

# Problemy związane z zastosowaniem kart kontrolnych CUSUM do oceny zgodności betonu w świetle PN-EN 206:2014



Dr Elżbieta Szczygielska, Państwowa Szkoła Wyższa im. Papieża Jana Pawła II w Białej Podlaskiej, prof. zw. dr hab. inż. Viktor Tur, Politechnika Białostocka

## 1. Wprowadzenie

Znowelizowana norma PN-EN 206:2014-04 [1] wprowadza alternatywną metodę oceny zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie, wykorzystującą karty kontrolne (metoda C). Metoda ta jest rekomendowana tylko do oceny zgodności na etapie produkcji ciągłej w przypadku, kiedy jednostka produkująca beton posiada certyfikat Zakładowej Kontroli Produkcji. W normie [1] przedstawiony jest ogólny opis postępowania i wymagań przy ocenie zgodności, co w niektórych przypadkach może prowadzić do niejednoznacznego ich interpretowania lub do niepoprawnego przeprowadzenia całej procedury oceny. Według zaleceń normowych ocenę zgodności przeprowadza się tylko na podstawie wytrzymałości średniej po zakończonym okresie oceny. Należy podkreślić, że procedura z zastosowaniem metody C wymaga jednoczesnego śledzenia zmian odchylenia standardowego, a także zależności korelacyjnych w przypadku wykorzystania danych z badań wykonanych we wcześniejszym okresie niż zaleca się w normie, tzn. kiedy producent dysponuje pomiarami wytrzymałości wcześniejszej niż 28-dniowa.

Celem artykułu jest krótkie omówienie wybranych podstaw metodologii projektowania parametrów V-masek kart kontrolnych CUSUM wykorzystywanych do kompleksowej kontroli produkcji i oceny zgodności oraz analiza numeryczna parametrów karty kontrolnej CUSUM-M, stosowanej do kontroli zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie metodą C według PN-EN 206:2014-04, pod względem spełnienia wymaganego poziomu AOQ.

## 2. Kontrola produkcji a ocena zgodności. Stosowanie kart kontrolnych

W celu zapewnienia odpowiedniej jakości wyrobu jego produkcja powinna podlegać procesowi kontroli i oceny zgodnie z wymaganiami normy PN-EN ISO 9001:2001 [2]. Według normy PN-EN 206:2014-04 [1] kontrola zgodności jest jednym z elementów wchodzących w skład szeroko rozumianej kontroli produkcji. Odpowiedzialność za kontrolę zgodności ponosi producent,

który deklaruje zgodność ze specyfikacją. To producent, przeprowadzając kontrolę zgodności, zapewnia odbiorcę o jakości betonu trafiającego na rynek. Deklaruje on, że wyprodukowany beton jest odpowiedniej klasy, określonej przez wytrzymałość charakterystyczną ( $f_{ck}$ ) badaną na próbkach cylindrycznych lub sześciennych.

Producent powinien potwierdzać zgodność na końcu każdego z ustalonych przez niego okresów oceny. Równolegle powinien prowadzić ciągły monitoring procesu produkcji i w przypadku wykrytych nieprawidłowości podejmować odpowiednie działania korygujące.

Należy podkreślić, że w przypadku kontroli jakości betonu zawsze mamy do czynienia z kontrolą statystyczną, tzn. wyrzykową. Ocena wykonywana jest na podstawie zbadania próbek wykonanych z losowo pobranej próby betonu.

W ujęciu ogólnym wyróżnia się dwie formy kontroli statystycznej [3]: statystyczna kontrola procesu (kontrola → ocena → regulacja), która przeprowadzana jest w trybie *on-line*, to znaczy na bieżąco w toku produkcji oraz statystyczna kontrola odbiorcza (kontrola → ocena → decyzja), przeprowadzana po zakończonym okresie oceny, czyli w tzw. trybie *off-line*.

W takim ujęciu kontrola bieżącej produkcji betonu jest kontrolą procesu, natomiast ocena zgodności – kontrolą odbiorczą. Celem kontroli zgodności jest zabezpieczenie przed sytuacją, aby beton nieodpowiedniej jakości nie trafił na rynek, natomiast bieżąca kontrola produkcji ma na celu sterowanie procesem produkcji betonu i tym samym wpływanie na jakość produkowanego betonu.

