

## MODEL TLENOWEGO WZROSTU DROŻDŻY PIEKARSKICH

*Tadeusz Miśkiewicz*

Instytut Technologii Przemysłu Chemicznego i Spożywczego  
Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu

Zasadniczym celem produkcji biomasy drożdży jest maksymalizacja konwersji komponentów pożywki na składniki komórkowe. Najlepszym miernikiem osiągnięcia tego celu jest wydajność masy komórkowej w odniesieniu do wprowadzonego substratu, dlatego w procesie wzrostu wskaźnik ten wymaga nieustannego sprawdzania.

O ile określenie ilości wprowadzonego do środowiska hodowlanego substratu jest proste i łatwe, to stała kontrola koncentracji komórek drożdży w brzeczce nie znalazła jeszcze zadowalającego rozwiązania. Problem bieżącego oznaczania ilości biomasy, a tym samym wyznaczania jednego z kluczowych parametrów wzrostu, właściwej szybkości wzrostu, jest ciągle otwarty. Wprawdzie zastosowanie komputerów do analizy i regulacji wzrostu drożdży pozwoliło znaleźć rozwiązanie, to jednak związane jest ono z koniecznością oznaczania szeregu innych parametrów wzrostu [4, 5, 6].

Propozycję prostego modelu, pozwalającego na bieżące wyliczanie masy komórkowej drożdży piekarskich oraz właściwej szybkości wzrostu, przedstawiono w niniejszej pracy.

### PODSTAWY TEORETYCZNE MODELU

Budowa modelu bazuje na następujących założeniach:

1. Jest tylko jeden ograniczający wzrost substrat, pozostałe są w nadmiarze.
2. Substrat ograniczający wzrost wprowadzany jest do środowiska hodowlanego impulsami, w zależności od poziomu parametru regulującego (tlenu rozpuszczonego).
3. Wydajność wzrostu komórkowego ( $Y_{x/s}$ ) jest stała dla całej fazy wykładniczego wzrostu.

Każdemu przyrostowi biomasy ( $dX/dt$ ) musi towarzyszyć zużycie odpowiedniej masy substratu ( $dS/dt$ ) o określonej wydajności wzrostu komórkowego ( $Y_{x/s}$ ). Znając objętościowe zużycie substratu ( $dV_s/dt$ ) i jego masowe stężenie  $[S]$  można napisać:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{dV_s}{dt} [S] Y_{x/s} \quad (1)$$

Równanie (1) po scałkowaniu dla określonego czasu od  $t-1$  do  $t$  można przekształcić w sposób następujący:

$$\frac{X_{t-1}}{X_{t-1}} \frac{\Delta X_t}{\Delta t} = \frac{\Delta V_{st}}{\Delta t} [S] Y_{x/s} \quad (2)$$

Chociaż  $\Delta t = 1$  to jednak dla jasności wywodów pozostawiono  $\Delta t$ . Ponieważ:

$$\frac{\Delta X_t}{\Delta t X_{t-1}} = \mu_t \quad (3)$$

oraz:

$$\frac{\Delta V_{st}}{\Delta t} = F_{st} \quad (4)$$

równanie (2) przyjmie następującą postać:

$$X_{t-1} \mu_t = F_{st} [S] Y_{x/s} \quad (5)$$

Jeśli substrat ograniczający wzrost wprowadzany jest dozami o identycznych objętościach ( $V_{sj}$ ) z częstotliwością  $b_t$ , to można napisać:

$$F_{st} = b_t V_{sj} \quad (6)$$

Wstawiając  $F_{st}$  z równania (6) do równania (5), które przekształca się ze względu na  $b_t$ , otrzymuje się:

$$b_t = \frac{\mu_t X_{t-1}}{[S] Y_{x/s} V_{sj}} \quad (7)$$

Właściwą szybkość wzrostu ( $\mu_t$ ) można wyliczyć ze wzoru Monoda:

