

MATEMATYCZNY MODEL WYMIANY CIEPŁA
W SUSZARCE KOLUMNOWO-GRAWITACYJNEJ PRACUJĄCEJ
WEDŁUG ZASADY PRĄDU SKRZYŻOWANEGO

Cz. III. WPŁYW PRZYJĘTYCH UPROSZCZEŃ DOTYCZĄCYCH
POWIERZCHNI JEDNOSTKOWEJ NA DOKŁADNOŚĆ WERYFIKACJI
MODELU MATEMATYCZNEGO

Stefan Cenkowski, Eugeniusz Kamiński

Instytut Mechanizacji Rolnictwa AR we Wrocławiu

WSTĘP

Precyzyjne określenie objętościowego współczynnika wnikania ciepła ($a\alpha$) ma duży wpływ na dokładność opisu zjawiska wymiany ciepła przez zaproponowany model matematyczny. Współczynnik ten zależy, jak wiadomo, od powierzchni właściwej ziarna zgodnie ze wzorem:

$$(a\alpha) = \frac{6(1-\varepsilon)}{d_e} \quad (1)$$

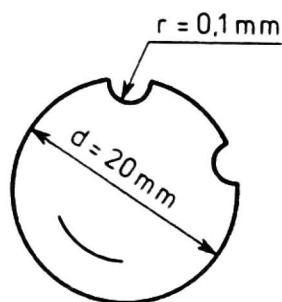
gdzie:

- d_e - średnica zastępcza ziarna,
- α - współczynnik wnikania ciepła,
- ε - współczynnik porowatości.

W części I i II zakładano, że ziarno jest kulą o średnicy zastępczej d_e . Tymczasem ziarno kukurydzy ma skomplikowany kształt geometryczny, niektórzy autorzy [3] przyrównują je do płaskiego walca, inni do ściętego stożka. Suche ziarno jest pomarszczone i ma wiele wgłębień. Zakładając stałość członu $(1-\varepsilon)$ oraz α (wzór 1) rozważono tylko wpływ wielkości $\frac{6}{d_e}$, która jest wynikiem przekształceń otrzymanych z ilorazu $\frac{F}{V}$. Stosunek ten jest nazywany powierzchnią jednostkową a [m^{-1}]

$$a = \frac{F}{V} = \frac{\pi \cdot d_e^2}{\frac{\pi \cdot d_e^3}{6}} = \frac{6}{d_e} \quad (2)$$

Ponieważ ziarno w rzeczywistości jest pofałdowane, w niniejszej części rozważono 2 przypadki szczególne.



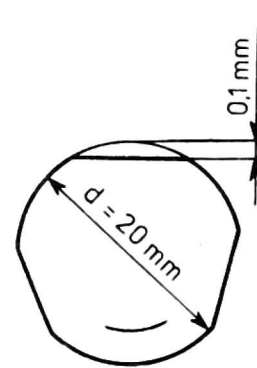
Rys. 1. Widok kuli z wyciętymi półkolami

1. Zanalizowano teoretycznie kulę o promieniu 1 cm, z której wybierano półkule o promieniu 0,1 cm i następnie obliczano wartość powierzchni jednostkowej a (rys. 1).

2. Ścięto kulę płaszczyznami (od 1 do 30) o wysokości czaszy kuli $h = 0,1$ cm. W ten sposób doprowadzono kulę do kształtu wielościanu foremnego (rys. 2).

Dla tak zaproponowanych modeli geometrycznych ziarna kukurydzy przeprowadzono ponownie obliczenia temperatury czynnika suszącego i ziarna i zweryfikowano je doświadczalnie.

Dla uniknięcia wpływu wymiany masy na wymianę ciepła obliczenia oraz weryfikację przeprowadzono na ziarnie suchym, przyjmując współczynnik wykorzystania ciepła na nagrzanie $\psi = 1$.



Rys. 2. Widok kuli z płaszczyznami ściągającymi

DANE DO OBLICZEŃ

Parametry ziarna kukurydzy:

- średnica zastępcza ziarna $d_e = 0,0078$ m,
- ciepło właściwe suchej masy $c_s = 0,35 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 1,46 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$,
- porowatość warstwy ziarna $\varepsilon = 0,4$ wg [2].

Parametry suszenia:

- temperatura początkowa ziarna $t_{M0} = 12,6$ °C,
- natężenie przepływu ziarna $\dot{M} = 550 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{h}}$,
- temperatura powietrza na wlocie $t_{G0} = 42,9$ °C,
- masowe natężenie przepływu powietrza $\dot{m}_p = 392 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{h}}$,
- temperatura otoczenia $t_{ot} = 12,6$ °C.

