

## **WYZNACZANIE ZMIENNEGO W CZASIE MODUŁU ODKSZTAŁCENIA POSTACIOWEGO I OBJĘTOŚCIOWEGO MIĄŻSZU JABŁKA NA PODSTAWIE TESTU RELAKSACJI NAPRĘŻEŃ**

Zbigniew Stropek, Krzysztof Gołacki

Akademia Rolnicza w Lublinie

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono wyniki testów relaksacji naprężeń przeprowadzonych na walcowych próbkach miąższu jabłek odmiany Rubin w warunkach stanu jednoosiowego naprężenia i jednoosiowego odkształcenia. Umożliwiło to wyznaczenie zmiennych w czasie modułów odkształcenia postaciowego i objętościowego. Badania przeprowadzono w quasi-statycznych i udarowych warunkach obciążeń, co pozwoliło na porównanie zachowania się owoców przy różnych prędkościach wstępnej deformacji.

**Słowa kluczowe:** test relaksacji naprężeń, jabłko, lepkość, moduł odkształcenia postaciowego, moduł odkształcenia objętościowego

### **WSTĘP**

Mechanizacja procesu zbioru oraz transport i przeładunek powodują powstawanie niesprzyjających warunków prowadzących do wzrostu uszkodzeń w przetwarzanym materiale. Uszkodzenia w produktach rolniczych mogą pojawiać się w wielu różnych formach, których postać zależy od fizycznej i biologicznej budowy materiału oraz rodzaju obciążenia. Objawia się to najczęściej poprzez pęknięcia, przecięcia, stłuczenia i obicia związane z nadmiernym odkształceniem lub siłą pojawiającą się podczas uderzenia. W każdym przypadku jakość produktu zmniejsza się lub może prowadzić do jego całkowitego zniszczenia [Pang i in. 1992, Hung i Prussia 1989]. Ma to również swoje negatywne skutki podczas magazynowania uszkodzonego materiału, szczególnie warzyw i owoców, które zagrażają nieuszkodzonym produktom będącym w bezpośrednim kontakcie.

Liczne doniesienia literaturowe pokazują, że produkty rolnicze są ogólnie uszkodzane przez statyczne lub dynamiczne siły zewnętrzne oraz rzadziej przez siły wewnętrzne.

---

Adres do korespondencji – Corresponding Author: Zbigniew Stropek, Krzysztof Gołacki, Zakład Teorii Maszyn i Automatyki, Akademia Rolnicza w Lublinie, ul. Doświadczalna 50A, 20-280 Lublin, e-mail: stropek@faunus.ar.lublin.pl

Aby określić granicę wytrzymałości na obciążenie materiałów roślinnych, niezbędna jest znajomość ich właściwości mechanicznych w prostych stanach naprężenia przy rozciąganiu, ściskaniu lub ścinaniu zarówno w warunkach statycznych, jak i dynamicznych. Jedną z metod określenia zależności między naprężeniem a odkształceniem w obciążanym materiale roślinnym są testy relaksacji naprężeń. Celem pracy było wyznaczanie zmiennego w czasie modułu odkształcenia postaciowego i objętościowego miąższu jabłka traktowanego jako ciało liniowo lepkoosprężyste.

