ZESZYTY PROBLEMOWE POSTĘPÓW NAUK ROLNICZYCH 1990 z. 379

ZASTOSOWANIE METODY PROGRAMOWANIA LEKSYKOGRAFICZNEGO W OPTYMALIZACJI PRZEWOZÓW PRODUKTÓW KOOPERACJI MIĘDZYZAKŁADOWEJ

Zdzisław Jakubowski, Andrzej Matuszewski, Wojciech Meixner

Katedra Ekonomiki i Organizacji Drzewnictwa AR w Poznaniu

Celem pracy jest ustalenie metody optymalizowania przewozów produktów kooperacji wewnętrznej - międzyzakładowej, przy założeniu kilku funkcji celu. Jednokryteriowe modele optymalizacji przepływów kooperacji międzyzakładowej, aczkolwiek w sposób istotny ułatwiają znalezienie rozwiązania optymalnego, to jednak ze względu na liczne uproszczenia w założeniach wejściowych mało dokładnie opisują rzeczywistość. Dlatego m.in. wyniki uzyskiwane w praktyce dalekie są od rozwiązań teoretycznych.

Metodą dokładniej opisującą rzeczywistość, niż dzieje się to w przypadku modelu opartego na jednej funkcji kryterium, jest model wykorzystujący zasady programowania wielokryteriowego, znanego w literaturze pod nazwą programowania leksykograficznego [1-7]. Badania przeprowadzone tą metodą polegają na wyszukaniu w zbiorze rozwiązań optymalnych rozwiązań dopuszczalnych zgodnie z oceną najważniejszej ze shierarchizowanych funkcji kryteriów. W tak otrzymanym zbiorze poszukuje się z kolei rozwiązań optymalnych zgodnie z oceną ważności następnej funkcji kryterium. Postępowanie takie powtarza się tyle razy, ile jest funkcji celu w przyjętym modelu decyzyjnym. Budowa modeli wielokryteriowych jest tylko wtedy uzasadniona, jeżeli między parametrami cechującymi poszczególne funkcje celu nie zachodzą proste zależności proporcjonalne. W odwrotnej sytuacji model wielokryteriowy można zastąpić zwykłym modelem jednokryteriowym.

Zakres pracy obejmuje:

1) zbudowanie modelu wielokryteriowego wyboru optymalnej struktury przewozów kooperacyjnych,

2) weryfikację modelu w warunkach wielozakładowego przedsiębiorstwa przemysłu meblarskiego o rozwiniętym układzie powiązań kooperacji wewnętrznej.

Weryfikację metody przeprowadzono na podstawie danych uzyskanych ze Swarzędzkich Fabryk Mebli. Dotyczą one kooperacji elementów litych dla istniejącego w badanym okresie układu lokalizacji czterech przyrzynalni tych elementów.

WIELOKRYTERIOWY MODEL WYBORU OPTYMALNEJ STRUKTURY PRZEWOZÓW KOOPERACYJNYCH

W zbudowanym modelu - wyboru optymalnej struktury przewozów kooperacji wewnętrznej posłużono się czterema funkcjami celu:

1) kosztów transportu,

2) ilości zużytego paliwa przez wszystkie środki transportowe przewożące produkty kooperacyjne,

3) łącznego czasu wszystkich środków transportowych obsługujących powiązania kooperacji wewnętrznej,

4) odległości przewozowych (kilometrów).

Najważniejszym parametrem charakteryzującym transport w kooperacji międzyzakładowej są łączne koszty przewozów wszystkich produktów podlegających kooperacji. Łączne zużycie paliwa jest istotne z uwagi na ograniczoną dostępność paliw pędnych. Minimalizacja czasu pracy środków transportowych umożliwia zmniejszenie liczby środków transportowych wykorzystywanych przez przedsiębiorstwo. Łączna odległość przewozowa ma znaczenie również dla obciążenia dróg komunikacyjnych i ochrony środowiska naturalnego.

W zbudowanym modelu leksykograficznym przyjęto następujące założnia wejściowe:

1) transport międzyzakładowy realizowany jest za pomocą tylko jednego typu środka,

2) transport odbywa się wyłącznie na znormalizowanych paletach jednego typu,

3) kryterium oceny stanowi zbiór shierarchizowanych funkcji celu,

4) transport odbywa się wyłącznie w układzie promieniowym jednokierunkowym,

5) wektor podaży i popytu w rozpatrywanym okresie nie zmienia się,

6) transportowi podlegają wyłącznie elementy jednorodnego typu,

7) wykorzystuje się pełną ładowność środków transportowych.