Cechy fizyczne powietrza suszącego (wielkości tabelaryczne):

- gęstość powietrza na wlocie do komory suszenia $\rho_p = 1,12 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$,
- ciepło właściwe powietrza $c_p = 0,24 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$,
- średnia lepkość kinematyczna powietrza w warstwie

$$\nu = 16,9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}},$$

$$- \text{średnia przewodność powietrza w warstwie } \lambda = 2,3 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{h} \cdot \text{K}} \\ = 9,6 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kJ}}{\text{m} \cdot \text{h} \cdot \text{K}} .$$

Parametry konstrukcyjne suszarki:

- wysokość kolumny $H = 1,5 \text{ m}$,
- średnica pierścienia wewnętrznego $D_o = 0,25 \text{ m}$.

OKREŚLENIE OBJĘTOŚCIOWEGO WSPÓŁCZYNNIKA WNIKANIA CIEPŁA (a α)

Liczbę Nusselta określono według zależności podanej przez Pabisa [4], który na podstawie eksperymentów 32 badaczy oraz własnych podał średnie wartości tej liczby, obliczone dla kulistych i cylindrycznych materiałów w funkcji liczby Reynoldsa

$$Nu = A \cdot Re^n \quad (3)$$

gdzie współczynniki A i n ujęto następująco:

$$10 < Re < 40 \quad A = 1,40; \quad n = 0,214 \\ 40 < Re < 10^3 \quad A = 0,338; \quad n = 0,6$$

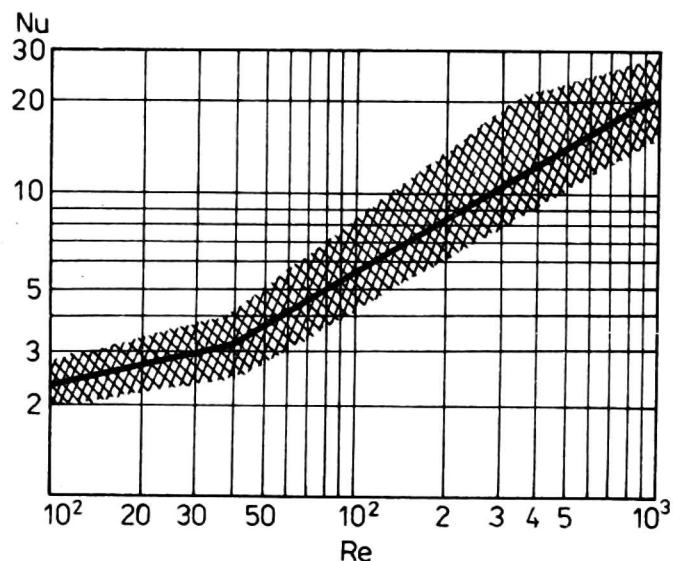
Zależność ta została przedstawiona za autorem na rysunku 3, gdzie obszar zakreskowany obejmuje dane dostarczone przez wspomnianych 32 badaczy, a także autora artykułu.

Wielkość liczby Reynoldsa określono z ogólnie znanej zależności, przyrównując ziarno kukurydzy do kuli o średnicy zastępczej odpowiadającej objętości tego ziarna

$$Re = \frac{v \cdot d_e}{\nu} \quad (4)$$

Współczynnik α obliczono z liczby Nusselta według wzoru:

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d_e} \quad (5)$$



Rys. 3. Zależność między liczbą Nusselta z liczbą Reynoldsa dla kulistych i cylindrycznych ciał, (wg [4])

Obliczenia i weryfikacja przy założeniu, że ziarno
ma postać kulistą

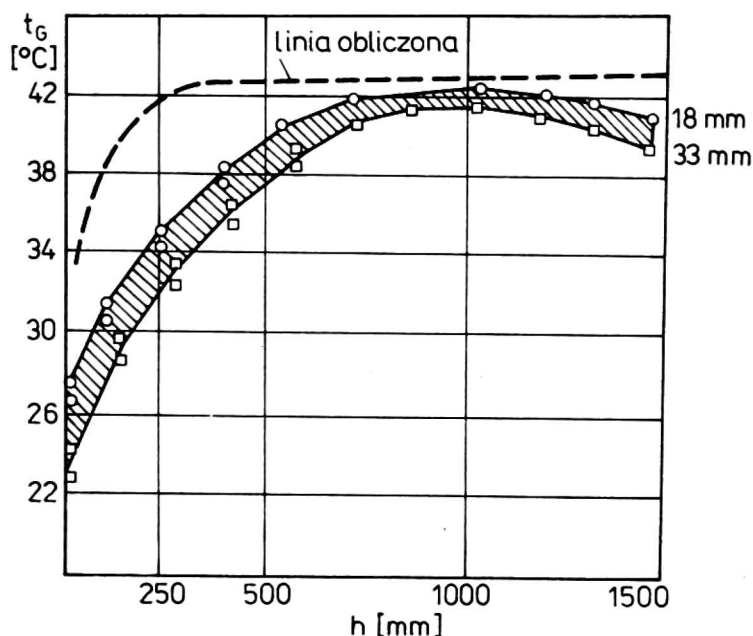
Współczynnik ($a\alpha$) obliczony na podstawie wzoru 1 wynosi

