



Magdalena ATAMAN, Waław SZCZEŚNIAK

**RUCHOME OBCIĄŻENIE CIĄGŁE
NA BELCE SPOCZYWAJĄCEJ
NA TRÓJPARAMETROWYM PODŁOŻU
INERCYJNYM –
CZEŚĆ II PRZYKŁADY OBLICZENIOWE**

Streszczenie

W pracy analizuje się niejednorodną, sprężystą belkę swobodnie podpartą spoczywającą na inercyjnej, sprężystej warstwie podłoża trójparametrowego Leontiewa-Własowa. Belka obciążona jest dużą siłą osiową oraz półnieskończonym, równomiernie rozłożonym obciążeniem ciągłym, poruszającym się ze stałą prędkością. W referacie przedstawiono graficzne wyniki rozwiązań otrzymanych analitycznie w części pierwszej opracowania [3]. Zadanie ma praktyczne zastosowanie w nawierzchniach i mostach kolejowych obciążonych pociągami poruszającymi się z dużymi prędkościami.

WSTĘP

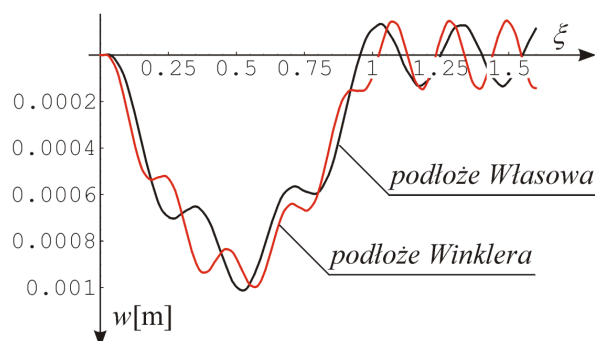
W części pierwszej opracowania [3] podano równanie ruchu niejednorodnej belki spoczywającej na inercyjnym podłożu Leontiewa-Własowa z dużą siłą osiową obciążonej ruchomym półnieskończonym obciążeniem ciągłym – wzór (3). Równanie ruchu belki zostało rozwiązane analitycznie w przypadku przegubowego podparcia jej na końcach. Do uzyskania ugięć belki pod półnieskończonym obciążeniem ciągłym wykorzystano rozwiązania dla siły skupionej: wyrażenie (7) opisujące ugięcie belki przy braku rezonansu oraz wzór (8) obowiązujący przy rezonansie. Rozwiązanie zadania dla obciążenia ciągłego półnieskończonego $dP = q_0 v dt_1$, otrzymano zamieniając we wzorze (7) t na t_1 , a następnie wykonując całkowanie względem t_1 w granicach $(0, t)$. W przypadku takiego obciążenia wzory opisujące ugięcie belki przy braku rezonansu oraz w rezonansie opisane są wyrażeniami (14) i (15). Wyprowadzono również wzory opisujące drgania swobodne belki, po zjechaniu z niej ruchomej siły skupionej P – wzór (12), oraz drgania ustalone belki, gdy czoło półnieskończonego obciążenia ciągłego zjedzie z belki – wzór (17). Korzystając z otrzymanych rozwiązań wyznaczono siłę krytyczną oraz prędkość krytyczną w rozważanym układzie.

W tej części opracowania przedstawiono ilustrację graficzną rozwiązań otrzymanych w części pierwszej opracowania [3].

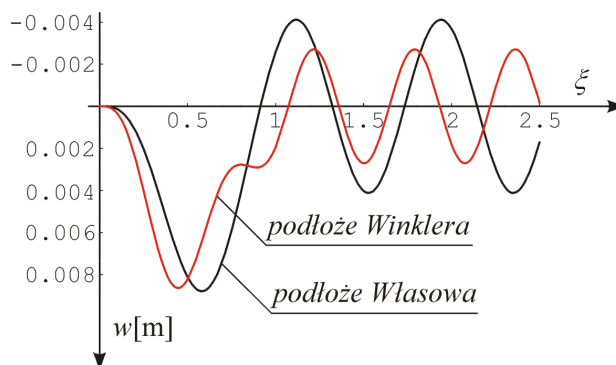
1. BELKA OBCIĄŻONA RUCHOMĄ SIŁĄ SKUPIONĄ

Poniżej pokazano wykresy ugięć otrzymane na podstawie rozwiązań analitycznych uzyskanych w części pierwszej opracowania [3]. Rysunki 1-3 przedstawiają ugięcia środka belki wymuszone przejazdem siły skupionej $P = 57,5 \text{ kN}$ ze stałą prędkością v . Do obliczeń wprowadzono bezwymiarowy współczynnik $\xi = \frac{vt}{l}$. Oznacza to, że przy $\xi \in \langle 0, 1 \rangle$ siła znajduje się na belce, natomiast przy $\xi > 1$ mamy drgania swobodne belki.

