

ANALIZA PROCESU PEŁZANIA
TKANKI MIĄŻSZU BURAKA ĆWIKŁOWEGO
CZĘŚĆ II - PŁYNIĘCIE LEPKOSPREŻYSTE

J. Bohdziewicz

Instytut Inżynierii Rolniczej, Akademia Rolnicza, ul. Chelmońskiego 37/41, 51-630 Wrocław
e-mail: bohdziewicz@imr.ar.wroc.pl ; bohdziewicz@magma-net.pl

Streszczenie. Badano zmiany właściwości reologicznych tkanki mięszu buraka ćwikłowego podczas testu pełzania. Stwierdzono, że dla przyjętych warunków realizacji testu faza płynięcia lepkiego pojawia się po upływie 900 sekund. Do opisu zmian wartości chwilowych modułów E oraz lepkości dynamicznych η i pozornej η_a najbardziej przydatnym jest pięcioelementowy model Lethersicha. Stwierdzono, że pod względem reologicznym badany materiał ma właściwości cieczy o charakterze nieliniowym.

Słowa kluczowe: pełzanie, model reologiczny, burak ćwikłowy.

WSTĘP

Zjawisko pełzania jest w dostatecznym stopniu rozpoznane w odniesieniu do materiałów sprężystych [3,4,7,9,13]. W tym przypadku mamy do czynienia z asymptotycznie zmieniającym się odkształceniem, opóźnionym w czasie w stosunku do zmian naprężenia. Przy niewielkich obciążeniach stan ten, charakterystyczny dla ciał stałych (z punktu widzenia reologii) może teoretycznie trwać nieskończenie długo. Zmiana naprężenia powyżej granicy sprężystości powoduje powstawanie dodatkowego zjawiska, zwanego lepkiem płynięciem (viscous creep). Ta druga faza procesu pełzania charakteryzuje się lepkością pozorną (apparent viscosity), której wartość zmniejsza się ze wzrostem naprężenia [5,7,15].

W przypadku materiału pochodzenia roślinnego mamy do czynienia ze swoistym tworem, który w dużym uproszczeniu można opisać jako składający się z tkanki szkieletowej o strukturze komórkowej, wypełnionej płynną substancją,

z licznymi przestrzeniami międzykomórkowymi. Taka kompozycja posiada właściwości lepko-sprężysto-plastyczne, znacznie różniące się od charakterystycznych dla materiałów sprężystych [11,12,14].

Prace związane z opisaniem zjawiska pełzania tkanki roślin korzeniowych rozpoczęto w latach siedemdziesiątych ubiegłego stulecia, dotychczas obiektem zainteresowania był burak cukrowy [1,5,10,12]. Do opisu przebiegu zmian odkształcenia w funkcji czasu badacze wykorzystali modele: ciało stałe Kelvina [2,6,8,10,12,14], ciecz Burgersa [2,14] oraz funkcję logarytmiczną [1]:

$$\varepsilon(t) = a + b \log t + c \cdot t \quad (1)$$

W prezentowanej pracy podjęto próbę weryfikacji przydatności dotychczas stosowanych modeli do opisu zmiany chwilowych wartości modułów sprężystości E_i oraz lepkości: dynamicznych η_i i pozornej η_a , jako charakterystycznych dla przebiegu $\varepsilon(t)$ w fazie plastycznego płynięcia tkanki mięszu buraka ćwikłowego.

MATERIAŁ I METODY

Obiektem badań były korzenie buraka ćwikłowego odmiany Opolski. Do realizacji testu wybrano 5 korzeni, z każdego wycięto po pięć próbek do wyznaczenia wartości siły F_{max} podczas testu wytrzymałościowego. Jednocześnie pobierano dwie próbki, które poddano testowi pełzania przy obciążeniu wstępnym siłą odpowiadającą 85% wartości F_{max} . Próbkę miały postać walca o średnicy 8 mm i wysokości $10,5 \pm 0,5$ mm. Test przerywano w chwili pojawienia się objawów biologicznego zniszczenia. Ze względu na obciążenie bliskie wartości siły F_{max} wyznaczonej w próbie doraźnej, czas realizacji testu pełzania na ogół nie przekraczał 5000 sekund.