$$X_t = (\mu_t + 1)^t X_{t-1} \quad (8)$$

Dla okresu wzrostu równego 1 godzinie ( $t = 1$ ) wylicza się  $\mu_t$  z równania (8) i otrzymaną wartość wstawia do równania (7), w którym  $\Delta X_t$  ma jednostkę g/h:

$$b_t = \frac{\Delta X_t}{[S] Y_{x/s} V_{sj}} \quad (9)$$

Z drugiej strony częstotliwość impulsów substratu ( $b_t$ ) można wyrazić iloczynem odwrotności masy jednorazowo wprowadzonego substratu ( $k$ ) oraz jego masy ( $\Delta S_t$ ):

$$b_t = k \Delta S_t \quad (10)$$

Porównując równanie (9) z (10) przyrost biomasy można wyrazić jako:

$$\Delta X_t = k \Delta S_t [S] Y_{x/s} V_{sj} \quad (11)$$

Równanie (11) stanowi podstawę do wyliczania przyrostu biomasy, bowiem pozostałe składniki są znane. Łatwo więc już wyliczyć masę komórek drożdży na początku badanego okresu:

$$X_{t-1} = X_0 + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta X_n \quad (12)$$

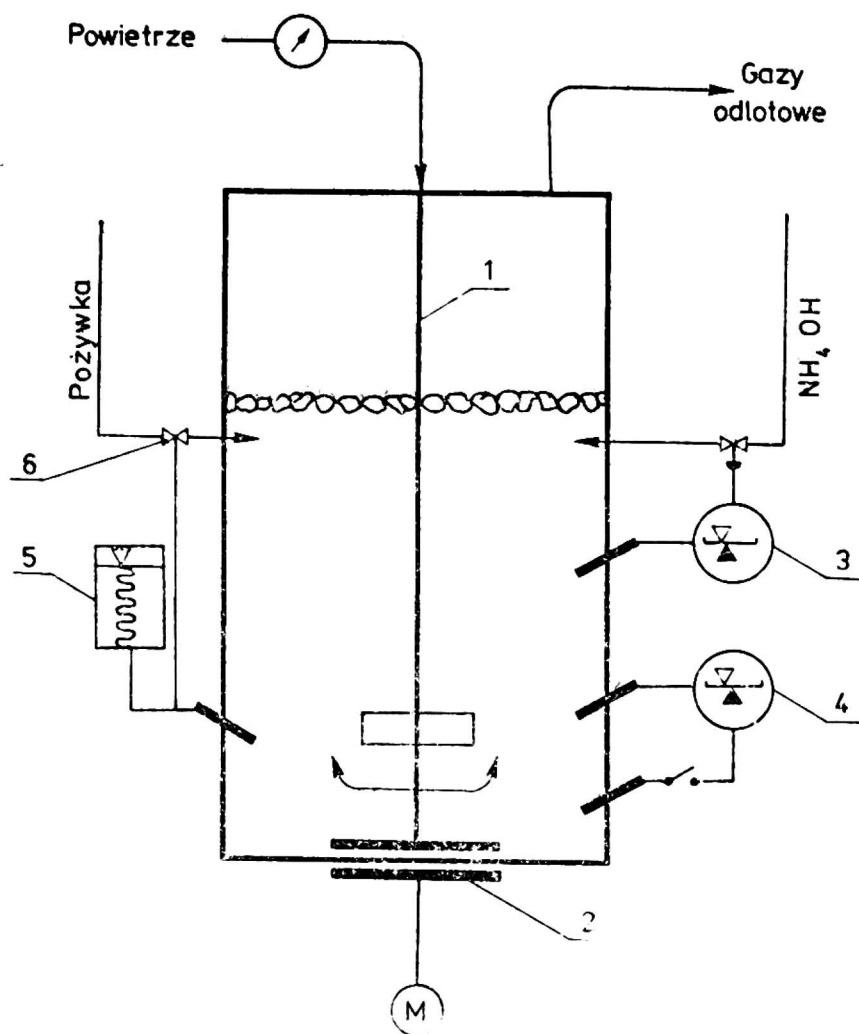
Powracając do równania (7), gdzie wstawia się  $b_t$  z równania (10) oraz  $X_{t-1}$  z równania (12), właściwą szybkość wzrostu ( $\mu_t$ ) wylicza się jak następuje:

$$\mu_t = \frac{k \Delta S_t [S] V_{sj} Y_{x/s}}{X_0 + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta X_n} \quad (13)$$