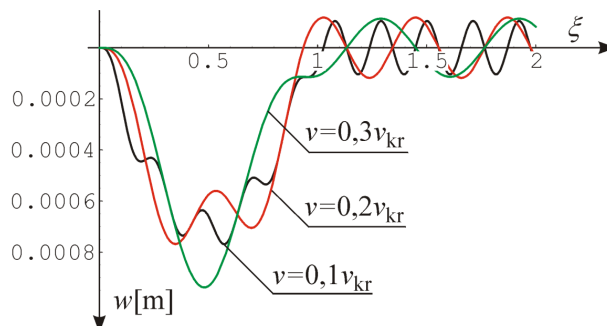
W przykładzie przyjęto, że belka o długości $l = 5 \text{ m}$ i równomiernie rozłożonej masie $m = 282 \text{ kg/m}$ ma przekrój prostokątny o wymiarach $b \times h = 0,25 \times 0,45 \text{ m}$ i spoczywa na warstwie podłoża inercyjnego o grubości $H = 1,5 \text{ m}$. Zastępcza, uśredniona wartość modułu Younga belki jest równą $E = 34 \text{ GPa}$. Współczynniki trójparametrowego podłoża Własowa k_0 , c_0 i m_0 wyznaczone korzystając ze wzorów (2) podanych w części I opracowania, przyjmując następujące charakterystyki mechaniczne gruntu: moduł sprężystości $E_{gr} = 100 \text{ MPa}$, współczynnik Poissona $\nu_{gr} = 0,30$ oraz ciężar objętościowy $\gamma_0 = 26 \text{ kN/m}^3$. Ponieważ warstwa podłoża jest cienka, funkcję $\Phi(z)$ aproksymującą pole przemieszczeń pionowych w warstwie założono w postaci $\Phi(z) = 1 - \frac{z}{H}$. Przedstawione w przykładzie wyniki rozwiązań dotyczą prędkości mniejszych od prędkości krytycznej.



Rys. 1. Wpływ podłoża na ugięcie dynamiczne środka belki, prędkość ruchomej siły $v = 25 \text{ m/s}$, $S = 0,1S_{kr}$



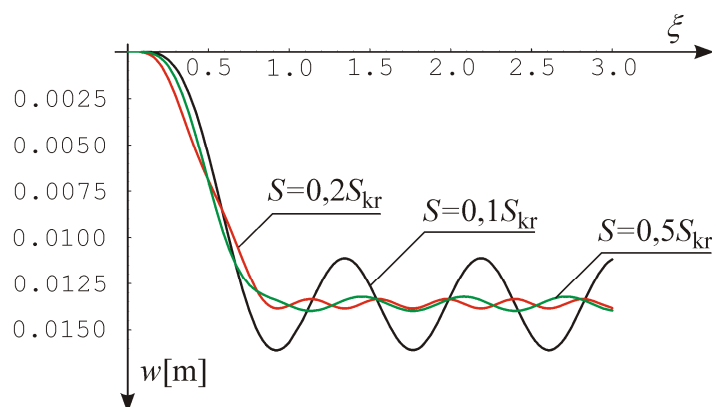
Rys. 2. Wpływ podłoża na ugięcie dynamiczne środka belki, prędkość ruchomej siły $v = 50 \text{ m/s}$, $S = 0,9S_{kr}$



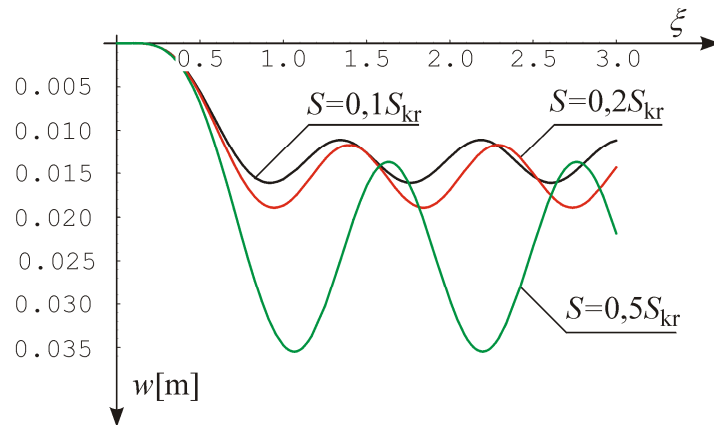
Rys. 3. Wpływ prędkości na ugięcie środka belki na podłożu Własowa obciążonej ruchomą siłą skupioną przy $S = 0,1S_{kr}$