Koszty transportu określono według zależności:

$$K = f\,(c_d,\ c_t), \tag{1}$$

gdzie:

K - łączny koszt transportu obliczony dla modelu leksykograficznego,

c_d - czynniki uzależniające koszt transportu od odległości przewozu,

c_t - czynniki uzależniające koszt transportu od czasu pracy środka transportowego.

Do czynników uzależniających koszt transportu od odległości przewozowej należą: paliwo i smary, zużycie ogumienia i części zamiennych, obsługa i naprawy. Czas pracy środka transportowego wpływa na wysokość wynagrodzenia kierowców, kosztów wydziałowych. Uznano, że zużycie paliwa nie zależy wyłącznie od odległości przemieszczania się, lecz również od średniej prędkości jazdy, liczby zatrzymań na drodze (co wynika np. z szerokości jezdni, natężenia ruchu, występowania skrzyżowań, przejazdów kolejowych itp.) itd.

Dane określające zużycie paliwa na trasie tam i z powrotem zestawiono w postaci macierzy Z:

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{m1} & z_{m2} & \dots & z_{mn} \end{bmatrix} \tag{2}$$

gdzie:

Z - macierz zużycia paliwa,

z_{ij} - zużycie paliwa na trasie z i-tego do j-tego zakładu i w drodze powrotnej.

W celu minimalizacji drogi przebytej przez środki transportowe zbudowano macierz odległości zakładów D', uwzględniając drogę powrotną środka transportowego:

$$D' = 2.D = \begin{bmatrix} d'_{11} & d'_{12} & \dots & d'_{1n} \\ d'_{21} & d'_{22} & \dots & d'_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d'_{m1} & d'_{m2} & \dots & d'_{mn} \end{bmatrix} \tag{3}$$

gdzie:

D' - macierz odległości międzyzakładowych z uwzględnieniem drogi powrotnej,

d'_{ij} - odległość z i-tego zakładu do j-tego zakładu z uwzględnieniem drogi powrotnej, czyli:

$$d'_{ij} = 2 \cdot d_{ij}.$$

Czas pracy środka transportowego zależy od czasu przejazdu między zakładami przy założeniu, że jest on jednakowy w drodze tam i z powrotem, oraz od czasu załadunku i wyładunku:

$$t_{ij} = 2 \cdot t^p_{ij} + t^z_i + t^w_j \quad (i = 1, 2, \dots, m;\ j = 1, 2, \dots, n), \tag{4}$$

gdzie:

t_{ij} - czas pracy środka transportowego podczas jednego kursu na trasie z i-tego do j-tego zakładu i z powrotem,

t^p_{ij} - czas przejazdu z i-tego do j-tego zakładu,

t^z_i - czas załadunku w i-tym zakładzie,

t^w_j - czas wyładunku w j-tym zakładzie.

Obliczenia według powyższego wzoru wykonano posługując się danymi zapisanymi w formie macierzy. Czas przejazdu zestawiono w macierzy przejazdów T^p, czas załadunku środków transportowych dla poszczególnych zakładów wchodzących w skład przedsiębiorstwa zapisano w formie wektora czasów załadunku T^z, czasy wyładunku - w formie wektora czasów wyładunku T^w.

Dane zapisane w macierzy T^p i wektorach T^w oraz T^z posłużyły do utworzenia macierzy czasu pracy środka transportowego podczas jednego cyklu przewozowego T zgodnie z następującym wzorem:

$$T = 2 \cdot T^p + T^w + T^z. \tag{5}$$

Koszty transportu zależne od odległości przewozów ustalono według wzoru zapisanego w postaci macierzy:

$$K^p = 2 \cdot q^p \cdot D, \tag{6}$$

natomiast zależne od czasu pracy środka transportowego obliczono według formuły:

$$K^t = q^t \cdot T, \tag{7}$$

gdzie:

K^p - macierz kosztów transportu zależnych od odległości przewozów,

K^t - macierz kosztów transportu zależnych od czasu pracy środka transportowego,

q^p - jednostkowy koszt transportu w zależności od odległości przewozu,

q^t - jednostkowy koszt pracy środka transportowego w czasie jednej godziny.