## MATERIAŁ I METODY

Przedmiotem badań były jabłka odmiany Rubin. Materiał badawczy po zbiorze przechowywany był przez tydzień w temperaturze 10°C, a następnie na 1 dzień przed dokonaniem badań przeniesiony do pomieszczenia o temperaturze 20°C. Z każdego owocu wycinano dwie walcowe próbki o średnicy i wysokości 20 mm, które poddawano następnie testowi relaksacji naprężeń, ściskając je wstępnie wzdłuż osi i wywołując odkształcenie 8,5%. Pierwszą próbkę odkształcano między dwiema równoległymi płytkami w warunkach jednoosiowego ściskania. Drugą próbkę umieszczono w cylindrze i odkształcano poprzez przesuwanie tłoka zapobiegając w ten sposób przemieszczeniom bocznym. Zakładając, że materiał obu próbek jest identyczny, otrzymujemy dwa układy równań opisujących zachowanie się materiału w stanie jednoosiowego naprężenia i w stanie jednoosiowego odkształcenia. Testy relaksacji w quasi-statycznych warunkach obciążeń przeprowadzono na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej INSTRON 6022 dla trzech różnych prędkości przemieszczenia: 3,333 mm·s<sup>-1</sup>, 0,833 mm·s<sup>-1</sup>, 0,166 mm·s<sup>-1</sup>. Pomiaru w udarowych warunkach obciążeń wykonano na stanowisku do badań dynamicznych [Gołacki 1999] dla prędkości przemieszczeń wynoszących odpowiednio 0,5 m·s<sup>-1</sup>, 1 m·s<sup>-1</sup> i 1,5 m·s<sup>-1</sup>. Próbki poddawano deformacji, a następnie utrzymując stałe odkształcenie rejestrowano wartość siły reakcji w czasie 120 sekund. Badania przeprowadzono wykonując 10 powtórzeń w przypadku quasi-statycznych warunków obciążeń oraz 15 powtórzeń w przypadku pomiarów udarowych dla każdej prędkości deformacji oraz rodzaju testu.

Zastosowane wartości prędkości przemieszczenia w udarowych warunkach obciążeń mają ścisły związek z prędkościami, występującymi w czasie zbioru, transportu i sortowania. W przypadku jabłka jest to prędkość wynikająca ze swobodnego spadku, przy którym następuje jego obicie. Odpowiada to zrzutowi jabłka z wysokości około 10 cm i jest to równoznaczne z uzyskaniem prędkości końcowej 1,5 m·s<sup>-1</sup>.

Wartość wstępnego odkształcenia próbki określono na podstawie serii testów niszczących przeprowadzonych w quasi-statycznych warunkach obciążenia przed właściwymi badaniami. Na podstawie tych eksperymentów ustalono, że wartość odkształcenia próbki będzie odpowiadać wartości przemieszczenia głowicy pomiarowej dla siły stanowiącej około 30% wartości siły powodującej zniszczenie próbki.

## WYNIKI I DYSKUSJA

Do opisu zachowania się materiału roślinnego pod obciążeniem użyto uogólnionego czteroparametrowego modelu Maxwella. Eksperymentalny przebieg siły reakcji przybliżano również modelem sześcioparametrowym, nie uzyskując jednak istotnego wzrostu współczynnika determinacji. Wykorzystano wzór podany przez Chena stosowany w warunkach stanu jednoosiowego naprężenia, jak i jednoosiowego odkształcenia dla walcowej próbki ściskanej wzdłuż osi [Chen i Fridley 1972, DeBaerdemaeker i Segerlind 1976]

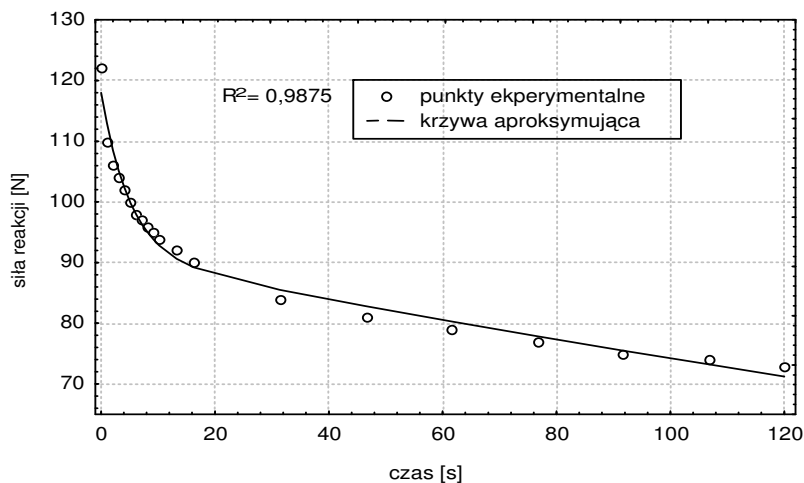
$$F(t) = \sum_{i=1}^2 \left( \int_0^{t_m} \frac{P}{l} \cdot v \cdot E_i \cdot e^{-\frac{E_i}{\eta_i}(t_m-t)} \cdot dt \right) \cdot e^{-\frac{E_i}{\eta_i}(t-t_m)} \quad (1)$$

gdzie:  $p$  – pole przekroju poprzecznego próbki,  $m^2$ ;  $l$  – długość próbki,  $m$ ;  $v$  – prędkość przemieszczenia,  $m \cdot s^{-1}$ ;  $t_m$  – czas narastania odkształcenia,  $s$ ;  $t$  – czas liczony od chwili rozpoczęcia odkształcania próbki.