2. BELKA OBCIĄŻONA RUCHOMYM PÓLNIESKOŃCZONYM OBCIĄŻENIEM CIĄGŁYM

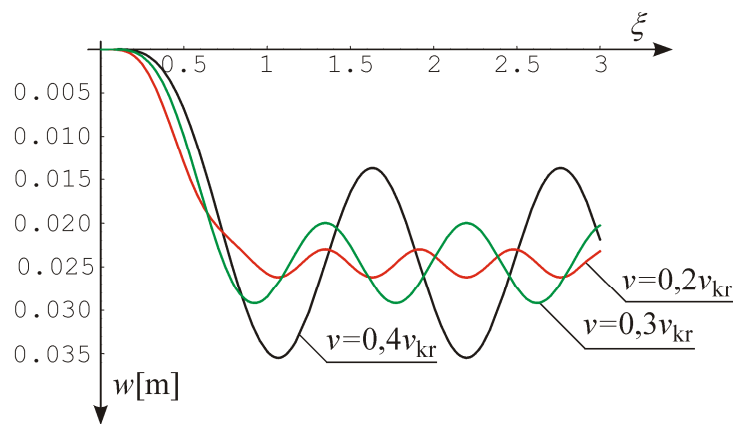
W tym rozdziale pokazano pięć wykresów ugięcia środka belki od półnieskończonego obciążenia ciągłego $q_0 = 160 \text{ kN/m}$, poruszającego się ze stałą prędkością. Parametry mechaniczne podłoża są takie same jak w przypadku poprzednim, dotyczącym ruchomej siły skupionej. Również zastępcza belka jest taka sama jak w poprzednim przykładzie. Podobnie jak w rozdziale pierwszym wprowadzono bezwymiarowy współczynnik $\xi = \frac{vt}{l}$. Przy $\xi \in \langle 0, 1 \rangle$ wykresy przedstawione na rysunkach 5-7 pokazują narastające ugięcie środka belki w czasie spowodowane wjazdem obciążenia na belkę. Ruchome obciążenie ciągłe przy $\xi > 1$ wypełnia całkowicie belkę i mamy wtedy do czynienia z drganiami ustalonymi. Na rysunkach 8 i 9 przedstawiono trójwymiarowy wykres i jego plan warstwiczny wpływu prędkości ruchomego obciążenia ciągłego i siły osiowej na ugięcie środka belki.



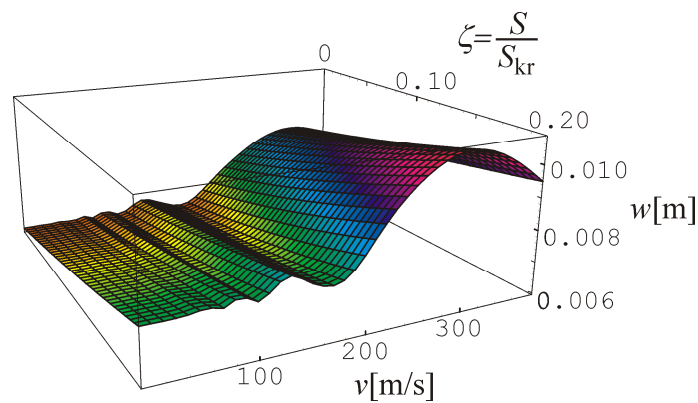
Rys. 5. Wpływ wielkości siły osiowej na ugięcie środka belki przy prędkości półnieskończonego obciążenia ciągłego $v = 0,3v_{kr}$