Całkowity koszt transportu międzyzakładowego ustalono według wzoru zapisanego w formie macierzy:

$$K^c = K^p + K^t, \tag{8}$$

gdzie K^c - koszty całkowite transportu.

Jak wynika z przeprowadzonego rozumowania, między parametrami stanowiącymi funkcje celu nie zachodzą proste zależności proporcjonalne. W tej sytuacji uzasadnione jest budowanie modelu leksykograficznego. Model ten zapisać można w następującej postaci:

1) funkcje kryterium

a) funkcja minimalizacji kosztów przewozów

- postać ogólna

$$K^c = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} k_{ij}^c \cdot y_{ij} \Rightarrow \min \qquad (i = 1, 2, \ldots, m; \; j = 1, 2, \ldots, n), \quad (9)$$

gdzie y_{ij} - liczba przejazdów na trasie z i-tego do j-tego zakładu,

$$y_{ij} = \frac{x_{ij}}{5}, \qquad (10)$$

gdzie x_{ij} - wielkość przewozu na trasie z i-tego do j-tego zakładu,

- postać szczegółowa

$$K^c = k_{11}^c \cdot y_{11} + k_{12}^c \cdot y_{12} + \ldots + k_{1n}^c \cdot y_{1n} + k_{21}^c \cdot y_{21} + k_{22}^c \cdot y_{22} + \\ + \ldots + k_{2n}^c \cdot y_{2n} + \ldots + k_{m1}^c \cdot y_{m1} + k_{2m}^c \cdot y_{m2} + \ldots + \\ + k_{mn}^c \cdot y_{mn} \Rightarrow \min, \qquad (11)$$

b) funkcja minimalizacji zużycia paliwa:

- postać ogólna

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} z_{ij} \cdot y_{ij} \Rightarrow \min, \qquad (12)$$

- postać szczegółowa

$$Z = z_{11} \cdot y_{11} + z_{12} \cdot y_{12} + \ldots + z_{1n} \cdot y_{1n} + z_{21} \cdot y_{21} + z_{22} \cdot y_{22} + \\ + \ldots + z_{2n} \cdot y_{2n} + \ldots + z_{m1} \cdot y_{m1} + z_{m2} \cdot y_{m2} + \ldots + z_{mn} \cdot y_{mn} \Rightarrow \min, \qquad (13)$$

c) funkcja minimalizacji czasu pracy środka transportowego:

- postać ogólna

$$T = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} t_{ij} \cdot y_{ij} \Rightarrow \min, \qquad (14)$$

- postać szczegółowa

$$T = t_{11} \cdot y_{11} + t_{12} \cdot y_{12} + \ldots + t_{1n} \cdot y_{1n} + t_{21} \quad y_{21} + t_{22} \cdot y_{22} + \\ + \ldots + t_{2n} \cdot y_{2n} + \ldots + t_{m1} \cdot y_{m1} + t_{m2} \cdot y_{m2} + \ldots + t_{mn} \cdot y_{mn} \Rightarrow \min, \qquad (15)$$

d) funkcja minimalizacji odległości przewozowych:

- postać szczegółowa

$$D' = d'_{11} \cdot y_{11} + d'_{12} \cdot y_{12} + \ldots + d'_{1n} \cdot y_{1n} + d'_{21} \cdot y_{21} + d'_{22} \cdot y_{22} + \\ + \ldots + d'_{2n} \cdot y_{2n} + \ldots + d'_{m1} \cdot y_{m1} + d'_{m2} \cdot y_{m2} + \ldots + d'_{mn} \cdot y_{mn} \Rightarrow \min, \tag{17}$$

2) warunki ograniczające dla kooperantów czynnych
- postać ogólna

$$\sum_{j=1}^{n} y_{ij} = \frac{a_i}{v}, \tag{18}$$

gdzie v - ładowność wybranego środka transportowego,
- postać szczegółowa

$$\begin{aligned} y_{11} + y_{21} + \ldots + y_{m1} &\leqslant \frac{a_1}{v} \\ y_{12} + y_{22} + \ldots + y_{m2} &\leqslant \frac{a_2}{v} \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots & \quad \ldots \\ y_{1n} + y_{2n} + \ldots + y_{mn} &\leqslant \frac{a_n}{v} \end{aligned} \tag{19}$$