Według podstawowej strategii zawartej w PN-EN 206:2014-04 [1] po zakończeniu etapu produkcji początkowej przyjmuje się, że produkcja betonu może być uznana jako jednorodna, co pozwala na dokonanie oszacowania odchylenia standardowego populacji ( $\sigma$ ) i przejście do etapu produkcji ciągłej. Na tym etapie produkcji znowelizowana norma PN-EN 206:2014-04 [1] zaleca stosowanie jednej z dwóch alternatywnych metod oceny zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie, w zależności od tego, czy produkcja objęta jest certyfikacją strony trzeciej. W przypadku kiedy wytwórnia betonu posiada certyfikat Zakładowej

Kontroli Produkcji, ocena zgodności może być przeprowadzana za pomocą kart kontrolnych CUSUM lub Shewharta (tzw. metoda C).

Karty kontrolne, jako jedno z podstawowych narzędzi statystycznej kontroli jakości, zostały opracowane do kontroli produkcji i już od dłuższego czasu były wykorzystywane do monitorowania tzw. produkcji seryjnej. Wprowadzenie metody C w normie [1] po raz pierwszy umożliwiło wykorzystanie kart kontrolnych w procedurze oceny zgodności, która odbywa się w trybie *off-line*. Należy podkreślić, że już w 1957 roku Freund [4] zaproponował metodę, na podstawie której stosowano kombinowaną kartę Shewharta jednocześnie do kontroli produkcji i oceny zgodności. Metoda ta znana jest pod nazwą *Acceptance Shewhart Control Charts*. Praktyczne wytyczne do stosowania takich kart przedstawione zostały w ISO 7870-3:2012 [5].

W ujęciu ogólnym karta kontrolna pozwala na wykrycie znaczących odchyłeń od docelowych parametrów statystycznych. Odchylenia takie świadczą o nieprawidłowościach w procesie produkcji, wpływając w efekcie końcowym na jej jakość. Kontrola produkcji przeprowadzana w trybie *on-line* daje producentowi możliwość dokonania w bardzo krótkim czasie korekty w procesie produkcyjnym (np. korekty składu mieszanki betonowej lub jej składników) w celu spełnienia wymagań zawartych w specyfikacji lub obniżenia kosztów produkcji betonów. W praktyce bardzo rzadko dokonuje się korekty parametrów w procesie produkcji na podstawie wyników oceny zgodności. Kontrola zgodności przeprowadzana jest bowiem w innym celu. Jej celem jest ocena i potwierdzenie tego, że partia betonu wyprodukowana w określonym czasie jest zgodna ze specyfikacją.

Jak pokazano w wielu opracowaniach, [np. 4, 6], najlepszym wyborem przy kontroli jakości betonu jest stosowanie kart sum skumulowanych CUSUM. W procesie kontroli produkcji betonu karty sum skumulowanych stosuje się do monitorowania trzech podstawowych charakterystyk: wytrzymałości średniej (CUSUM-M), odchylenia standardowego (CUSUM-R) i miary korelacji pomiędzy wytrzymałością we wcześniejszym wieku i wytrzymałością w wieku 28 dni (CUSUM-C).

Według [7] stosowanie kart CUSUM do kontroli produkcji betonu ma trzy podstawowe zalety:

- odchylenia od wartości docelowej mogą być łatwo wykryte na podstawie wizualnej oceny karty kontrolnej;
- punkt, w którym pojawiają się znaczne odchylenia od wartości docelowej, może być łatwo zlokalizowany, co jest bardzo korzystne z punktu widzenia diagnozowania przyczyn powstania niepożądanych odchyłeń od wartości docelowych;
- wzrasta efektywność kontroli w porównaniu do kart standardowych (np. kart Shewharta). Przy stosowaniu CUSUM powstaje możliwość wykrycia odchyłeń od wartości docelowych na poziomie od  $0,5\sigma$  do  $2\sigma$ , gdzie  $\sigma$  – odchylenia standardowe. Oznacza to, że w porównaniu do kart standardowych zmiany mogą być wykryte około dwa razy szybciej lub w tym samym okresie

na podstawie znacznie mniejszej liczby analizowanych wyników.

