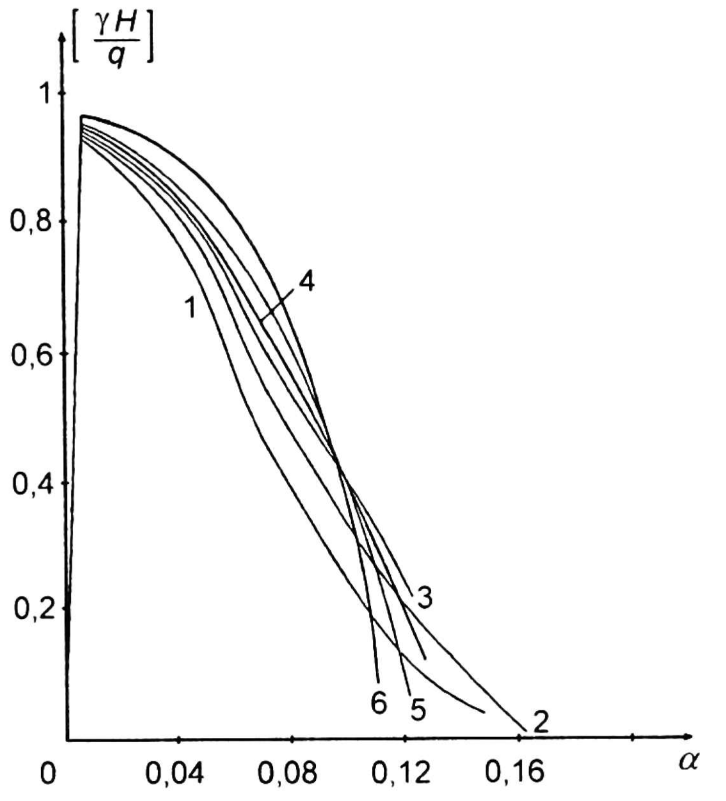


RYSUNEK 2. Zależność współczynnika konsolidacji od naprężenia w szkielecie gruntu: 1 – według standardowej metody; 2 – dla wartości faktycznych

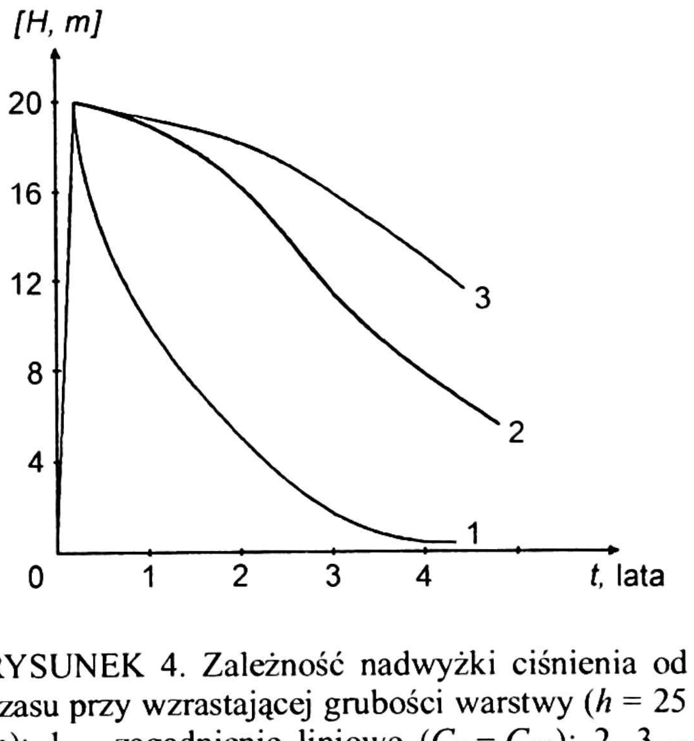
Na rys. 3 przedstawione są rozwiązania zagadnień nieliniowych dla różnych wartości Q i zagadnienia liniowego ze zmiennym współczynnikiem konsolidacji. W tym przypadku, jak widać z rysunku, rozwiązania z uwzględnieniem nieliniowości są bliskie rozwiązaniu zagadnienia liniowego.

Rozwiązanie zagadnienia nieliniowego jest bliskie rozwiązaniu zagadnienia liniowego z najmniejszym współczynnikiem konsolidacji również dla zagadnienia powiększającej się warstwy gruntu.