Wzór (1) obowiązuje dla drugiej fazy testu, w której utrzymywano stałe odkształcenie ( $t > t_m$ ). Wzór ten uwzględnia także relaksację naprężeń mającą miejsce już w czasie narastania odkształcenia. Otrzymane w wyniku eksperymentu przebiegi siły reakcji próbek aproksymowano krzywą wykładniczą o postaci:

$$F(t) = \sum_{i=1}^2 A_i \cdot e^{-\alpha_i \cdot t} \quad (2)$$

gdzie:  $A_i$ ,  $\alpha_i$  – stałe.



Rys. 1. Przykładowy przebieg dopasowania dwuskładnikowej krzywej wykładniczej do danych eksperymentalnych

Fig. 1. Example of a course of the fitting of exponential curve to experimental data

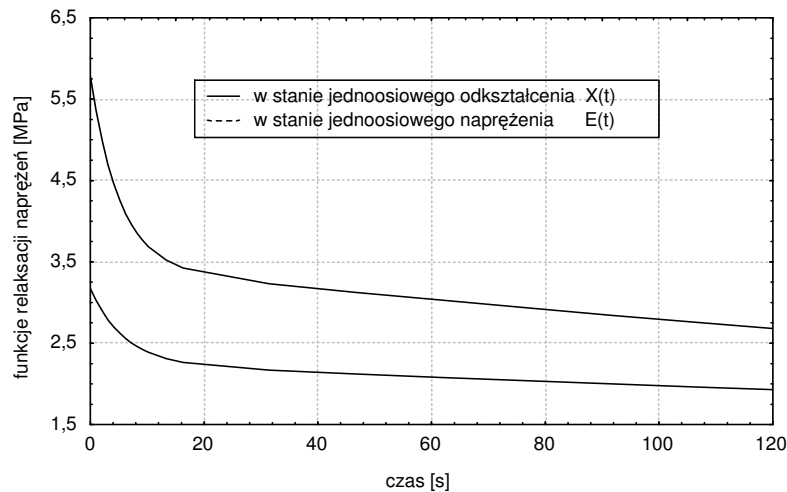
Do wyznaczenia wartości stałych  $A_i$  i  $\alpha_i$  funkcji wykładniczej wykorzystano metodę minimalizacji nieliniowej quasi-Newtona. W przypadku obciążeń z prędkościami poniżej  $0,166 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  do aproksymacji wybierano 20 punktów pomiarowych, przy czym 12 pierwszych w odstępie jednej sekundy, a 8 pozostałych co 15 sekund.

W pomiarach udarowych do przybliżenia przebiegu eksperymentalnego wykorzystano 40 punktów pomiarowych, przy czym 10 pierwszych w odstępach 0,01 sekundy, 10 następnych co 0,1 sekundy, 10 kolejnych co 1 sekundę i 10 ostatnich co 10 sekund. Z powyższych wzorów otrzymano wartości współczynników  $E_i$  i  $\eta_i$  dla próbek ścisanych swobodnie i w cylindrach przy różnych prędkościach deformacji wstępnej. Umożliwiło to wyznaczenie funkcji relaksacji odpowiadających stanowi jednoosiowego naprężenia –  $E(t)$  i stanowi jednoosiowego odkształcenia –  $X(t)$ .

$$E(t) = A \cdot \exp(-a \cdot t) + B \cdot \exp(-b \cdot t) \quad (3)$$

$$X(t) = C \cdot \exp(-c \cdot t) + D \cdot \exp(-d \cdot t) \quad (4)$$

gdzie:  $A, B, C, D, a, b, c, d$  są stałymi o wartościach dodatnich.