3) warunki ograniczające dla kooperantów biernych
- postać ogólna

$$\sum_{i=1}^{m} y_{ij} = \frac{b_j}{v}, \tag{20}$$

- postać szczegółowa

$$\begin{aligned} y_{11} + y_{21} + \ldots + y_{m1} &= \frac{b_1}{v} \\ y_{12} + y_{22} + \ldots + y_{m2} &= \frac{b_2}{v} \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots & \quad \ldots \\ y_{1n} + y_{2n} + \ldots + y_{mn} &= \frac{b_n}{v} \end{aligned} \tag{21}$$

4) warunki bazowe

$$y_{ij} \geqslant 0 \qquad (i = 1, 2, ,,,, m; \; j = 1, 2, \ldots, n). \tag{22}$$

W niniejszej pracy postanowiono również przebadać 2 warianty hierarchizowania funkcji celu (w porządku malejącej ważności kryterium):

1) minimalizacja: kosztów przewozów, zużycia paliwa, czasu pracy środków transportowych, odległości przewozowych.

2) minimalizacja: kosztów przewozów, czasu pracy środków transportowych, zużycia paliwa, odległości przewozowych.

W celu dalszych obliczeń funkcji kryteria zapisano w postaci macierzy. Wielkość zapotrzebowania na środki transportowe u kooperantów czynnych przedstawiono w zapisie wektorowym A^E i podobnie dla kooperantów biernych B^E.

Przedstawiony model matematyczny jest modelem liniowym wielokryteriowym i może być rozwiązany metodami programowania leksykograficznego. Model ten pozwala na ustalenie takiego planu przewozów międzyzakładowych, który uwzględniać będzie warunki ograniczające określone równaniami bilansowymi (18 i 20 lub 19 i 21), oraz warunki bazowe (22) i jednocześnie będą w nim zawarte zoptymalizowane funkcje celu określone równaniami (9, 12, 14 i 16 lub 11, 13, 15 i 17).

WERYFIKACJA MODELU W WARUNKACH WIELOZAKŁADOWEGO PRZEDSIĘBIORSTWA PRZEMYSŁU MEBLARSKIEGO

Na podstawie podanych założeń metodycznych oraz danych ze Swarzędzkich Fabryk Mebli utworzono model wyboru optymalnej struktury przewozów produktów kooperacji międzyzakładowej dla Swarzędzkich Fabryk Mebli. Dotyczy on kooperacji elementów litych produkowanych w istniejących czterech przyrzynalniach. Model ten ma następującą postać:

1) funkcje kryterium

a) funkcja minimalizacji kosztów przewozów

$$K' = K^C \cdot Y \Rightarrow \min,$$

czyli

$$= \begin{bmatrix} 0 & 203 & 655 & 955 & 1488 & 2861 & 4703 & 4248 \\ 203 & 0 & 452 & 1158 & 1507 & 3064 & 4906 & 4451 \\ 655 & 452 & 0 & 1610 & 2142 & 3516 & 5358 & 4834 \\ 955 & 1158 & 1610 & 0 & 533 & 1999 & 3841 & 3386 \\ 1488 & 1507 & 2142 & 533 & 0 & 1467 & 3216 & 2760 \\ 2861 & 3064 & 3516 & 1999 & 1467 & 0 & 1842 & 1403 \\ 4703 & 4906 & 5358 & 3841 & 3216 & 1842 & 0 & 1385 \\ 4248 & 4451 & 4834 & 3386 & 2760 & 1403 & 1385 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} & y_{16} & y_{17} & y_{18} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} & y_{26} & y_{27} & y_{28} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} & y_{35} & y_{36} & y_{37} & y_{38} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} & y_{45} & y_{46} & y_{47} & y_{48} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} & y_{54} & y_{55} & y_{56} & y_{57} & y_{58} \\ y_{61} & y_{62} & y_{63} & y_{64} & y_{65} & y_{66} & y_{67} & y_{68} \\ y_{71} & y_{72} & y_{73} & y_{74} & y_{75} & y_{76} & y_{77} & y_{78} \\ y_{81} & y_{82} & y_{83} & y_{84} & y_{85} & y_{86} & y_{87} & y_{88} \end{bmatrix} \Rightarrow \min$$