Do opisu przebiegów zmian odkształcenia w funkcji czasu, przyjęto równanie utworzone przez analogię do modelu Burgersa na bazie modelu Maxwella, powiązanego z uogólnionym modelem Kelvina-Voigta:

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^3 a_i (1 - e^{b_i \cdot t}) + c \cdot t + d \quad (2)$$

gdzie: ε – odkształcenie względne, t – czas, a , b , c , d – współczynniki równania

Zgodnie z postulatem Reinera [13], mówiącym o możliwości redukcji modeli, równanie (2) poddano modyfikacji, uzyskując kilka uproszczonych wariantów. Do wyznaczenia wartości współczynników równania wykorzystano metodę najmniejszych kwadratów, następnie jako parametry przyjętego modelu

obliczano wartości chwilowych modułów sprężystości E_i z prawa Hooke'a oraz współczynniki lepkości dynamicznej η_i z uogólnionego prawa lepkości Newtona :

$$\sigma = \eta(\Delta\varepsilon / \Delta t) \quad (3)$$

gdzie: $\eta \neq const$ jest lepkością nienewtonowską [5].

Lepkość pozorną η_a (regulator prędkości płynięcia) obliczano:

$$\eta_a = \frac{\sigma}{3(\Delta\varepsilon/\Delta t)} \quad (4)$$

W tym przypadku lepkość pozorną η_a należy traktować jako analogię lepkości Troutona lub lepkości objętościowej λ (gdzie $\lambda = 3\eta$), charakterystycznych dla cieczy newtonowskiej [5,15]. Stosując zestawienie sekwencyjne analizowano zmiany tych wartości w czasie trwania testu oraz prognozowano zmiany odkształcenia względnego $\varepsilon = f(t)$ na podstawie ekstrapolacji przyjętych funkcji.

Wprowadzając etapy redukcji formuły (2) w pierwszej kolejności wykluczono obecność współczynnika d . Ponieważ jako kryterium dopasowania funkcji aproksymującej przyjęto wartość współczynnika korelacji w stosunku do przebiegu rzeczywistego, wartość d jest konsekwencją wyboru lepszego dopasowania kosztem pojawienia się rozbieżności w początkowym stadium przebiegu. W ten sposób nie są jednak spełnione warunki brzegowe funkcji aproksymującej, o czym można się przekonać przyrównując czas t do zera i porównując uzyskany wynik z rzeczywistym odkształceniem. W efekcie, o ile możliwe jest przyjęcie w modelu matematycznym współczynnika d o tyle, jego realna obecność w postaci odkształcenia czysto sprężystego jest co najmniej wątpliwa. Oznaczałoby to bowiem skokową zmianę odkształcenia badanego materiału przy ustalonej wartości naprężenia, co z uwagi na charakter lepko-sprężysty badanego materiału oraz quasi-statyczne warunki prowadzenia testu nie ma fizycznego uzasadnienia.

W związku z powyższym do dalszych rozważań zostały uwzględnione dwa rodzaje modeli:

uogólniony Kelvina-Voigta

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=2}^3 a_i (1 - e^{-b_i t}) \quad (5)$$

oraz Lethersicha

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^2 a_i (1 - e^{-b_i t}) + c \cdot t \quad (6)$$

Inne warianty redukcji równania (2) oraz równanie (1) odrzucono ze względu na gorsze dopasowanie do danych doświadczalnych.

WYNIKI I DYSKUSJA

W Tabeli 1 zestawiono obliczone wartości modułów sprężystości i lepkości, charakterystyczne dla modelu Kelvina-Voigta, w Tabeli 2 odpowiednio dla modelu Lethersicha. Wartości te porównano ze sobą, zgodnie ze schematem przedstawionym na Rys. 1 i 2.