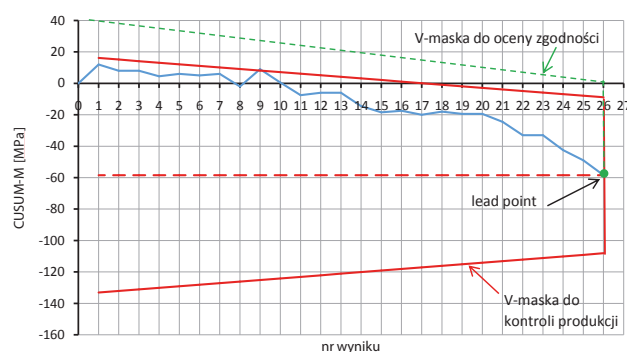
Historia rozwoju kart kontrolnych CUSUM szczegółowo została opisana w pracach [4, 7], zaś stan aktualny przedstawiono w [7]. Praktyczne wytyczne do stosowania CUSUM można znaleźć w normie BS ISO 7870-4:2011 [8]. W przypadku kontroli produkcji betonu za pomocą CUSUM-M stosuje się następujące reguły decyzyjne:

- kiedy punkt z karty CUSUM przekracza dolną linię ostrzegawczą, oznacza to wykrycie zmian świadczących o wzroście wytrzymałości na ściskanie i zaleca się podjęcie działań korygujących w celu jej obniżenia (choć nie jest to obowiązkowe); działania korygujące związane są tu głównie z korektą składu mieszanki betonowej i wynikają ze względów ekonomicznych;
- kiedy punkt karty kontrolnej CUSUM przekracza górną linię ostrzegawczą, oznacza to wykrycie zmian świadczących o obniżeniu wytrzymałości i konieczności podjęcia obowiązkowych działań korygujących, w celu powrotu do wymaganej wytrzymałości średniej TMS (*Target Mean Strength*).

Bazując na wymienionych regułach decyzyjnych, jasnym staje się, dlaczego V-mask (maskownica) wykorzystywana do celów oceny zgodności według [1] ma tylko jedno ramię, górne.

Przykład zastosowania karty sum skumulowanych CUSUM-M do kontroli odchyłeń od docelowej średniej wytrzymałości TMS w toku kontroli produkcji betonu przedstawiono na rysunku 1. Na prezentowanym przykładzie wartość CUSUM-M dla wyniku o numerze 9 przekracza górną linię ostrzegawczą, co oznacza, że średnia obniżyła się o około 4 MPa od docelowej TMS równej 42 MPa (szczegółowe obliczenia:  $(-58,5 \text{ MPa} - 9 \text{ MPa}) / (26 - 9) = -4 \text{ MPa}$ ). Wynik ten wskazuje, że należałoby podjąć działania prowadzące do korekty składu mieszanki betonowej w celu powrotu do TMS. Brak takich działań mógłby doprowadzić w efekcie, po uzyskaniu dalszych  $35 - 26 = 9$  wyników, do niezgodności z deklarowaną klasą wytrzymałości C25/30.

Po wprowadzeniu korekty składu mieszanki betonowej kartę CUSUM-M buduje się od nowa (nie uwzględnia się poprzednich wyników).



Rys. 1. Przykład karty CUSUM-M do kontroli odchyłeń od TMS = 42 MPa dla  $\sigma = 6 \text{ MPa}$