b) funkcja minimalizacji zużycia paliwa

$$K' = Z \cdot Y \Rightarrow \min,$$

czyli

$$Z' = \begin{bmatrix} 0 & 1,1 & 4,7 & 7,6 & 11,9 & 36 & 60 & 47,5 \\ 1,1 & 0 & 3,6 & 8,7 & 13 & 37,1 & 61,1 & 48,6 \\ 4,7 & 3,6 & 0 & 12,3 & 16,6 & 40,7 & 64,7 & 52,2 \\ 7,6 & 8,7 & 12,3 & 0 & 4,3 & 28,4 & 52,4 & 39,9 \\ 11,9 & 13 & 16,6 & 4,3 & 0 & 24,1 & 48,1 & 35,6 \\ 36 & 37,1 & 40,7 & 28,4 & 24,1 & 0 & 24 & 11,5 \\ 60 & 61,1 & 64,7 & 52,4 & 48,1 & 24 & 0 & 17,5 \\ 47,5 & 48,6 & 52,2 & 39,9 & 35,6 & 11,5 & 17,5 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} & y_{16} & y_{17} & y_{18} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} & y_{26} & y_{27} & y_{28} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} & y_{35} & y_{36} & y_{37} & y_{38} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} & y_{45} & y_{46} & y_{47} & y_{48} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} & y_{54} & y_{55} & y_{56} & y_{57} & y_{58} \\ y_{61} & y_{62} & y_{63} & y_{64} & y_{65} & y_{66} & y_{67} & y_{68} \\ y_{71} & y_{72} & y_{73} & y_{74} & y_{75} & y_{76} & y_{77} & y_{78} \\ y_{81} & y_{82} & y_{83} & y_{84} & y_{85} & y_{86} & y_{87} & y_{88} \end{bmatrix} \Rightarrow \min$$

c) funkcja minimalizacji czasu pracy środka transportowego

$$T' = T \cdot Y \Rightarrow \min,$$

czyli

$$T' = \begin{bmatrix} 0 & 90 & 140 & 60 & 210 & 240 & 300 & 370 \\ 90 & 0 & 110 & 190 & 240 & 170 & 330 & 400 \\ 140 & 110 & 0 & 240 & 290 & 320 & 380 & 450 \\ 160 & 190 & 240 & 0 & 110 & 160 & 220 & 290 \\ 210 & 240 & 290 & 110 & 0 & 110 & 150 & 220 \\ 240 & 270 & 320 & 160 & 110 & 0 & 120 & 190 \\ 300 & 330 & 380 & 220 & 150 & 120 & 0 & 130 \\ 370 & 400 & 450 & 290 & 220 & 190 & 130 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} & y_{16} & y_{17} & y_{18} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} & y_{26} & y_{27} & y_{28} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} & y_{35} & y_{36} & y_{37} & y_{38} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} & y_{45} & y_{46} & y_{47} & y_{48} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} & y_{54} & y_{55} & y_{56} & y_{57} & y_{58} \\ y_{61} & y_{62} & y_{63} & y_{64} & y_{65} & y_{66} & y_{67} & y_{68} \\ y_{71} & y_{72} & y_{73} & y_{74} & y_{75} & y_{76} & y_{77} & y_{78} \\ y_{81} & y_{82} & y_{83} & y_{84} & y_{85} & y_{86} & y_{87} & y_{88} \end{bmatrix} \Rightarrow \min$$

d) funkcja minimalizacji odległości przewozowych

$$D'' = D' \cdot Y \Rightarrow \min,$$

czyli

$$D'' = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 20 & 40 & 68 & 120 & 250 & 190 \\ 4 & 0 & 16 & 44 & 72 & 124 & 254 & 194 \\ 20 & 16 & 0 & 60 & 88 & 140 & 270 & 210 \\ 40 & 44 & 60 & 0 & 28 & 80 & 210 & 150 \\ 68 & 72 & 88 & 28 & 0 & 52 & 182 & 122 \\ 120 & 124 & 140 & 80 & 52 & 0 & 130 & 74 \\ 250 & 254 & 270 & 210 & 182 & 130 & 0 & 76 \\ 190 & 194 & 210 & 150 & 122 & 74 & 76 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} & y_{16} & y_{17} & y_{18} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} & y_{26} & y_{27} & y_{28} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} & y_{35} & y_{36} & y_{37} & y_{38} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} & y_{45} & y_{46} & y_{47} & y_{48} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} & y_{54} & y_{55} & y_{56} & y_{57} & y_{58} \\ y_{61} & y_{62} & y_{63} & y_{64} & y_{65} & y_{66} & y_{67} & y_{68} \\ y_{71} & y_{72} & y_{73} & y_{74} & y_{75} & y_{76} & y_{77} & y_{78} \\ y_{81} & y_{82} & y_{83} & y_{84} & y_{85} & y_{85} & y_{86} & y_{87} \end{bmatrix} \Rightarrow \min$$