Tabela 1. Wartości parametrów modelu Kelvina-Voigta

Table 1. The parameter values of Kelvin model

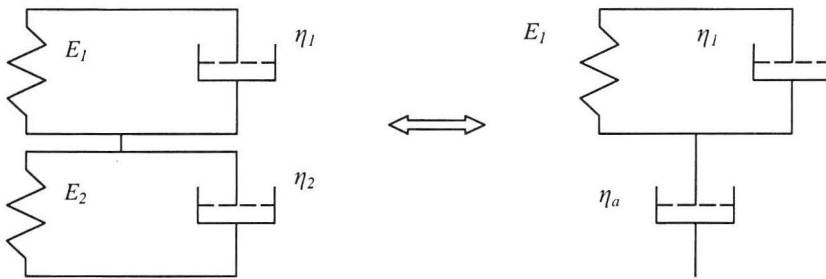
Czas [s]	R ²	Moduł sprężystości [MPa]			Współczynnik lepkości [MPa·s]		
		E ₁	E ₂	E ₃	η ₁	η ₂	η ₃
Model sześćcioelementowy							
300	0,9999	36	97	260	17372	5254	2101
600	0,9999	41	128	367	11010	4450	2269
900	0,9999	28	78	191	28013	6449	2042
1200	0,9999	6	62	146	51831	7879	2052
1500	0,9999	8	60	133	65285	8581	2072
1800	0,9999	10	58	133	66218	8590	2072
2100	0,9999	10	58	133	66045	8573	2071
Model czteroelementowy							
300	0,9997	42	147		7015	2008	
600	0,9994	36	101		11040	2142	
900	0,9990	32	81		15386	2291	
1200	0,9984	27	66		22380	2493	
1500	0,9980	19	57		31072	2692	
1800	0,9980	11	51		39407	2855	
2100	0,9983	6	48		53800	2983	
2400	0,9986	2	47		48969	3030	
2700	0,9989	1	47		50456	3061	

Tabela 2. Wartości parametrów modelu Lethersicha**Table 2.** The parameters values of Lethersich model

Czas [s]	R ²	Moduł sprężystości [MPa]		Współczynnik lepkości [MPa·s]		
		E ₁	E ₂	η ₁	η ₂	η _a
Model pięcioelementowy						
300	0,9999	76	242	5017	2062	30276
600	0,9999	64	167	6856	2033	47289
900	0,9999	61	143	8030	2056	56601
1200	0,9999	60	140	8197	2060	57621
1500	0,9999	60	144	7937	2051	56751
1800	0,9999	60	153	7467	2032	55491
2100	0,9999	60	163	6978	2011	54342
2400	0,9998	60	173	6612	1994	53565
2700	0,9998	60	178	6431	1986	53208
Model trzelementowy						
300	0,9974	75		2205		20778
600	0,9956	57		2580		33624
900	0,9949	51		2844		43341
1200	0,9955	48		3011		49161
1500	0,9965	46		3097		51696
1800	0,9974	46		3127		52455
2100	0,9981	46		3128		52473