Rys. 2. Przykładowe przebiegi funkcji relaksacji odpowiadające stanowi jednoosiowego odkształcenia  $X(t)$  i stanowi jednoosiowego naprężenia  $E(t)$

Fig. 2. Example of the course of stress relaxation functions in the state of uniaxial strain  $X(t)$  and uniaxial stress  $E(t)$

Dokonując przekształceń Laplace'a funkcji relaksacji  $E(t)$  i  $X(t)$  wylicza się transformaty Laplace'a  $E(s)$  i  $X(s)$ .

$$E(s) = \frac{A}{s+a} + \frac{B}{s+b} \quad (5)$$

$$X(s) = \frac{C}{s+c} + \frac{D}{s+d} \quad (6)$$

Dla znanych transformat Laplace'a  $E(s)$  i  $X(s)$  końcowy wzór na transformatę Laplace'a modułu odkształcenia postaciowego ma postać [DeBaerdemaeker i Segerlind 1976]:

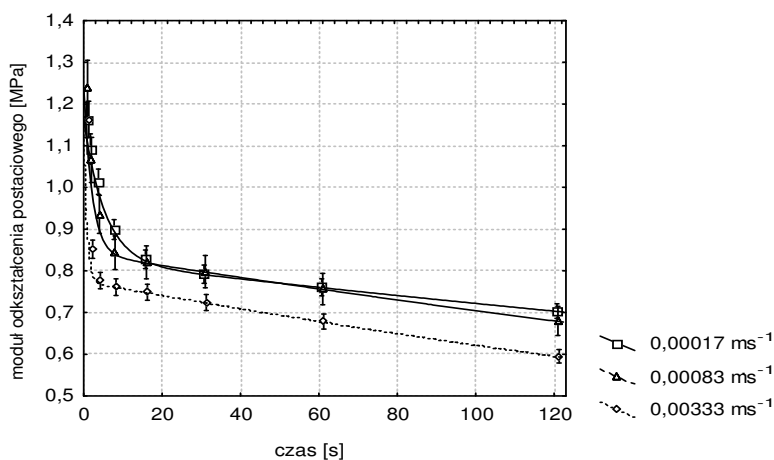
$$G(s) = \frac{\left[ \frac{E(s)}{2} + \frac{3 \cdot X(s)}{2} \right] - \left[ \left[ \frac{E(s)}{2} + \frac{3 \cdot X(s)}{2} \right]^2 - 4 \cdot X(s) \cdot E(s) \right]^{\frac{1}{2}}}{4} \quad (7)$$

Aby wyznaczyć oryginał  $G(t)$  transformaty  $G(s)$ , należy zastosować przekształcenie odwrotne Laplace'a do obu stron równania (7).

Opis sposobu wyprowadzenia oraz wzory końcowe na zmienny w czasie moduł odkształcenia postaciowego  $G(t)$  i moduł odkształcenia objętościowego  $K(t)$  znajdują się w publikacji Stankiewicz i Gołackiego [2004].

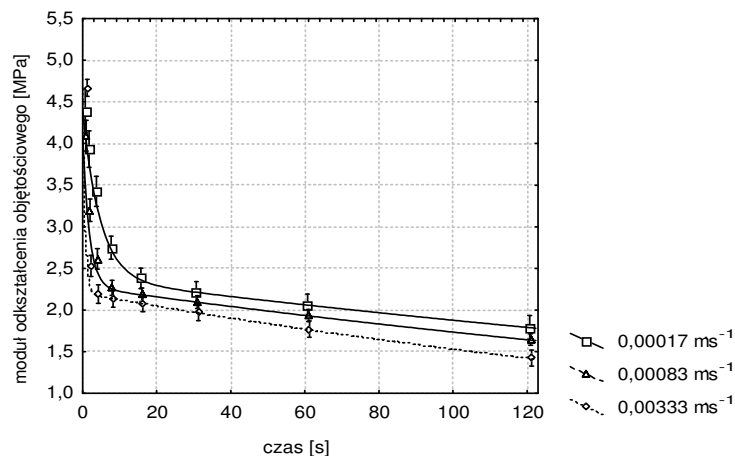
Na podstawie algorytmu przedstawionego w pracy Stankiewicz i Gołackiego [2004] określono przebiegi w czasie modułów odkształcenia postaciowego  $G(t)$  i odkształcenia objętościowego  $K(t)$ . Zaproponowany algorytm obliczeniowy umożliwia wyznaczenie wartości obu modułów w dowolnej chwili czasu trwania testu relaksacji. Dla lepszego zobrazowania przebiegu, wyliczono ich wartości w ośmiu wybranych punktach czasowych: 0 s; 1,2 s; 3s; 7,5 s; 15 s; 30 s; 60 s; 120 s.