W ujęciu normy PN-EN 206:2014-04 [1] ocena zgodności odbywa się tylko przy wykorzystaniu karty kontrolnej CUSUM-M oraz V-maski, której tzw. *lead point* umieszcza się w ostatnim punkcie wykresu CUSUM-M (rys. 1). Niezgodność w okresie oceny orzekana jest w sytuacji, kiedy wykres sum skumulowanych CUSUM-M przekracza ramię V-maski, czyli tzw. linię niezgodności (*non-conformity line*). Jak wspomniano wyżej, maskownica do oceny zgodności ma tylko górne ramię i obejmuje maskownicę do kontroli produkcji oraz ma większy kąt nachylenia. Wykrycie trendu obniżania wytrzymałości betonu za pomocą karty CUSUM-M daje szansę producentowi na podjęcie odpowiednich działań, zanim dojdzie do sytuacji, w której pojawi się niezgodność sygnalizowana przekroczeniem linii niezgodności przez CUSUM-M. Należy zaznaczyć, że V-maska do oceny zgodności zaczyna „pracować” dopiero w 35 wyniku.

Należy podkreślić, że metoda C jest metodą nową, jeszcze nie stosowaną powszechnie w praktyce. Pojawiające się w literaturze specjalistycznej komentarze [np. 9], dotyczące wykorzystania kart kontrolnych w ocenie zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie, prezentują subiektywną interpretację zasad przeprowadzenia tej oceny. Może to prowadzić do pewnej dezorientacji i wymaga zwrócenia uwagi na problemy związane z zastosowaniem CUSUM-M do kontroli zgodności betonu.

Ponadto w znowelizowanej normie PN-EN 206:2014-04 [1] bez dodatkowych komentarzy wprowadzono parametry karty CUSUM-M do oceny zgodności, które zasadniczo różnią się od zalecanych dotychczas parametrów zawartych w normie BS ISO 7870-4:2011 [8] i stosunkowo długo stosowanych w praktyce brytyjskiej [10].

### 3. Parametry kart kontrolnych

Kartę kontrolną stosowaną do kontroli zgodności charakteryzują cztery parametry: parametry V-maski (przedział decyzyjny *DI* oraz gradient); liczba wyników w okresie oceny zgodności (*n*); parametr  $\lambda$  stosowany do obliczenia *TMS* – docelowej wytrzymałości średniej betonu na ściskanie, gdzie  $TMS = f_{ck} + \lambda\sigma$ .

Według zaleceń [6] V-maska ma kształt ściętej litery V i jest scharakteryzowana przez dwa podstawowe parametry: przedział decyzyjny *DI* (*Decision Interval*) oraz kąt nachylenia linii niezgodności, często wyrażany jako gradient (*grad*). W literaturze specjalistycznej rekomendowane są różne metody do ustalania parametrów V-maski. Większość z nich bazuje na obliczaniu wskaźnika ARL (*Average Run Length*), przedstawiającego średnią liczbę wyników niezbędną do wykrycia pierwszego sygnału o tym, że proces jest statystycznie rozregulowany. Klasyfikacja i opis tych metod został szczegółowo przedstawiony np. w [6, 11, 12]. W przypadku ogólnym zaproponowano wybór  $DI = 5\sigma$  i  $grad = 0,5\sigma$ , co daje według [7] dobre wyniki przy stosowaniu CUSUM-M do kontroli produkcji betonu i jest zalecane przez BS ISO 7870-4:2011 [8].

Ponadto wybór parametrów przy projektowaniu V-maski

do karty kontrolnej CUSUM-M stosowanej w celu oceny zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie może być dokonany na podstawie wymaganego poziomu AOQ. Zależność średniej wadliowości po kontroli (*AOQ*) od poziomu jakości przed kontrolą (*w*) przedstawiana jest za pomocą wzoru:

$$AOQ(w) = w \cdot P_a(w) \quad (1)$$

gdzie  $P_a$  oznacza prawdopodobieństwo akceptacji.

Zalecenia normy PN-EN 206:2014-04 [1] odnośnie stosowania kart kontrolnych do oceny zgodności ograniczają maksymalną wadliowość po kontroli na poziomie nie wyższym niż 5%, analogicznie jak wymaga się w przypadku normowego podwójnego kryterium (metoda B), opracowanego przez L. Taerwe do produkcji ciągłej [13]. Oznacza to, że metody stosowane do analizy i oceny kryteriów zgodności (funkcje operacyjno-charakterystyczne OC) mogą również zostać zastosowane w odniesieniu do kart kontrolnych.