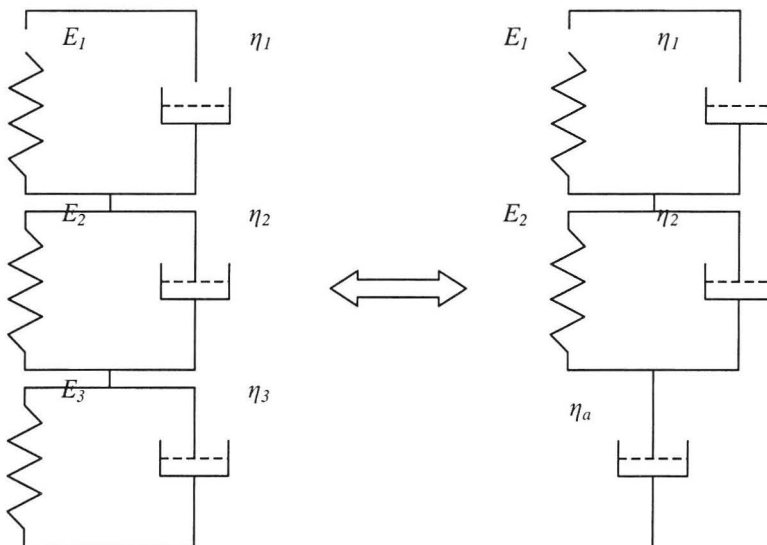
Porównanie wyników obliczeń wartości parametrów ciała stałego Kelvina z cieczą Lethersicha (Tab. 1 i 2), jednoznacznie ukazuje zachodzącą w czasie testu zmianę wartości współczynników równania (3), aż do pojawienia się zapisu podobnego jak w równaniu (4). Dla przyjętych warunków przeprowadzenia badań w modelu sześćelementowym zjawisko to obserwowane było przed upływem 1800 sekund od momentu pojawienia się stałej wartości obciążenia, jednakże najbardziej istotne zmiany zarejestrowano w czasie do 1200 sekund. W modelu czteroparametrowym czas ten uległ wydłużeniu do 2100 sekund. Obserwowana zmiana świadczy

o ograniczonej przydatności uogólnionego modelu Kelvina-Voigta do opisu właściwości reologicznych tkanki buraka ćwikłowego. Praktycznie model ten można wykorzystać do opisu zachowania lepkosprężystego badanego materiału podczas realizacji testu pełzania w czasie nie przekraczającym kilkaset sekund.



Rys. 1. Zestawienie czteroelementowego ciała stałego Kelvina oraz trzejelementowej cieczy Lethersicha.

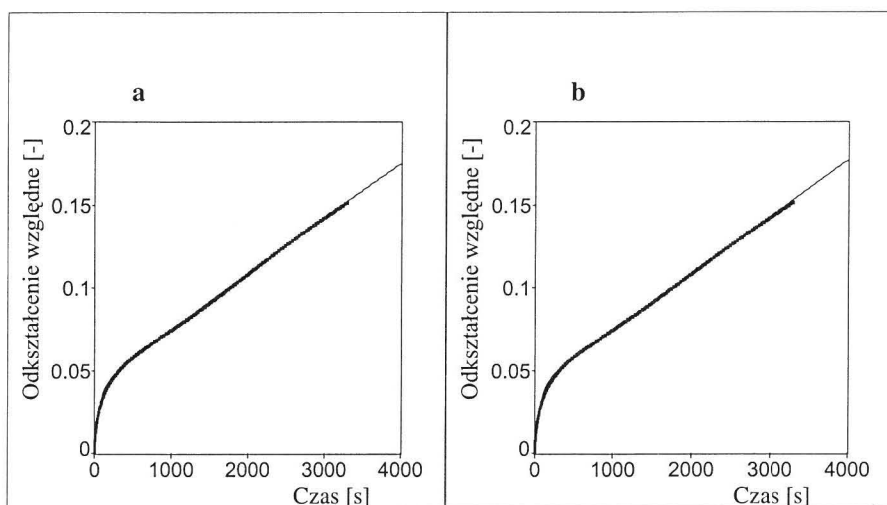
Fig. 1. Comparison of four-element Kelvin body and three-element Lethersich fluid.



Rys. 2. Zestawienie sześćoelementowego ciała stałego Kelvina oraz pięcioelementowej cieczy Lethersicha.

Fig. 2. Comparison of six-element Kelvin body and five-element Lethersich fluid.

Na Rys. 3 zamieszczono porównanie aproksymacji tego samego przebiegu w czasie 3300 sekund; wykorzystano tutaj czteroparametrowy model Kelvina-Voigta i trzyparametrowy model Lethersicha.