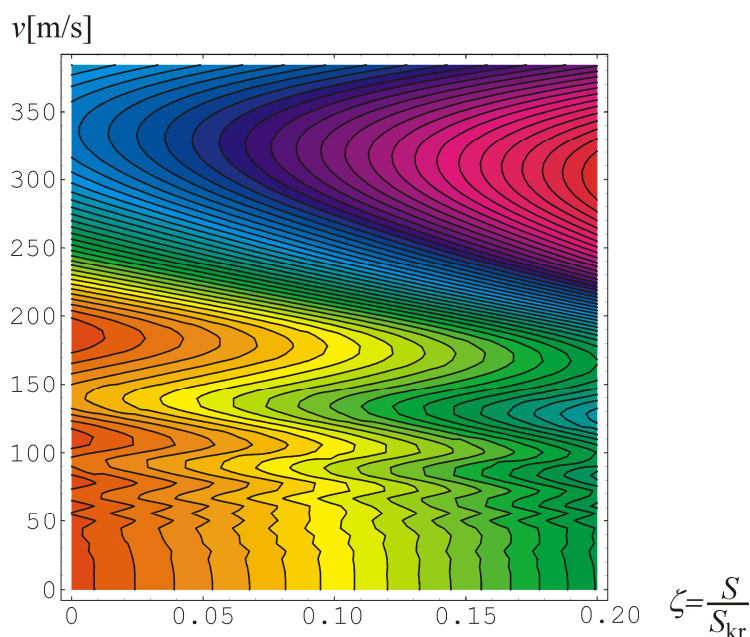
Rys. 6. Wpływ wielkości siły osiowej na ugięcie środka belki przy prędkości półnieskończonego obciążenia ciągłego $v = 0,4v_{kr}$



Rys. 7. Wpływ prędkości ruchomego półnieskończonego obciążenia ciągłego na ugięcie środka belki przy sile $S = 0,5S_{kr}$



Rys. 8. Wpływ prędkości ruchomego obciążenia ciągłego i siły osiowej na ugięcie środka belki



Rys. 9. Plan warstwiczny do rysunku 8

PODSUMOWANIE

Z otrzymanych wyników wynika szereg istotnych wniosków praktycznych. Na ugięcia a zatem i na naprężenia oraz odkształcenia znaczący wpływ mają wartości trzech parametrów mechanicznych podłoża k_0 , c_0 i m_0 . Wyniki rozwiązań zależą również w dużym stopniu od ściskającej siły osiowej S , która może być wywołana temperaturą oraz prędkością ruchomego obciążenia, zależną od masy belki i kwadratu prędkości [1]. Jest to szczególnie istotne w torach obciążonych pociągami dużych prędkości. Oryginalnym elementem obu części opracowania jest wyznaczenie prędkości krytycznej ruchomego obciążenia i osiowej siły krytycznej powodującej dynamiczne wyboczenie toru, zarówno w przypadku ruchomej siły skupionej jak i ruchomego obciążenia ciągłego.

UNIFORMLY DISTRIBUTED MOVING LOAD ON THE BEAM RESTING ON THE INERTIAL THREE-PARAMETER FOUNDATION – PART II NUMERICAL EXAMPLES

Abstract

In the paper non-homogenous beam on inertial foundation subjected to axial forces and moving load is analysed. Two types of load are considered in the study: concentrated force and uniformly distributed load. Equations of motion of the beam are derived and analytical solutions of the problems are presented in part one of the study. In this paper numerical examples based on solutions obtained in part one are presented. Obtained solutions may have practical application in dynamics of bridges and dynamics of railways for high speed trains.

BIBLIOGRAFIA

1. Ataman M.: *Wpływ bezwładności taboru, nawierzchni kolejowej i podłoża na ich stateczność i prędkości krytyczne pociągów o dużych prędkościach*. Logistyka 3/2012, str. 29-34.
2. Ataman M., Szcześniak W.: *Drgania niejednorodnej belki swobodnie podpartej z dużą siłą osiową na podłożu inercyjnym, wywołane obciążeniem ruchomym*. „Theoretical Foundations of Civil Engineering”, Vol. 20, pp. 43-50, Ed. by W. Szcześniak OW PW, Warsaw 2012.
3. Ataman M., Szcześniak W.: *Ruchome obciążenie ciągłe na belce spoczywającej na trójparametrowym podłożu inercyjnym – część I rozwiązania analityczne*. Technika Transportu Szynowego, ibid.
4. Szcześniak W.: *Analiza dynamiczna płyt o średniej grubości*. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Budownictwo, z. 101, OWPW, Warszawa 1988.
5. Szcześniak W.: *Wybrane zagadnienia dynamiki płyt poddanych inercyjnym obciążeniom ruchomym*. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Budownictwo, z. 119, OWPW, Warszawa 1992.

Autorzy:

dr inż. Magdalena ATAMAN – Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska
prof. dr hab. inż. Waław SZCZEŚNIAK – Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska

Niniejsza praca jest współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, projekt „Program Rozwojowy Politechniki Warszawskiej” realizowany przez Centrum Studiów Zaawansowanych.

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