Funkcje OC przedstawiają zależność prawdopodobieństwa potwierdzenia deklarowanej wytrzymałości charakterystycznej w odniesieniu do badanej partii betonu, zwanego prawdopodobieństwem akceptacji ( $P_a$ ), od rzeczywistego poziomu jakości tej partii, mierzonego za pomocą wadliowości (*w*), zdefiniowanej jako:

$$w = P[f_{ci} \leq f_{ck}] \quad (2)$$

gdzie:  $f_{ci}$  – wynik pomiaru wytrzymałości betonu na ściskanie,  $f_{ck}$  – wytrzymałość charakterystyczna,  $P[.]$  – prawdopodobieństwo.

Niestety w przypadku kart kontrolnych nie są dostępne zależności analitycznych pomiędzy parametrami krzywej OC a parametrami karty kontrolnej. Pozostają więc do wykorzystania metody modelowania matematycznego procesów złożonych, i podobnie jak w [13, 14], funkcje OC mogą być wyznaczone metodą symulacji Monte Carlo.

### 4. Parametry normowe V-maski

Parametry V-maski (*DI* oraz *grad*) mogą być obliczane przy wykorzystaniu wspomnianego wyżej wskaźnika ARL. Inną metodą może być dobieranie odpowiednich parametrów po analizie symulacji komputerowej z uwzględnieniem maksymalnej średniej wadliowości po kontroli (AOQL).

V-maski z parametrami  $DI = 8,1\sigma$  i  $grad = \sigma/6$  są według normy [1] stosowane do kontroli odchyień od średniej wytrzymałości docelowej *TMS* w toku kontroli produkcji (karta CUSUM-M) oraz do monitoringu korelacji między wytrzymałością we wcześniejszym wieku i wytrzymałością w wieku 28 dni (sprawdzanej za pomocą karty CUSUM-C).

W przypadku oceny zgodności według PN-EN 206:2014-04 [1] parametry karty kontrolnej są następujące:  $DI = 9\sigma$ ;  $grad = \sigma/2$ ;  $n = 35$ ;  $\lambda \geq 1,96$ .



Ocena zgodności wykonywana jest na podstawie tego samego wykresu CUSUM-M, lecz z inną V-maską. W praktyce może to się odbywać na jednej karcie kontrolnej, z podwójną maskownicą (rys. 1).

Jak pokazano wcześniej, CUSUM z parametrami V-maski  $DI = 5\sigma$  i  $grad = 0,5\sigma$  mógłby być z powodzeniem zastosowany do kontroli zgodności betonu, co było przedmiotem obszernej analizy przedstawionej w [7].

Ponadto w normie [1] zawarto dodatkowe zalecenia:

- okres oceny nie może być dłuższy niż 12 miesięcy;
- wartość odchylenia standardowego nie może być mniejsza niż 3 MPa;
- zwiększenie odchylenia standardowego o co najmniej 0,5 MPa od aktualnie stosowanego  $\sigma$  powinno implikować zmianę stosowanej wartości  $\sigma$ .

Wymagania dotyczące zmiany aktualnie stosowanego odchylenia standardowego oznaczają, że równolegle z kontrolą odchyień od  $TMS$  za pomocą CUSUM-M należy kontrolować zmiany odchylenia standardowego za pomocą karty CUSUM-R. Karta CUSUM-R jest sprawdzana jako pierwsza.

Parametry V-maski do karty sum skumulowanych CUSUM-R wynoszą:  $DI = 8,5\sigma$  i  $grad = \sigma/10$  i są inne niż w przypadku CUSUM-M oraz CUSUM-C, dla których  $DI = 8,1\sigma$  i  $grad = \sigma/6$ . Należy podkreślić, że zmiany odchylenia standardowego powodują zmiany parametrów V-maski do oceny zgodności oraz zmianę wartości  $TMS$ . Zmiany te należy zastosować od momentu przekroczenia linii ostrzegawczych maskownicy przez CUSUM-R. Wyniki sprzed zmiany  $\sigma$  uwzględnia się w procedurze oceny zgodności.