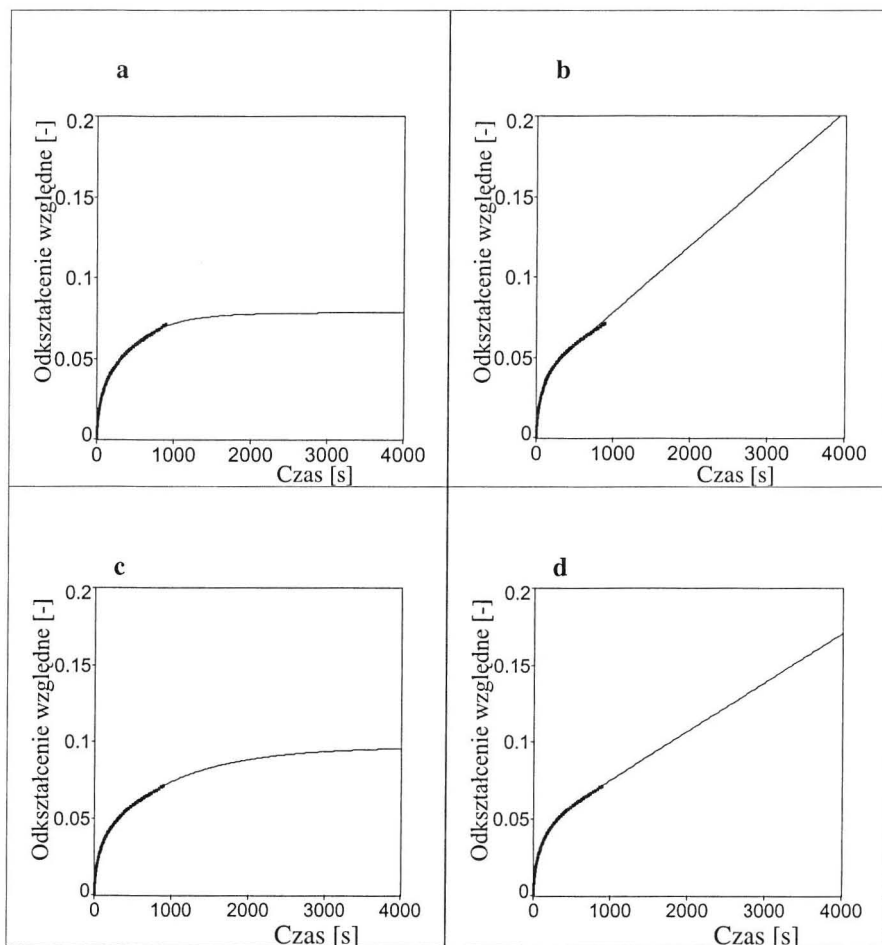
Rys. 3. Aproksymacje przebiegu $\varepsilon(t)$, czteroelementowy model Kelvina-Voigta (a) oraz trzyparametrowy Lethersicha (b).

Fig. 3. Approximate of $\varepsilon(t)$ function by four-element Kelvin (a) and three-element Lethersich (b) models.

W obu wariantach modelu Lethersicha pojawienie się stałych wartości parametrów miało miejsce po upływie 2000 sekund, jednakże istotne zmiany zachodziły już w czasie krótszym niż 1200 sekund. Fakt ten umożliwia skrócenie czasu przeprowadzenia pomiarów poprzez wykorzystanie ekstrapolacji do prognozowania zmian odkształcenia w czasie. Jest to szczególnie ważne dla materiału pochodzenia roślinnego, w którym począwszy od momentu wycięcia próbki narasta intensywność przemian fizykochemicznych i biologicznych [11,12,14].

Natomiast innego rodzaju problemem jest praktyczne obliczenie wartości parametrów modelu Lethersicha dla eksperymentu przebiegającego w czasie krótszym niż 300 sekund. Przyjęte kryterium maksymalnej wartości współczynnika korelacji nie wyklucza możliwości pojawienia się alternatywnych przebiegów aproksymacyjnych, a w konsekwencji kilku wariantów wyników uzyskanych przy powtarzaniu pomiaru. Takie ograniczenia nie pojawiły się przy wykorzystaniu modelu Kelvina-Voigta.