Rysunki 3–4 przedstawiają przebiegi w czasie modułów  $G(t)$  i  $K(t)$  w quasi-statycznych warunkach obciążenia, a rysunki 5-6 w udarowych warunkach obciążenia.



Rys. 3. Zmienność w czasie modułu odkształcenia postaciowego dla miąższu jabłka w quasi-statycznych warunkach obciążenia dla różnych prędkości deformacji wstępnej

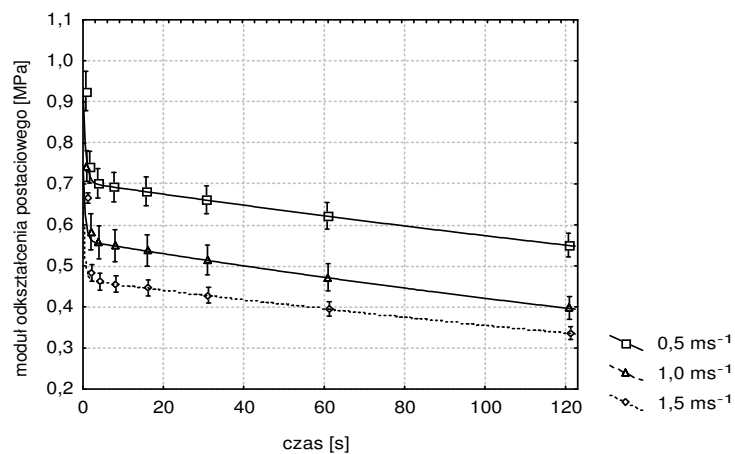
Fig. 3. Changeability of shear modulus in time for apple flesh under quasi-static loading for different initial rates of deformation



Rys. 4. Zmienność w czasie modułu odkształcenia objętościowego dla miąższu jabłka w quasi-statycznych warunkach obciążeń dla różnych prędkości deformacji wstępnej

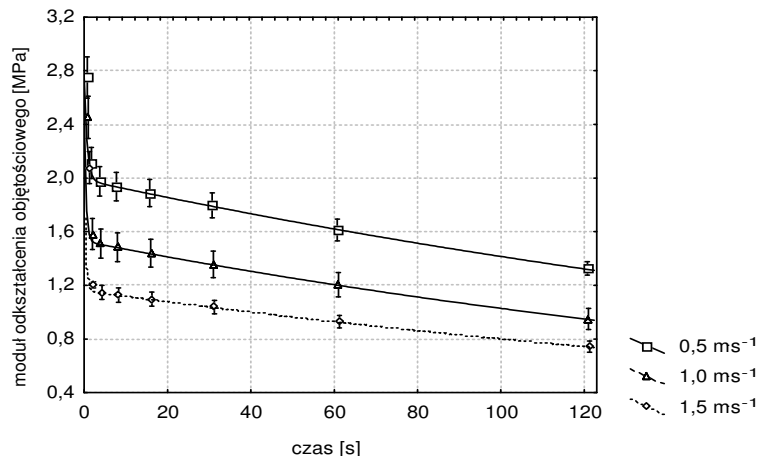
Fig. 4. Changeability of bulk modulus in time for apple flesh under quasi-static loading for different initial rates of deformation

W quasi-statycznych warunkach obciążeń otrzymano malejące w czasie przebiegi o charakterze wykładniczym obu wyznaczanych modułów. Dla miąższu jabłka uzyskano niższe średnie wartości końcowe modułów  $G(t)$  i  $K(t)$  na końcu testu, przy wyższych prędkościach deformacji. Jednak zależność ta nie była statystycznie istotna.