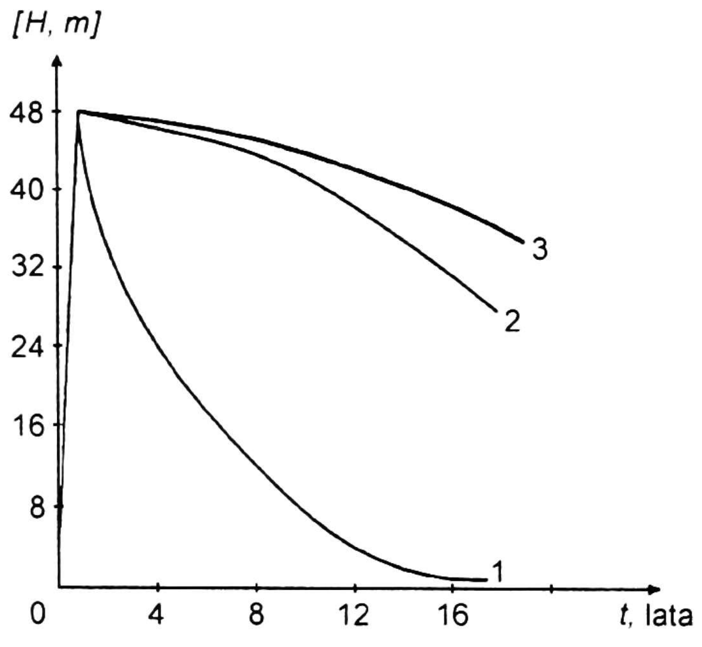
Rozwiązania te dla dwóch wartości h przedstawione są na rys. 4 i rys. 5.



RYSUNEK 3. Zależności nadwyżki ciśnienia od czynnika czasu przy wzrastającym obciążeniu: 1– zagadnienie liniowe; 2, 3, 4, 5, 6 – zagadnienie nieliniowe dla Q równego odpowiednio: 2,5; 10; 20; 40 i 60 kG/cm^2



RYSUNEK 4. Zależność nadwyżki ciśnienia od czasu przy wzrastającej grubości warstwy (h = 25 m): 1 – zagadnienie liniowe ($C_v = C_{v0}$); 2, 3 – zagadnienie nieliniowe dla Q równego odpowiednio 20 i 40 kG/cm^2



RYSUNEK 5. Zależności nadwyżki ciśnienia od czasu przy wzrastającej grubości warstwy (h = 50 m): 1 – zagadnienie liniowe; ($C_v = C_{v0}$); 2, 3 – zagadnienie nieliniowe dla Q równego odpowiednio 40 i 60 kG/cm^2

Tak więc, dla przybliżonych rozwiązań zagadnień konsolidacji nasyconego wodą gruntu z przyjętymi charakterystykami można posługiwać się rozwiązaniami odpowiednich zagadnień liniowych przyjmując C_v zmienne i zależne od stanu naprężenia σ.

Ponadto, w tych przypadkach słuszne są w przybliżeniu warunki modelowania, wyprowadzone dla zagadnień liniowych.

Literatura

FLORIN W.A. 1961: Osnowy mechaniki gruntów. T. 2, Gosstrojizdat.

GIBSON R.E. 1958: The Progress of Consolidation in a Clay Layer Increasing in Thickness with Time. Geotechnique, v. 8; 4.

KAZIEKO H., KAZIEKO L. 1994: O nieliniowym zagadnieniu konsolidacji ośrodka trójfazowego. Przegl. Nauk. Wydz. MiIŚ, SGGW, z. 6.

KAZIEKO H., KAZIEKO L. 1995: O rozwiązaniu nieliniowych zagadnień konsolidacji gruntów. Przegl. Nauk. Wydz. MiIŚ, SGGW, z. 7.

KAZIEKO H., KAZIEKO L. 1995a: Nieliniowe zagadnienie konsolidacji warstwy trójfazowego gruntu. Przegl. Nauk. Wydz. MiIŚ, SGGW, z. 14.

KAZIEKO H., KAZIEKO L. 1996: Rozwiązanie nieliniowego jednowymiarowego zagadnienia konsolidacji gruntów. Przegl. Nauk. Wydz. MiIŚ, SGGW, z. 12.

SAMARSKI A.A. 1962: O schodimosti i tocznosti odnorodnych raznostnych schem dla odnomernych i mnogomernych paraboliczeskich urawnenij. Ż. Wyczisl. Matem. i Matem. Fiz. 4.

Summary

A nonlinear consolidation analysis. The phenomenon of consolidation of a saturated soil stratum is studied in this paper. Proposed approach takes into consideration variability of permeability coefficient and void ratio in consolidation process. Nonlinear soil characteristics make possible to describe the consolidation course for engineering purposes. The results obtained from calculation procedures indicate that the application of nonlinear theory improves the consolidation prediction to a considerable extent. It means that in the engineering calculation variability of soil parameters should be taken into account.

Authors' address:
H. Kazieko, L. Kazieko
Warsaw Agricultural University – SGGW
02–787 Warszawa, ul. Nowoursynowska 166
Poland