2) warunki ograniczające dla kooperantów czynnych

zakład nr 1	$y_{11} + y_{12} + y_{13} + y_{14} + y_{15} + y_{16} + y_{17} + y_{18} \leq 164,4$
zakład nr 2	$y_{21} + y_{22} + y_{23} + y_{24} + y_{25} + y_{26} + y_{27} + y_{28} \leq 68$
zakład nr 3	$y_{31} + y_{32} + y_{33} + y_{34} + y_{35} + y_{36} + y_{37} + y_{38} \leq 0$
zakład nr 4	$y_{41} + y_{42} + y_{43} + y_{44} + y_{45} + y_{46} + y_{47} + y_{48} \leq 0$
zakład nr 5	$y_{51} + y_{52} + y_{53} + y_{54} + y_{55} + y_{56} + y_{57} + y_{58} \leq 352,2$
zakład nr 6	$y_{61} + y_{62} + y_{63} + y_{64} + y_{65} + y_{66} + y_{67} + y_{68} \leq 0$
zakład nr 7	$y_{71} + y_{72} + y_{73} + y_{74} + y_{75} + y_{76} + y_{77} + y_{78} \leq 0$
zakład nr 8	$y_{81} + y_{82} + y_{83} + y_{84} + y_{85} + y_{86} + y_{87} + y_{88} \leq 56,6$

3) warunki ograniczające dla kooperantów biernych

zakład nr 1	$y_{11} + y_{21} + y_{31} + y_{41} + y_{51} + y_{61} + y_{71} + y_{81} = 123,2$
zakład nr 2	$y_{12} + y_{22} + y_{32} + y_{42} + y_{52} + y_{62} + y_{72} + y_{82} = 86,6$
zakład nr 3	$y_{13} + y_{23} + y_{33} + y_{43} + y_{53} + y_{63} + y_{73} + y_{83} = 30,2$
zakład nr 4	$y_{14} + y_{24} + y_{34} + y_{44} + y_{54} + y_{64} + y_{74} + y_{84} = 66,2$
zakład nr 5	$y_{15} + y_{25} + y_{35} + y_{45} + y_{55} + y_{65} + y_{75} + y_{85} = 219,2$
zakład nr 6	$y_{16} + y_{26} + y_{36} + y_{46} + y_{56} + y_{66} + y_{67} + y_{86} = 42$
zakład nr 7	$y_{17} + y_{27} + y_{37} + y_{47} + y_{57} + y_{67} + y_{77} + y_{87} = 36$
zakład nr 8	$y_{18} + y_{28} + y_{38} + y_{48} + y_{58} + y_{68} + y_{78} + y_{88} = 37,8$

4) warunki bazowe

$$y_{ij} \geq 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, 8;\ j = 1, 2, \ldots, 8)$$

5) wektor zapotrzebowania na środki transportowe w zakładach pełniących rolę kooperanta czynnego i biernego

$$A^E = [164,4 \quad 68 \quad 0 \quad 0 \quad 352,2 \quad 0 \quad 0 \quad 56,6]$$

$$B^E = [123,2 \quad 86,6 \quad 30,2 \quad 66,2 \quad 219,2 \quad 42 \quad 36 \quad 37,8]$$