$$(a\alpha) = 1,3 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3 \cdot \text{s} \cdot \text{K}} = 5,4 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3 \cdot \text{s} \cdot \text{K}}$$

Obliczony współczynnik wstawiono do równań ogólnych 1, obliczając temperaturę t_{Gij} czynnika suszącego po przejściu przez warstwę

ziarna o grubości $\Delta r = 30$ mm oraz temperaturę warstwy ziarna t_{Mij} . Wynik obliczeń dla tej warstwy przedstawiono na rysunkach 4 i 5.

Rysunek 4 przedstawia weryfikację temperatury czynnika suszącego t_{Gij} wzdłuż wysokości kolumny po przejściu przez pierwszą warstwę ziarna o grubości 30 mm. Punkty oznaczone kółeczkami wskazują wartość temperatur powietrza zmierzone na stanowisku pomiarowym w odległości 18 mm od sita wewnętrznego, punkty zaś oznaczone kwadratami w odległości 33 mm. Obszar zakreskowany przedstawia przedział, gdzie powinna się znaleźć linia obliczona z modelu matematycznego.



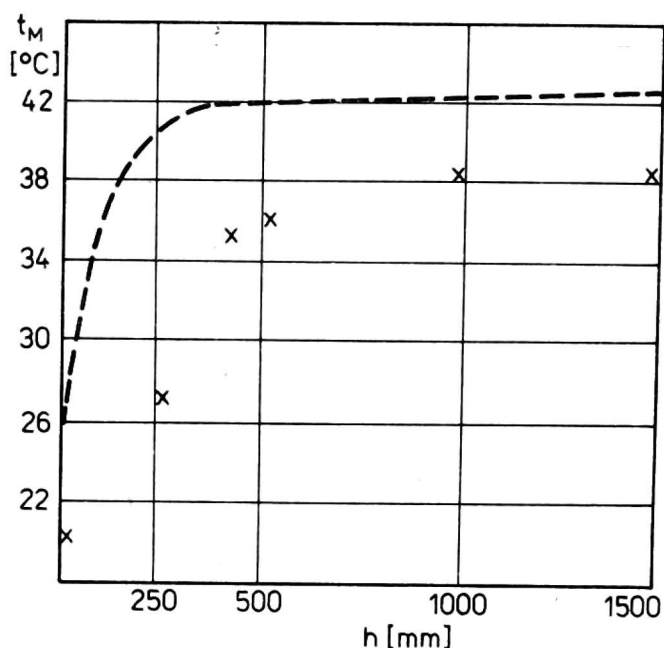
Rys. 4. Weryfikacja temperatury czynnika suszącego t_{Gij} wzdłuż wysokości kolumny przy założeniu, że ziarno jest kulą

Rysunek 5 przedstawia weryfikację przebiegu temperatury warstwy ziarna o grubości $\Delta r = 30$ mm wzdłuż wysokości kolumny. Punkty zaznaczone krzyżykami otrzymano z pomiarów w odległości 25 mm (± 5 mm). Linia przerywana jest linią obliczoną z równania matematycznego.

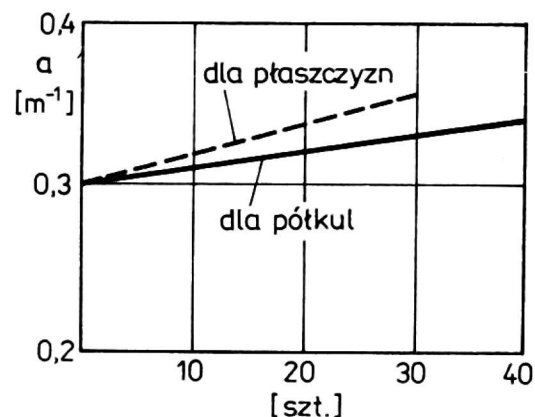
Widać na tych dwóch rysunkach duże rozbieżności między wynikami obliczeń i pomiarów, zwłaszcza w strefie wejściowej komory (do 50 cm). Ponieważ wartość temperatury t_{Gij} służy do dalszych obliczeń kolejnych warstw, można stwierdzić, że warstwy następne będą obarczone znacznym błędem. Na duże rozbieżności w strefie wejściowej miało również założenie w cz. I [1], że komora suszarki jest adiabatyczna.