Komentarza wymaga również wymaganie dotyczące liczby wyników w okresie oceny. Jeżeli w okresie 12 miesięcy nie zgromadzono 35 wyników badań należy zastosować inną kartę zalecaną przez normę, czyli kartę Shewharta, dla której ocena zgodności jest przeprowadzana na podstawie co najmniej 15 wyników badań.

## 5. Analiza z wykorzystaniem AOQ

Metoda C oceny zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie przy wykorzystaniu karty kontrolnej CUSUM-M, wprowadzona przez normę [1], została poddana analizie za pomocą krzywych operacyjno-charakterystycznych oraz metodą AOQ. Prawdopodobieństwo akceptacji obliczono przy zastosowaniu metody symulacji Monte Carlo. W związku z wprowadzoną w [1] zmianą, dotyczącą minimalnej częstotliwości pobierania prób w przypadku wytwórni betonu objętych certyfikacją strony trzeciej (pobieranie 1 próby na 5 dni produkcyjnych lub 1 próby na miesiąc kalendarzowy) trudno wnioskować o wystąpieniu autokorelacji wyników. Zatem obliczenia wykonano na danych nieskorelowanych, wygenerowanych losowo z rozkładu normalnego.

Należy podkreślić, że analizy z uwzględnieniem autokorelacji przeprowadzone przez L. Taerwe i R. Caspelle [7] przy parametrach  $DI = 5\sigma$ ,  $grad = \sigma/2$ ,  $n = 35$  i  $\lambda = 1,95$  potwierdziły wymagania związane z AOQL. W przypadku

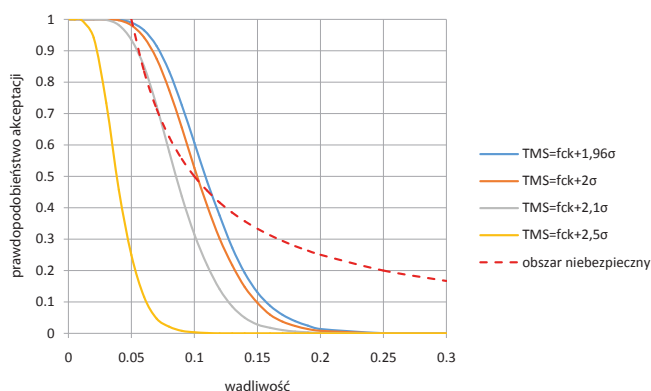
symulacji wyników skorelowanych zastosowano funkcje regresji typu AR(2) ze współczynnikami wyskalowanymi na podstawie danych pochodzących z produkcji betonu w zakładach prefabrykacji w Belgii. Pozostaje pytanie, czy w warunkach krajowej produkcji betonu można zastosować te same współczynniki w modelu regresji do analogicznych analiz. Wykonanie analiz na wynikach niezależnych daje oceny z odpowiednim marginesem bezpieczeństwa.

Producent, ustalając skład mieszanki betonowej, zakłada docelową średnią wytrzymałość na ściskanie na poziomie  $TMS = f_{ck} + \lambda\sigma$ . Wartość  $TMS$  pełni kluczową rolę przy obliczaniu CUSUM w procedurze oceny zgodności metodą C, zatem można przyjąć, że parametr  $\lambda$  jest swobodnym współczynnikiem testowym, który jednak w normie [1] nie został jednoznacznie określony ( $\lambda \geq 1,96$ ).

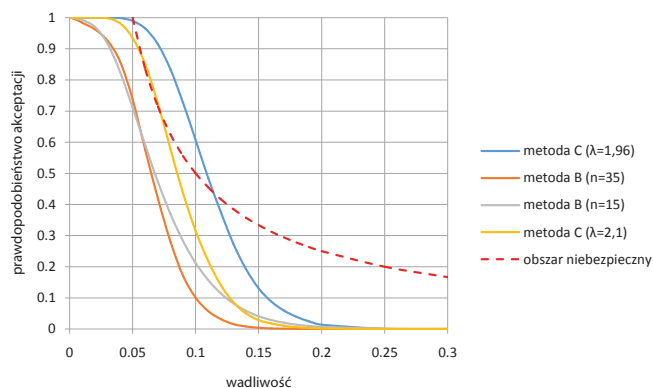
Zgodnie z wymaganiami normy [1] (załącznik H pkt 4) docelowa wytrzymałość średnia ustalana jest na poziomie  $TMS \geq f_{ck} + 1,96\sigma$ . Zatem według tych zaleceń, podane jest jedynie dolne ograniczenie współczynnika  $\lambda$ , bez komentarza o skutkach związanych z jego zwiększaniem.