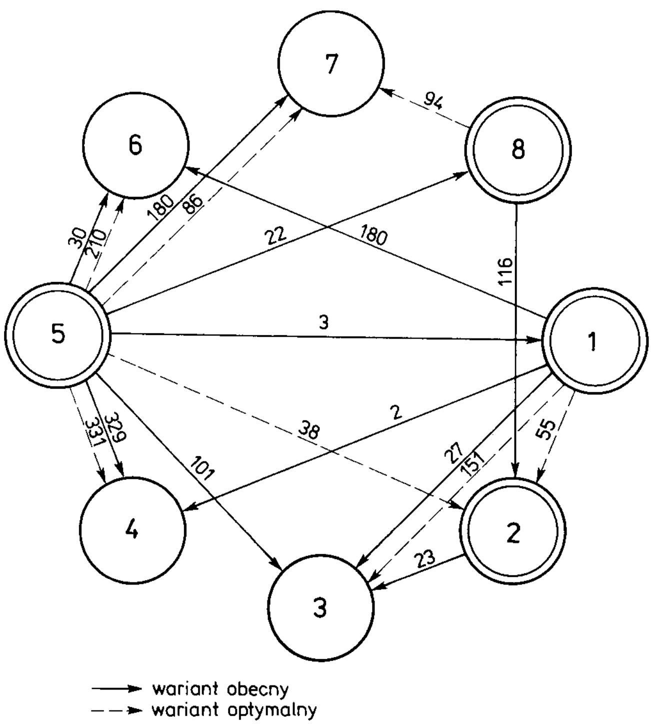
Po sprawdzeniu, że mamy do czynienia z zagadnieniem zbilansowanym (gdyż $\sum_{i=1}^{8} \frac{a_i}{v} = 641,2$ oraz $\sum_{j=1}^{8} \frac{b_i}{v} = 641,2$), można wyznaczyć optymalny plan przewozów, czyli macierz przepływów X. Rozwiązanie optymalne w postaci macierzy przepływów X przybiera następującą postać:

- dla pierwszego wariantu obliczeń

$$X = \begin{bmatrix} 616 & 55 & 151 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 340 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 38 & 0 & 331 & 1096 & 210 & 86 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 94 & 189 \end{bmatrix}$$

- dla drugiego wariantu obliczeń

$$X = \begin{bmatrix} 616 & 55 & 151 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 340 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 38 & 0 & 331 & 1096 & 210 & 86 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 94 & 189 \end{bmatrix}$$



Obliczone wartości funkcji celów wynoszą:

- dla pierwszego wariantu obliczeń: $K' = 211676$ zł, $Z' = 2707$ l, $T' = 23968$ min, $D'' = 9792$ km,
- dla drugiego wariantu obliczeń: $K' = 211676$ zł, $Z' = 2706$ l, $T' = 23968$ min, $D'' = 9792$ km.

Nowe optymalne struktury przewozów produktów kooperacyjnych na tle aktualnej struktury powiązań kooperacyjnych w SFM, wraz z zaznaczonymi kosztami transportu na poszczególnych trasach przedstawia rysunek 1. Na rysunku 2 przedstawiono struktury powiązań kooperacyjnych międzyzakładowych w wariantach optymalnych, ustalonych metodą jednokryteriową i metodą wielokryteriową.

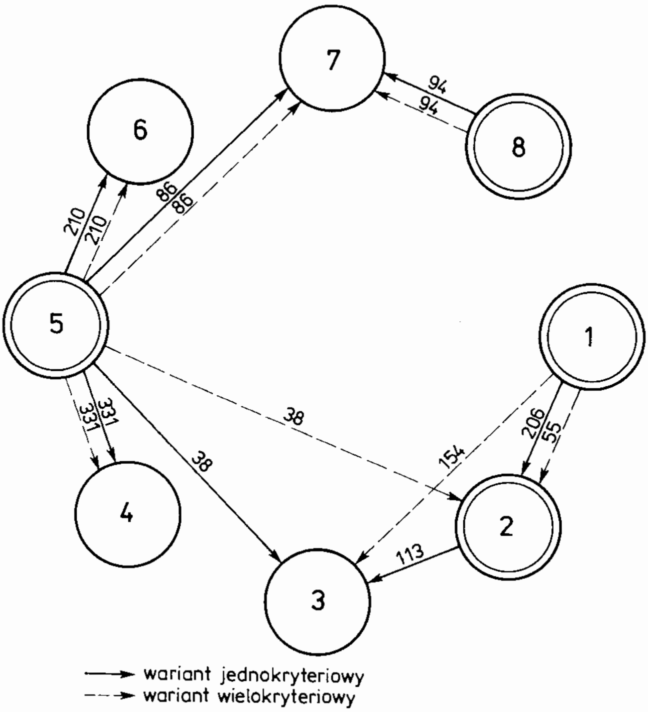
UOGÓLNIENIA KOŃCOWE I WNIOSKI

Przedstawiona w pracy metoda programowania leksykograficznego pozwala na zoptymalizowanie decyzji operacyjnych w sprawie kształtowania się struktury wewnętrznych przewozów produktów kooperacyjnych w wielkozakładowych przedsiębiorstwach o rozwiniętych powiązaniach kooperacyjnych. W stosunku do metody jednokryteriowej metoda wielokryteriowa jest dokładniejsza, ale bardziej pracochłonna przy zbieraniu i przetwarzaniu danych występujących w modelu.