Omówione przesłanki były podstawą przyjęcia 900 s przebiegu eksperymentu pełzania jako czasu granicznego, umożliwiające wykorzystanie obu rodzajów modeli do opisu zmian właściwości reologicznych badanego materiału. Rozpatrywano także przydatność modeli do prognozowania tego przebiegu na podstawie ekstrapolacji wybranych funkcji do 4000 s (Rys.4).



Rys. 4. Ekstrapolacje przebiegu $\varepsilon(t)$, (a) cztero- oraz (c) sześćoelementowy model Kelvina-Voigta, (b) trzy- oraz (d) pięcioelementowy model Lethersicha.

Fig. 4. Extrapolations of $\varepsilon(t)$ function by (a) four- and (c) six-element Kelvin model, (b) three- and (d) five-element Lethersich model.

Konfrontacja ekstrapolacji równania (6), charakterystycznego dla pięcioelementowego modelu Lethersicha, z przebiegiem rzeczywistym (Rys. 3) potwierdza przydatność tego modelu do opisu zmian właściwości reologicznych tkanki mięszu buraka ćwikłowego podczas testu pełzania.

W Tabeli 3 zamieszczono obliczone średnie wartości parametrów rozpatrywanych modeli. Badano 25 korzeni, zastosowano obciążenie na poziomie 50% oraz 75% F_{max} , czas trwania próby wynosił 900 sekund.

Tabela 3. Średnie wartości parametrów modeli, czas testu 900 sekund
Table 3. The mean values of model's parameter in 900 second test time

Obciążenie	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	E_3 [MPa]	η_1 [MPa·s]	η_2 [MPa·s]	η_3 [MPa·s]
Model Kelvina-Voigta sześcioparametrowy						
50% F_{max}	15	98	194	25862	8008	1898
75% F_{max}	30	101	211	27942	7557	1798
Model Kelvina-Voigta czteroparametrowy						
50% F_{max}	23	96		15916	2050	
75% F_{max}	34	100		15965	2201	
Model Lethersicha pięcioparametrowy						
Obciążenie	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	η_1 [MPa·s]	η_2 [MPa·s]	η_a [MPa·s]	
50% F_{max}	67	154	8867	1569	42023	
75% F_{max}	76	177	10154	1675	55035	
Model Lethersicha trzyparametrowy						
50 % F_{max}	56		2783		33383	
75% F_{max}	65		3176		42792	

Zakres zmienności wartości średnich zamieszczonych w Tabeli 3, obliczony na poziomie istotności równym 0,05 nie przekraczał $\pm 15\%$ danej wartości.

Z zestawienia średnich wartości parametrów (Tab. 3) wynika, że wzrost wartości stałego obciążenia przyjętego podczas testu pełzania wywołuje istotną zmianę tylko w jednym z dwuelementowych członów układu szeregowo-równoległego przyjętego uogólnionego modelu Kelvina. Sugerowałoby to niewielkie

oddziaływanie obciążenia na pozostałe człony tego modelu, co jest zaprzeczeniem samym w sobie i podważałoby sens fizyczny jego przyjęcia. Fakt ten dodatkowo ogranicza możliwości wykorzystania modelu Kelvina do opisanie zjawisk zachodzących w badanym materiale.

Jak wynika z zestawienia średnich wartości parametrów modelu Lethersicha, wzrost obciążenia wywołuje zarówno zwiększenie wartości modułu sprężystości, jak i lepkości dynamicznej. Oznacza to, że pod względem reologicznym badany materiał posiada właściwości cieczy. Fakt ten ma niewątpliwą związek z właściwościami fizycznymi tkanki mięszu korzenia buraka ćwikłowego, która w ponad 80% składa się z wody.