Reasumując można stwierdzić, że znając ilość impulsów dopływu substratu ( $b_t$ ) lub wprowadzoną jego masę ( $\Delta S_t$ ) czy objętościową szybkość jego zasilania ( $F_{st}$ ) łatwo można wyliczyć ilość biomasy oraz właściwą szybkość wzrostu bez potrzeby oznaczania masowej koncentracji drobnoustrojów.

#### MATERIAŁ I METODY BADAŃ

Opisany model sprawdzono empirycznie w czasie hodowli drożdży piekarskich *Saccharomyces cerevisiae* Mautner na syntetycznej, 5-procentowej pożywce glukozowej (3), którą w ilości po 0,002 dm<sup>3</sup> dozowano im-



Rys. 1. Schemat reaktora i instalacji kontrolno-regulacyjnej

pulsami w zależności od stężenia tlenu rozpuszczonego w brzeczce (1). Rozmnażanie drożdży prowadzono w doświadczalnym reaktorze (rys. 1) o poj. roboczej  $1,5 \text{ dm}^3$  z mieszadłem (1) napędzanym za pomocą sprzęgła magnetycznego (2). pH brzeczki utrzymywano na poziomie 5,0 z dodatkiem 1% wody amoniakalnej automatycznym titrometrem typu OP-506 produkcji „Radelkis” (3). Temperaturę procesów, prowadzonych od kilku do kilkunastu godzin, regulowano na poziomie  $29 \pm 1^\circ\text{C}$  (4). Co 30 minut oznaczano koncentrację drożdży turbidymetrycznie (2) dla szacowania poziomu wydajności wzrostu komórkowego ( $Y_{x/s}$ ) oraz w celu wyznaczenia właściwej szybkości wzrostu ( $\mu_t$ ). Impulsy wprowadzania pożywki rejestrowano kompensacyjnym rejestratorem typu G1 B1 produkcji NRD (5) przy szybkości przesuwu taśmy  $0,2 \text{ m/h}$  oraz liczono automatycznym dozownikiem typu 336A produkcji UNIPAN (6).

Niezależnie od analizy przebiegu procesu, opartej na opisanych pomiarach, przyrosty biomasy liczono wg równania (11), suchą masę drożdży w brzeczce zgodnie ze wzorem (12) i właściwą szybkość wzrostu — jak w matematycznej formule (13).

WYNIKI BADAŃ I DYSKUSJA

Analizę przydatności modelu do kontroli przebiegu hodowli drożdży opisano na przykładzie procesu trwającego 9 godzin. Wyniki oznaczeń analitycznych zamieszczono w tabeli 1, natomiast wyniki otrzymane na podstawie modelu — w tabeli 2, w której dla porównania powtórzono niektóre rezultaty z tabeli 1.

Tabela 1

Wyniki oznaczeń analitycznych tlenowej hodowli drożdży piekarskich na syntetycznej pożywce glukozowej, dozowanej impulsami w zależności od stężenia tlenu rozpuszczonego

Czas hodowli (t) w h	Sucha masa drożdży na koniec okresu badanego ( $X_t$ ) w g	Częstotliwość dozowania substratu ( $b_t$ ) w h <sup>-1</sup>	Wprowadzona masa substratu ( $\Delta S_t$ ) w g/h	Właściwa szybkość wzrostu ( $\mu_t$ ) w h <sup>-1</sup>	Wydajność wzrostu komórkowego ( $Y_{x/s}$ ) w g/g
0	7,5	—	—	—	—
1—2	8,1	12	1,2	0,08	0,5
2—3	8,87	15	1,55	0,095	0,497
3—4	9,67	17	1,6	0,09	0,5
4—5	10,62	19	1,9	0,098	0,5
5—6	11,89	25	2,5	0,1177	0,508
6—7	13,09	25	2,49	0,1028	0,482
7—8	14,39	26	2,6	0,099	0,5
8—9	15,79	28	2,8	0,097	0,5
9—10	17,19	28	2,8	0,086	0,5