Pozostałe parametry karty kontrolnej, tzn.  $DI$ ,  $grad$  oraz  $n$  ustalone są w [1] na stałym poziomie, więc przeprowadzone analizy dotyczyły zbadania wpływu współczynnika  $\lambda$  na prawdopodobieństwo akceptacji przy ocenie zgodności za pomocą CUSUM (rys.2). Zmiana współczynnika  $\lambda$  przy stałej wartości  $n = 35$  powoduje przemieszczenie krzywej OC w lewo. Na przykład przy  $\lambda = 2$  krzywa OC znajduje się jeszcze częściowo w obszarze niebezpiecznym, a prawdopodobieństwo potwierdzenia zgodności przy faktycznej wadliwości na poziomie 10% utrzymuje się na dość wysokim poziomie (około 0,5), co wskazuje na znaczne ryzyko odbiorcy związane z zakupem betonu niespełniającego wymagań wytrzymałościowych.

Wyniki przeprowadzonych analiz pokazały, że jeśli  $TMS = f_{ck} + 1,96\sigma$ , wówczas karta kontrolna CUSUM-M nie spełnia wymagań osiągnięcia średniej jakości po kontroli AOQ na poziomie nie wyższym niż 5% (otrzymano maksymalną średnią wadliwość po kontroli AOQL = 6,7% przy



**Rys. 2.** Wpływ parametru  $\lambda$  na prawdopodobieństwo akceptacji przy ocenie zgodności kartą kontrolną CUSUM



**Rys. 3.** Krzywe OC – porównanie metod B ( $n = 15$  i  $n = 35$ ) i C (CUSUM  $\lambda = 1,96$  i  $\lambda = 2,1$ )

wadliwości 8%). Oznacza to, że podana graniczna wartość współczynnika  $\lambda = 1,96$  w warunkach  $TMS = f_{ck} + \lambda\sigma$  nie zapewni dotrzymania  $AOQL \leq 5\%$ , w przypadku kiedy nie uwzględnia się autokorelacji. Aby spełnić wymagania AOQL, należy podwyższyć margines  $M = \lambda\sigma$ . Jednak nadmierne zwiększanie marginesu prowadzi do znacznego spadku prawdopodobieństwa akceptacji. Jako wartość optymalną proponuje się przyjęcie w praktyce krajowej  $\lambda = 2,1$ . Przy tej wartości współczynnika  $\lambda$  poziom maksymalnej średniej wadliwości po kontroli AOQL wynosi około 5% (rys. 3). Podobne wnioski otrzymali L. Taerwe i R. Caspelle [7].

Ponadto wyniki badań wskazują, że ocena zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie przeprowadzana metodą kart kontrolnych CUSUM w porównaniu z metodą B (podwójne kryterium zgodności wg [1]) jest korzystniejsza dla producenta, gdyż zapewnia wyższe prawdopodobieństwo akceptacji, a tym samym mniejsze ryzyko niepotwierdzenia zgodności w przypadku produkcji spełniającej wyspecyfikowane wymagania wytrzymałościowe (rys. 3, rys. 4). Moc dyskryminacyjna analizowanych planów badania jest zbliżona, jednak z punktu widzenia interesów odbiorcy, korzystniejsze wyniki oceny zgodności daje metoda B (mniejsze ryzyko potwierdzenia zgodności w przypadku betonu o wadliwości większej niż dopuszczalna).