Rys. 5. Zmienność w czasie modułu odkształcenia postaciowego dla miąższu jabłka w uderowych warunkach obciążeń dla różnych prędkości deformacji wstępnej

Fig. 5. Changeability of shear modulus in time for apple flesh under impact loading for different initial rates of deformation



Rys. 6. Zmienność w czasie modułu odkształcenia objętościowego dla miąższu jabłka w udarowych warunkach obciążeń dla różnych prędkości deformacji wstępnej

Fig. 6. Changeability of bulk modulus in time for apple flesh under impact loading for different initial rates of deformation

W udarowych warunkach obciążeń przebieg w czasie modułu odkształcenia postaciowego oraz modułu odkształcenia objętościowego miał także wykładniczy charakter. Zależność między średnimi wartościami końcowymi modułów, a prędkością deformacji była podobna jak w quasi-statycznych warunkach obciążeń. W tym przypadku uzyskano potwierdzoną statystycznie istotność różnic.

Niższe wartości modułu odkształcenia postaciowego  $G(t)$  w porównaniu z wartością modułu odkształcenia objętościowego  $K(t)$  dla każdego rodzaju obciążenia świadczą o wyższej podatności badanego materiału na naprężenia tnące w stosunku do naprężeń ściskających.

## WNIOSKI

1. Czteroparametrowy model Maxwella z wystarczającą dokładnością opisuje przebieg testów relaksacji naprężeń miąższu jabłek.
2. Moduły odkształcenia postaciowego i objętościowego miąższu jabłek są zmienne w czasie i mają przebieg malejący o charakterze wykładniczym.
3. Miąższ jabłka ma mniejszą podatność na ściskanie w porównaniu ze ścinaniem. Związane jest to z mniejszymi wartościami modułu odkształcenia postaciowego w stosunku do modułu odkształcenia objętościowego. Fakt ten znajduje potwierdzenie w badaniach niszczących jabłek opublikowanych przez innych autorów [Chen i Chen 1984].

**PIŚMIENNICTWO**

- Chen P., Chen S., 1984. Critical strain failure criterion: pros and cons. Transactions of the ASAE 27(1), 278–281.
- Chen P., Fridley R.B., 1972. Analytical method of determining viscoelastic constants of agricultural materials. Transactions of the ASAE 15(6), 1103–1106.
- DeBaerdemaeker J.G., Segerlind L.J., 1976. Determination of the viscoelastic properties of apple flesh. Transaction of the ASAE 19(2), 346–348, 353.
- Gołacki K., Stropek Z., Graboś A., 1999. Test relaksacji naprężeń w materiale biologicznym w warunkach obciążenia dynamicznego – realizacja techniczna. Inż. Roln. 2, 55–61.
- Hung Y. C., Prussia S. E., 1989. Effect of maturity and storage time on the bruise susceptibility of peaches (cv. Red Globe). Transactions of the ASAE 32(4), 1377–1382.
- Pang W., Studman C. J., Ward G. T., 1992. Bruising damage in apple-to-apple impact. J Agric. Engin. Res. 52, 229–240.
- Stankiewicz A., Gołacki K., 2004. Algorytm identyfikacji zmiennych w czasie modułów odkształcenia postaciowego i objętościowego roślinnych materiałów lepkosprężystych. Acta Sci. Pol., Technica Agraria 3(1–2), 79–95.

**DETERMINATION OF CHANGEABLE IN TIME SHEAR AND BULK MODULUS OF APPLE FLESH ON THE BASIS OF STRESS RELAXATION TESTS**

**Abstract.** The paper presents results of stress relaxation tests under uniaxial stress and strain conditions. Tests were carried out on cylindrical samples of Rubin apple flesh. On that basis changeable in time bulk modulus and shear modulus were determined. Application of quasi-static and impact loading enabled to compare apple flesh behaviour at different initial deformation rates.

**Key words:** stress relaxation tests, viscoelasticity, apple, bulk modulus, shear modulus

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 12.01.2005