Przyjęty w próbach sposób wprowadzania pożywki zapewnił stały poziom wydajności wzrostu komórkowego ( $Y_{x/s}$ ) równy 0,5 g/g w całym procesie wzrostu, a wartość wyrażenia  $[S] Y_{x/s} V_{sj}$  wynosiła 0,05 ( $50 \times 0,5 \cdot 0,002$ ). Ponieważ jednorazowo wprowadzono 0,1 g substratu ( $0,002 \times 50$ ) stąd wartość współczynnika  $k = 10$ , a wyrażenie  $[S] Y_{x/s} V_{sj} k = 0,5$ . Dzięki temu odpowiednie wzory znacznie się uprościły:

$$X_t = 0,5 \Delta S t \tag{14}$$

oraz:

$$\mu_t = \frac{0,5 \Delta S_t}{X_{t-1}} \tag{15}$$

Poprawność i precyzję modelu potwierdziło porównanie wyników oznaczeń analitycznych z rezultatami wyliczonymi na podstawie modelu

Tabela 2

Porównanie wyników oznaczeń analitycznych z rezultatami obliczeń modelowych dla 5-procentowej pożywki dozowanej po 0,002 dm<sup>3</sup> impulsami przy wydajności wzrostu komórkowego  $Y_{x/s} = 0,5$

Czas hodowli (t) w h	Przyrost suchej masy drożdży ( $\Delta x_t$ ) w g/h		Sucha masa drożdży na początku okresu badanego ( $X_{t-1}$ ) w g		Właściwa szybkość wzrostu ( $\mu_t$ ) w h <sup>-1</sup>	
	według wzoru (11)	według oznaczenia	według wzoru (12)	według oznaczenia	według wzoru (13)	według oznaczenia
	1—2	0,600	0,600	7,500	7,500	0,0800
2—3	0,775	0,770	8,100	8,100	0,0957	0,0950
3—4	0,800	0,800	8,875	8,8870	0,0901	0,0900
4—5	0,950	0,950	9,675	9,670	0,0919	0,0980
5—6	1,250	1,270	10,625	10,620	0,1176	0,1177
6—7	1,245	1,200	11,875	11,890	0,1048	0,1028
7—8	1,300	1,300	13,12	13,090	0,0991	0,0990
8—9	1,400	1,400	14,420	14,390	0,0971	0,0970
9—10	1,400	1,400	15,820	15,790	0,0885	0,0860
10	—	—	17,220	17,190	—	—

(tab. 2). Wartości modelowe były tak bliskie empirycznym, że pominięto analizę statystyczną otrzymanych wyników.

Równanie (14) implikowało ścisły związek między wprowadzonym substratem i zawartością biomasy w brzeczce. W związku z tym na podstawie oznaczeń analitycznych znaleziono współczynnik korelacji dla tej zależności, który równy był  $r = 0,93$ , co także potwierdziło zgodność skonstruowanego modelu z rzeczywistym przebiegiem biosyntezy drożdży.

Dzięki matematycznemu opisowi procesu wzrostu komórkowego, przedstawiony model może stanowić element programu komputerowego, dając podstawę bieżącej informacji o przebiegu syntezy biomasy drożdży bez potrzeby jej oznaczania.

Przeprowadzone badania prowadzą do następujących wniosków:

1. Wprowadzenie syntetycznej 5-procentowej pożywki glukozowej do środowiska hodowlanego drożdży piekarskich impulsami w oparciu o stężenie tlenu rozpuszczonego zapewniło jednakowy poziom wzrostu komórkowego ( $Y_{x/s} = 0,5$  g/g) przez cały okres wykładniczego wzrostu.