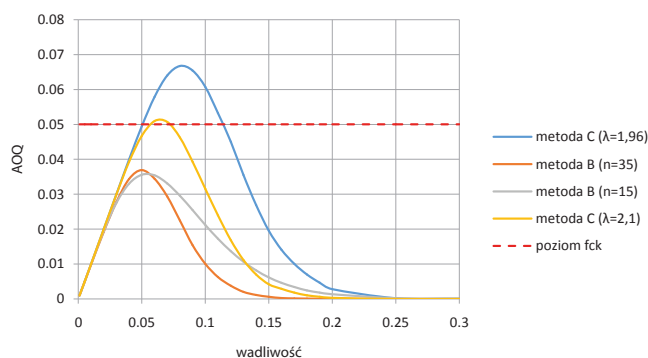
## 6. Podsumowanie

Prawdopodobieństwo akceptacji przy stosowaniu kart kontrolnych CUSUM do oceny zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie nie zależy od odchylenia standardowego ( $STD$ ), nawet, kiedy  $STD = 2$  (wartość poniżej dopuszczalnej).

Przy wynikach nieskorelowanych parametry V-maski karty kontrolnej CUSUM do oceny zgodności nie spełniają wymagania  $AOQL \leq 5\%$ , jeżeli  $TMS = f_{ck} + 1,96\sigma$ .

Aby spełnić wymagania AOQ, należałoby skorygować parametry V-maski przy założonym  $\lambda = 1,96$ , np. przyjmując  $DI=5\sigma$  lub zwiększyć współczynnik  $\lambda$  przy wyznaczeniu  $TMS$  do poziomu  $\lambda = 2,1$  (przy  $DI=9\sigma$ ).

W praktyce krajowej na etapie wdrożenia metody C i kart CUSUM do oceny zgodności według normy PN-



**Rys. 4.** Krzywe AOQ – porównanie metod B ( $n = 15$  i  $n = 35$ ) i C (CUSUM  $\lambda = 1,96$  i  $\lambda = 2,1$ )

EN 206:2014–04 zaleca się przyjmowanie współczynnika  $\lambda = 2,1$ .

Ocena zgodności przeprowadzana według zaleceń normy PN-EN 206:2014–04 metodą C (kart kontrolnych CUSUM) w porównaniu z metodą B jest korzystniejsza dla producenta.

Wnioski sformułowano na podstawie analiz wykonanych przy założeniu, że wyniki nie są skorelowane (brak autokorelacji).

## BIBLIOGRAFIA

- [1] PN-EN 206:2014–04 Beton – Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność
- [2] PN-EN ISO 9001:2001 Systemy zarządzania jakością
- [3] Hamrol A., Mantura W., Zarządzanie jakością. Teoria i praktyka. PWN, Warszawa, 2005
- [4] Gibra I.N., Recent developments in control charts techniques. Journal of Quality Technology, 7 (4), 1975, str. 183–192
- [5] ISO 7870–3:2012 Control charts. Acceptance control charts
- [6] Woodall W.H., The design of CUSUM quality control charts. Journal of Quality Technology, 18 (2), 1986, str. 99–102
- [7] Caspelle R., Taerwe L., Combined production and conformity control of concrete with acceptance cusum control charts/Van Gelder: Proceeding of the 7th International Probabilistic Workshop, Delft, 2009, str. 73–86
- [8] BS ISO 7870–4:2011 Control charts. Cumulative sum charts
- [9] Bajorek G., Golda A. i in., Podręcznik SPBT do znowelizowanej normy PN-EN 206:2014–04 Beton. Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność. SPBT, Kraków, 2014
- [10] Gibb I., Harrison T., Use of control charts in the production of concrete. ERMCO, październik 2010
- [11] Vance L.C., Average run lengths of cumulative sum control charts for controlling normal means. Journal of Quality Technology, 18 (3), 1996, str. 189–193
- [12] Lucas J. M., The design and use of V-mask control schemes. Journal of Quality Technology, 8 (1), 1976, str. 1–12
- [13] Taerwe, L., Evaluation of compound compliance criteria for concrete strength. Materials and Structures, 21 (1), 1988, str. 13–20
- [14] Govindaraju K., Single sampling plans for variable indexed by AOQ and AOQL. Journal of Quality Technology, 22 (4), str. 310–313