Obliczenia i weryfikacja przy założeniu zmiany kształtu kulistego ziarna na skutek wgniecen kulistych i ścięć płaskich

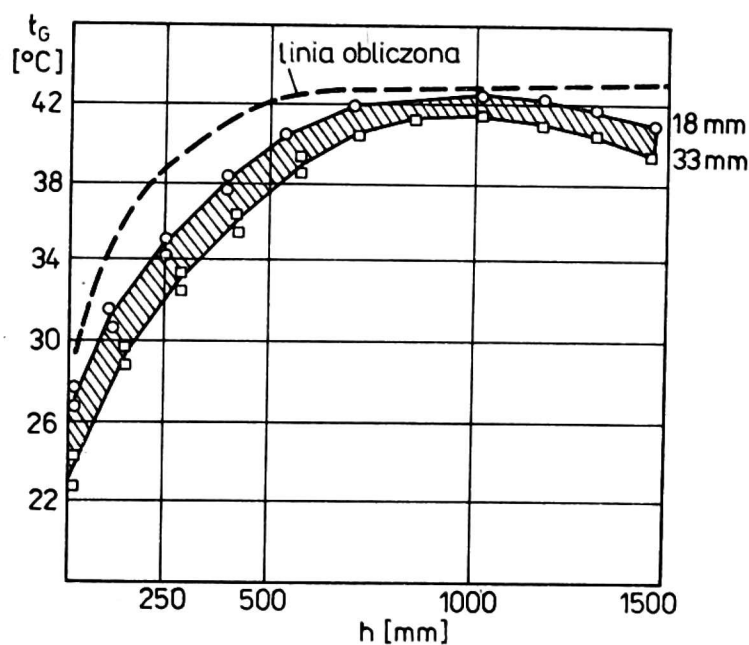
Na rysunku 6 (linia ciągła) przedstawiono wykres zmiany powierzchni właściwej w zależności od ilości wgniecen (zgodnie z rys. 1), linią przerywaną zaznaczono zależność $\alpha [m^{-1}]$ od ilości płaszczyzn ścinających kulę (zgodnie z rys. 2). Jak widać



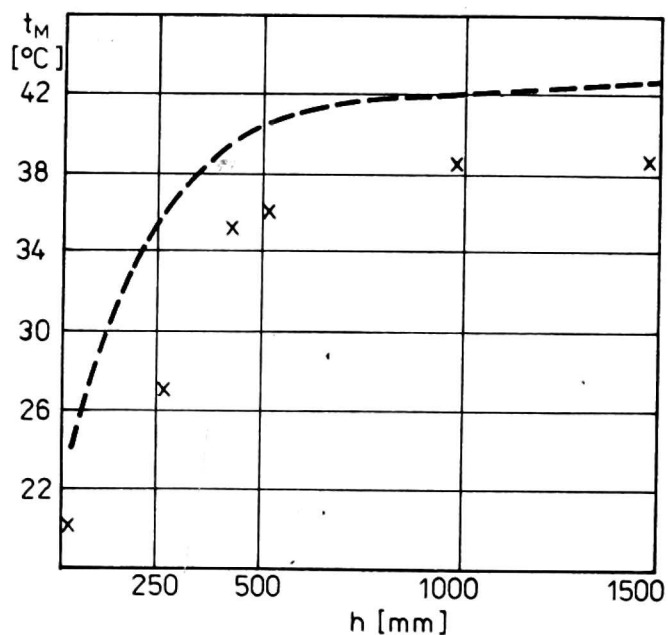
Rys. 5. Weryfikacja temperatury warstwy ziarna t_{Mij} wzdłuż wysokości kolumny przy założeniu, że ziarno jest kulą



Rys. 6. Zależność powierzchni właściwej od ilości płaszczyzn ścinających kulę lub wyciętych półkul w kuli



Rys. 7. Weryfikacja temperatury czynnika suszącego t_{Gij} wzdłuż wysokości kolumny przy założeniu, że ziarno jest kulą ściętą 20-płaszczyznami