2. Sformułowany model wzrostu pozwolił na wyliczenie zawartości biomasy oraz właściwego współczynnika wzrostu, a wartości tych parametrów szacowane na podstawie modelu były zbieżne z rezultatami oznaczeń analitycznych.



## WYKAZ STOSOWANYCH OZNACZEŃ

- $b_t$  — Ilość impulsów wprowadzających substrat,  $h^{-1}$ ,  
 $F_{st}$  — Objętościowa szybkość zasilania substratu,  $dm^3/h$ ,  
 $k$  — Odwrotność masy substratu wprowadzonego przez jeden impuls,  $g^{-1}$ ,  
 $n$  — Czas hodowli,  $n = 1, \dots, (t-1)$ ,  $h$ ,  
 $[S]$  — Masowe stężenie substratu,  $g/dm^3$ ,  
 $\Delta S_t$  — Wprowadzona masa substratu,  $g/h$ ,  
 $t$  — Czas hodowli,  $h$ ,  
 $V_{st}$  — Objętość substratu wprowadzona przez jeden impuls,  $dm^3$ ,  
 $\Delta V_{st}$  — Objętość wprowadzonego substratu,  $dm^3/h$ ,  
 $X_0$  — Sucha masa drożdży wprowadzona z inokulum,  $g$ ,  
 $X_{t-1}$  — Sucha masa drożdży na początku okresu badanego,  $g$ ,  
 $X_t$  — Sucha masa drożdży na koniec okresu badanego,  $g$ ,  
 $\Delta X_t$  — Przyrost suchej masy drożdży,  $g/h$ ,  
 $Y_{x/s}$  — Wydajność wzrostu komórkowego,  $(= -\Delta X_t/\Delta S_t)$ ,  $g/g$ ,  
 $\mu_t$  — Właściwa szybkość wzrostu,  $h^{-1}$ .

## LITERATURA

1. Miśkiewicz T.: Niektóre możliwości intensyfikowania wytwarzania drożdży piekarskich, Praca doktorska, Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu, 1975.
2. Miśkiewicz T.: Niektóre uwarunkowania stosowania metody turbidymetrycznej do oznaczania koncentracji drożdży, Przem. Ferm. Owoc.-Warzywny, nr 3, s. 17, 1978.
3. Oura E.: Effect of aeration intensity on the biochemical composition of baker's yeast. I. Factors affecting the type of metabolism. Biotechnol. Bioeng. t. 16, s. 1197, 1974.
4. Wang H. Y., Cooney C. L., Daniel I. C.: Computer — aided baker's yeast fermentations, Biotechnol. Bioeng., t. 19, s. 69, 1977.
5. Wilson J. D., Humphrey E. A., Harmes C. S., Nyiri L. K.: Procédé et appareil pour contrôler les réactions biochimiques. Opis patentowy Francji nr 2184 035 z 17.maj 1974.
6. Wilson J. D., Nyiri L. K., Humphrey E. A., Harmes C. S.: Method and apparatus for control of biochemical processes. Opis patentowy USA nr 3926 737 z 16 grudnia 1975 r.

*Тадеуш Миськевич*

## МОДЕЛЬ АЭРОБНОГО РОСТА ХЛЕБОПЕКАРНЫХ ДРОЖЖЕЙ

### Резюме

Рассматривается математическая модель роста хлебопекарных дрожжей на синтетической глюкозной питательной среде дозированной импульсами в зависимости от концентрации растворенного кислорода. Модель сделала возмож-

ным расчет соответствующей скорости роста и содержания биомассы в сусле, без необходимости ее определения. Величины параметров роста оцениваемые на основе модели были сходны с эмпирическими.

*Tadeusz Miśkiewicz*

## A MODEL OF AEROBIC GROWTH OF BAKER'S YEASTS

### S u m m a r y

A mathematical model of the aerobic growth of baker's yeasts on the synthetic glucose nutrient medium batched by impulses depending on the dissolved oxygen concentration, is presented in the paper. The model enabled to calculate an appropriate growth rate and the content of biomass in the wort, without the necessity of its determination. Values of the growth parameters estimated on the basis of the model were in accordance with empirical ones.