WNIOSKI

1. Do opisu przebiegu procesu pełzania tkanki mięszu buraka ćwikłowego istotnym jest wyznaczenie momentu, w którym pojawia się faza płynięcia lepkiego oraz przyjęcie odpowiedniego modelu matematycznego. Dla przyjętych warunków realizacji testu było to 900 sekund, natomiast najbardziej przydatnym okazał się pięcioelementowy model Lethersicha. Stwierdzono także, że uogólnione modele Kelvina-Voigta oraz Burgersa przyjmują postać zbliżoną do tego modelu.
2. Model Lethersicha może być wykorzystany do odwzorowania cech reologicznych badanego materiału w aspekcie fenomenologicznym; pozwala także prognozować dalszy przebieg funkcji $\varepsilon(t)$. Pod względem reologicznym badany materiał ma właściwości cieczy o charakterze nieliniowym, stąd wynika konieczność zastosowania równania wieloparametrowego.

PIŚMIENNICTWO

1. **Bzowska-Bakalarz M., Bochyński W.:** Badanie właściwości mechanicznych korzeni buraka cukrowego-test pełzania. Zeszyty Problemowe Podstaw Nauk Rolniczych, 402, 163-171, 1992.
2. **Datta A., Morrow C.T.:** Graphical and computational analysis of creep curves. Trans. of the ASAE, 26(6), 1870-1874, 1983.
3. **Derski W.:** Zarys mechaniki ośrodków ciągłych. PWN, Warszawa 1975.
4. **Derski W., Ziemia S.:** Analiza modeli reologicznych. PWN, Warszawa, 1968.
5. **Ferguson J., Kembłowski Z.:** Reologia stosowana płynów. MARCUS, Łódź 1995.
6. **Horvath M.:** Mechanical and agricultural properties of some agricultural materials. Proceedings of the 2nd International Conference Physical Properties of Agricultural Materials, Gődöllő, 1980.

7. **Kisiel I.:** Reologiczne równania stanu ośrodków quasiliniowych. PAN, Wrocław, 1980.
8. **Lichtensteiniger M.J., Holmes R.G., Hamdy M.Y., Blaisdel J.L.:** Evaluation of Kelvin model coefficients for viscoelastic spheres. Trans. of the ASAE, 31(1), 288-292, 1988.
9. **Nowacki W.:** Teoria pełzania. Arkady Warszawa, 1973.
10. **Nowicki W., Banasik P., Kołodziejczyk P.:** Creep process of beet roots subject to axial compression. Transactions of the 1st International Conference Physical Properties of Plant Materials, Lublin, 1976.
11. **Pitt R.E., Chen H.L.:** Time-dependent aspects of the strengths and rheology of vegetative tissue. Trans. of the ASAE, 26(4), 1275-1280, 1983.
12. **Rao M.A., Rizvi S.S.H.:** Engineering Properties of Foods. 2nd edit. Marcel Dekter Inc. New York, 1995.
13. **Reiner M.:** Reologia teoretyczna. PWN, Warszawa, 1956.
14. **Sitkei G.:** Mechanics of agricultural materials. Akademiai Kiado, Budapest, 1987.
15. **Wilczyński K.:** Reologia w przetwórstwie tworzyw sztucznych. WNT, Warszawa, 2001.

ANALYSIS OF CREEP PROGRESS OF RED BEET FLESH TISSUE PART II - VISCOUS CREEP

J. Bohdziewicz

Institute of Agricultural Engineering, University of Agriculture
ul. Chelmońskiego 37/41, 51-630 Wrocław
e-mail: bohdziewicz@imr.ar.wroc.pl ; bohdziewicz@magma-net.pl

Abstract. The paper presents changes of rheological properties of red beet flesh tissue, determined by creep test. It was 900 second accept as time which viscous creep started on assumed test conditions. The five-element Lethersich model for describe of instantaneous modulus E , absolute viscosity η and apparent viscosity η_a value changes, was applied. It was found that tested material had rheological properties analogous to fluid with nonlinear characteristic.

Key words: creep, rheological model, red beet.