Sposób hierarchizacji funkcji kryterium w modelu wielokryteriowym zależy od warunków istniejących w przedsiębiorstwie i przyjętych celów optymalizacji. Nie w każdych warunkach zmiana hierarchii ważności funkcji celów wpływać będzie na wynik obliczeń. Przypadek taki wystąpił podczas obliczeń weryfikacyjnych przeprowadzonych dla SFM.

Rys. 1. Porównanie struktury kooperacji w wariancie obecnym i optymalnym wielokryteriowym;

w a r i a n t o b e c n y	w a r i a n t o p t y m a l n y
$K = 202\ 384$ zł	$K = 98\ 679$ zł
$k' = 429\ 197$ zł	$K' = 211\ 676,64$ zł
$Z' = 5\ 415$ l	$Z' = 2\ 707$ l
$T' = 40\ 356$ min	$T' = 23\ 968$ min
$D'' = 21\ 172$ km	$D'' = 9\ 792$ km



Rys. 2. Porównanie struktury kooperacji w wariantach optymalnym jednokierunkowym i wielokryteriowym;

w a r i a n t j e d n o k r y t e r i o w y	w a r i a n t w i e l o k r y t e r i o w y
K = 98 690 zł	K = 98 679 zł
K' = 213 081,82 zł	K' = 211 676,64 zł
Z' = 2 707,9 l	Z' = 2 707,9 l
T' = 25 324 min	T' = 23 968 min
D'' = 9 792 km	D'' = 9 792 km

LITERATURA

1. Ben-Tal A., Zlobec S.: Convex Programming and the Lexicographic Multicriteria Problem. Akademie-Verlag Berlin. Math. Oper.-Stat., Berlin 1977, 8, 1.
2. Błażczak P.: Zastosowanie programowania celów w rolniczej problematyce organizacyjnej. Wyd. AR Poznań 1983.
3. Cybura A., Gomółka J.: O problematyce łącznej optymalizacji więcej niż jednej funkcji kryterium. Zag. Ekon. Rol., 1967, 4.
4. Evans J. P., Stener R. E.: A revised simple method for linear multiple objective programs. Math. Prog., 1973, 5.
5. Grudzewski W. M., Wermus M.: Problemy wielokryterialne w zagadnianiach podejmowania decyzji. Zarządzanie, 1979, 4.

6. Konarzewska-Gubała E.: Programowanie przy wielorakości celów. PWN, Warszawa 1980.
7. Nykowski I.: Programowanie liniowe. PWE, Warszawa 1984.

З. Якубовски, А. Матушевски, В. Мейкснер

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЛЕКСИКОГРАФИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ОПТИМИЗАЦИИ ТРАНСПОРТА ПРОДУКТОВ МЕЖЦЕХОВОЙ КООПЕРАЦИИ

Р е з ю м е

В статье описывается метод оптимизации транспорта продуктов внутренней кооперации при принятии нескольких функций цели для условий радиального транспорта. В построенной математической модели использовали:

1) функцию общей стоимости транспорта,
2) функцию количества потребленного горючего всеми средствами транспорта провозящими продукты кооперации,
3) функцию общего времени работы всех средств транспорта обслуживающих связи внутренней кооперации,
4) функцию расстояний транспорта во время реализации задач межцехового транспорта. Эти функции были соответственно иерархизованы.

Проведенная проверка показала, что многокритериевый метод в сравнении с однокритериевым методом более точный, однако более трудоемкий при сборе и переработке исходных данных.

Z. Jakubowski, A. Matuszewski, W. Meixner

APPLICATION OF THE LEXYCOGRAPHY PROGRAMMING METHOD IN OPTIMIZATION OF THE TRANSPORT OF INTERFACTORY COOPERATION PRODUCTS

S u m m a r y

The method of optimization of the transport of inner cooperation products at assumption of several functions of aim for the radial transport conditions is presented in the paper. In the constructed mathematical model the following aim functions were applied:

1) function of total costs of the transport,
2) function of the amount of fuel use by all transport means carrying cooperation products,
3) function of the total time of work of all transport means attending the inner transport connections,
4) function of transport distances during the realization of interfactory transport tasks. These functions have been hierarchized.

The performed verification showed that the many-criterion method was more accurate than the one-crietion one, but the former is more labour-consuming at collection and processing of the input data.