STANISŁAW NOYSZEWSKI

Obliczenie objętości dłużyc ze średnicy w cieńszym końcu.

Już oddawna wzór $V = \frac{1}{2} h d$ dla objętości paraboloidy stosowany był dla obliczenia masy drzewnej strzały, gdzie „d“ jest powierzchnia przekroju na połowie wysokości strzały (h).

O ile więc przyjąć promień przekroju „d“ za „r“ otrzymamy wzór

$$v = \pi r^2 h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (1)$$

Mając jednak na względzie, że każdy promień do kwadratu w przekroju paraboloidy równa się $2px$, gdzie p — parametr i „x“ odległość od wierzchołka tego przekroju, lub $\frac{1}{2} h$ w wyżej podanym wypadku (1), gdyż przekrój wzięty na połowie wysokości, otrzymamy,

$$\text{że } r^2 = 2px, \text{ lub } r^2 = \frac{2ph}{2} = ph \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2)$$

Podstawiając do wzoru (1) wzór drugi (2) zamiast $r^2 = ph$, otrzymamy — $\pi h \times ph = \pi p h^2$.

Z tego wynika, że objętość całej strzały drzewnej równa się $\pi p h^2$, a wierzchołka $\pi p h_1{}^2$, a więc objętość dłużycy o długości $h - h_1$

$$v = \pi p h^2 - \pi p h_1{}^2 = \pi p (h^2 - h_1{}^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3)$$

Parametr dla każdej poszczególnej strzały jest wielkością stałą. O ile mamy strzałę AB o długości h i wierzchołek abB o długości h^1, to $\left(\frac{ab}{2}\right)^2 = 2ph^1$; oznaczymy $ab = m$, wtenczas $\frac{m^2}{4} = 2ph_1$, lub parametr $(p) = \frac{m^2}{8h_1}$.

Podstawiając do wzoru (3) zamiast $p = \frac{m^2}{8h_1}$ otrzymamy

$$\frac{\pi m^2}{8h_1}(h^2 - h_1) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Jednak „m“ pokazane jest w centymetrach, a więc w metrach będzie $\frac{m}{100}$, a $m^2 = \frac{m^2}{(100)^2}$ i wzór (4) wyrazi się w postaci $= \frac{\pi m^2 (h^2 - h_1{}^2)}{80000 h_1}$

Dajmy, że mamy strzałę drzewną o 25 *mb* długości z odciętym wierzchołkiem o 12 *mb* długości i o średnicy w cieńszym końcu — 30 *cm* = *m*.

Dla takiej strzały parametr oblicza się $p = \frac{m^2}{2h} = \frac{\left(\frac{30}{2}\right)^2}{2h_1} =$ $= \frac{(15)^2}{2.12.100} = \frac{225}{2400} = 0{,}0937\ cm$, a objętość całej strzały $v = \pi p h^2 =$ $= \frac{3{,}14 . 0{,}0937 . 25^2}{100} = 1{,}84\ m^3$, a dla wierzch. $\pi p h_1{}^2 = \frac{3{,}14 . 0{,}0937 . 12^2}{100} =$ $= 0{,}42\ m^3$, skąd objętość dłużycy $v - v_1 = 1{,}84 - 0{,}42 = 1{,}42\ m^3$.

Toż samo otrzymamy i według wzoru $\frac{\pi m^2 (h^2 - h_1{}^2)}{8000 h^1}$, lub $\frac{\pi m^2 (h + h_1)(h - h_1)}{80000 h^1} = \frac{3{,}14 . 30^2 . (25 + 12)(25 - 12)}{80000 h^1} = 1{,}42\ m^3$.

Łatwo można sprawdzić dokładność powyższego wzoru. Korzystając z poprzedniej dłużycy, mamy, że średnica zrównana dłużycy o 13 *mb* długości znajduje się na $6\frac{1}{2}$ *mb*, a od wierzchołka $(6\frac{1}{2} + 12)$ w 18,5 *mb*, lub 1830 *cm*, a więc możemy obliczyć rozmiary tej zrównanej średnicy według wyżej podanego wzoru — $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 2ph$, $a^2 = 8ph$
$a^2 = 8 . 0{,}0937 . 1850 = 1386{,}8$, skąd $a = \sqrt{1386{,}8} = 37{,}2\ cm$.

Z tablic miąższości mamy objętość dłużycy o średnicy zrównanej 37,2 *cm* i odległości 13 *mb* równą 1,42 m^3.

Muszę tutaj zaznaczyć, że dłuższy czas zajęty byłem (1908—1917 r.) sprawą wykorzystania pomiarów drzew modelowych. celem zestawienia między innemi i tablic objętości dłużyc ze średnicy w cieńszym końcu.

Jednak otrzymane dane przy zastosowaniu na gruncie nie dawały zadawalniających wyników, gdyż różnice były znaczne.

Przyszedłem do przekonania, że tą drogą nie da się tej sprawy załatwić.

Niezbędnem było szukać innych sposobów, a mianowicie wykorzystania własności podstawowych paraboloidy i głównie własności parametru.

Jak podano wyżej, ten sposób obliczenia daje dokładne dane, gdyż parametr ma własności ujmowania w ściśle matematyczną zależność wszystkich średnic dłużycy w dowolnym punkcie takowej w stosunku do odległości takowych od wierzchołka, a więc i wzór $\frac{\pi m^2 (h+h_1)(h-h_1)}{80000 h^1}$ daje możność ścisłego obliczenia objętości dłużycy ze średnicy w cieńszym końcu, a także i zestawienia odpowiednich tablic.

Pomiar dłużyc według średnicy w cieńszym końcu nie wymaga ani oczyszczenia od kory, ani innych dość uciążliwych czynności z utratą przytem znacznej ilości czasu.