Rys. 8. Weryfikacja temperatury ziarna t_{Mij} wzdłuż wysokości kolumny przy założeniu, że ziarno jest kulą ściętą 20 płaszczyznami

wielkość powierzchni właściwej α wzrasta wraz z ilością płaszczyzn ścinających oraz wgnieceń. Oznacza to, że odbieganie od idealnego kształtu, jakim jest kula, powoduje wzrost powierzchni jednostkowej. W efekcie prowadzi to do powiększenia objętościowego współczynnika wnikania ciepła ($a\alpha$). Chcąc sprawdzić efekt takiego rozumowania zwiększono współczynnik aż do wielkości $1,5 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3 \cdot \text{s} \cdot \text{K}} = 6,3 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3 \cdot \text{s} \cdot \text{K}}$ i ponownie przeprowadzono obliczenia dla

tego samego przypadku. Wynik tych obliczeń przedstawiono na wykresach dla temperatury czynnika suszącego t_{Gij} (rys. 7) oraz temperatury warstwy ziarna t_{Mij} (rys. 8). Na rysunkach zastosowano takie same oznaczenia jak na rysunkach 4 i 5. Jak widać, model matematyczny znacznie lepiej weryfikuje się doświadczalnie, zwłaszcza dla temperatury powietrza t_{Gij} (rys. 7).

WNIOSEK KOŃCOWY

Zaprezentowany model matematyczny jest bardzo czuły na przyjęte uproszczenia dotyczące kształtu ziarna. Dla ziarna kukurydzy weryfikuje się on lepiej przy założeniu dużej liczby wgnieceń zewnętrznych lub przy przyjęciu modelu geometrycznego wielościanu o dużej ilości ścian.

LITERATURA

1. Cenkowski S.: Matematyczny model wymiany ciepła w suszarce kolumnowo-grawitacyjnej pracującej według zasady prądu skrzyżowanego. Cz. I. - Sformułowanie modelu matematycznego i jego weryfikacja.
2. Kamiński E.: Teoria i technologia suszenia kukurydzy. Praca habilitacyjna wykonana w Instytucie Mechanizacji Rolnictwa Akademii Rolniczej we Wrocławiu, 1979.
3. Mosz J. i inni: Określenie cech fizyko-mechanicznych dla kukurydzy. Maszynopis IMR - AR Wrocław, 1981.
4. Pabis S.: Grain drying in thin layers. Paper No. 1/C/4. Prezentowane 12.08.1967 r. na Sympozjum Mechanizacji Rolnictwa w Anglii.

Стефан Цэнковски, Эугениуш Каминьски

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБИЕНЫ В КОЛОННО-ГРАВИТАЦИОННОЙ
СУШИЛКЕ, РАБОТАЮЩЕЙ ПО ПРИНЦИПУ КРЕСТОВОГО ТОКА.
ЧАСТЬ ІІІ. ВЛИЯНИЕ ПРИНЯТЫХ УПРОЩЕНИИ, КАСАЮЩИХСЯ ЕДИНИЧНОЙ
ПЛОЩАДИ НА ТОЧНОСТЬ ПРОВЕРКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Р е з ю м е

Точное определение объёмного коэффициента теплообмена ($a\alpha$) имеет большое влияние на точность описания теплообмена предлагаемой математической моделью. Этот коэффициент зависит от площади теплоёмкости зерна согласно по примеру $(a\alpha) = \frac{6(1-\epsilon)}{d_e} \alpha$.

Зерно сравнивают с шаром, нпр. у зерна кукурузы сложная геометрическая форма.

В работе представлено исчисления нагревания зерна предполагая, что у зерна кукурузы форма шара, а также что у него другой образ, доказывая, что проверка лучше, принимая геометрическую модель многогранника зерна кукурузы, о большом количестве стен.

Stefan Cenkowski, Eugeniusz Kamiński

MATHEMATICAL MODEL OF HEAT EXCHANGE IN GRAVITY-COLUMN DRIER
WORKING ON PRINCIPLE OF CROSSING FLOW.
PART III. INFLUENCE OF ASSUMED SIMPLIFICATIONS OF SPECIFIC SURFACE
ON ACCURACY OF MATHEMATICAL MODEL VERIFICATION

S u m m a r y

In the proposed mathematical model of heat transfer accurate designation of voluminal coefficient of heat transfer ($a\alpha$) has a significant influence on the precise description of this phenomenon. As it has been determined, this coefficient depends on the specific surface of seed in accordance to the equation:

$$a\alpha = \frac{6(1-\epsilon) \cdot \alpha}{d_e}$$

Usually the shape of seed is considered as a spherical one, while the most of seeds have a complicated geometrical shape.

Calculations of heat transfer for corn seeds are presented in the paper, assuming the spherical shape of a seed. It was showed also that assumption of polihedral seed shape proved better correlation to the model.