



## Porównanie modeli matematycznych umożliwiających szacowanie przepuszczalności względnej węgla na podstawie ciśnień kapilarnych

### Comparison of mathematical models enabling estimation the relative permeability of the coal based on capillary pressure

Mgr inż. Joanna Wartak<sup>\*)</sup>

**Treść:** Zrozumienie mechanizmów rządzących przepływem w węglu, pozwala na poprawne określenie możliwości transportu i magazynowania metanu w złożach węgla. Przepływ płynów w ośrodku porowatym zależy w głównej mierze od ciśnienia kapilarnego oraz przepuszczalności względnej. Znajomość tych parametrów jest więc niezbędna przy opisywaniu przepływu wody i gazu poprzez system spękań w pokładach węgla. Badania krzywych ciśnień kapilarnych wykonuje się w celu określenia parametrów wykształcenia przestrzeni porowej skał (wielkości promienia, kształtu oraz wzajemnego połączenia między sobą porów o różnych promieniach). Na podstawie krzywych ciśnień kapilarnych można również wyznaczyć wartość przepuszczalności względnej dla wody  $K_{rw}$  i gazu  $K_{rg}$ . Wyznaczenie własności petrofizycznych węgla kamiennych na podstawie badań laboratoryjnych wymaga doboru odpowiedniego modelu charakteryzującego ten ośrodek skalny. W pracy dokonano analizy opisanych w literaturze modeli pozwalających na wyznaczenie przepuszczalności względnych węgla na podstawie krzywych ciśnień kapilarnych. Stwierdzono, że model zaproponowany przez Chen'a i współpracowników (2012) najlepiej opisuje przepuszczalność względną węgla kamiennych. Wskazano również elementy modelu, które powinny być poddane weryfikacji. Właściwości petrofizyczne węgla kamiennych zależą od składu petrograficznego węgla oraz stopnia jego uwęglania. W celu doboru prawidłowego modelu przepuszczalności względnej koniecznym jest uwzględnienie typu petrograficznego badanych węgla kamiennych. Poprawny opis przepuszczalności względnych może wymagać również modyfikacji wybranego modelu, która pozwoli na wyznaczenie wartości przepuszczalności względnych jak najbardziej zbliżonych do ich wartości rzeczywistych.

**Abstract:** Understanding the mechanisms ruling the flow in carbon, enables the correct estimation of the possibility of transport and storage of methane in coal deposits. The flow of fluids in porous media depends largely on the capillary pressure and relative permeability. Knowledge of these parameters is therefore essential in describing the flow of water and gas through a system of fractures (called the cleats) in coal seams. The research of capillary pressure curves is performed to determine the parameters of the formation of pore space of rocks (radius size, shape and interconnection between pores with different radii). On the basis of capillary pressure curves, relative permeability value for water ( $K_{rw}$ ) and gas ( $K_{rg}$ ) can also be determined. Designation of petrophysical properties of coals on the basis of laboratory tests requires selection of an appropriate model characterizing this medium. The study analyzes models described in the literature allowing for the determination of relative permeability of coals based on capillary pressure curves. The model proposed by Chen et al. (2012) describes the relative permeability of coals most accurately. The elements of the model that should be verified were indicated. Petrophysical properties of coals depend on coal petrographic composition and its degree of coalification. In order to select the correct model of relative permeability it is necessary to take into account the petrographic type of coals. Correct description of the relative permeability may also require modification of the chosen model which will allow to determine the relative permeability values as much approximate to their factual values as possible.

#### Słowa kluczowe:

węgiel, właściwości petrofizyczne, charakterystyka przestrzeni porowej, modele przepuszczalności względnej

#### Key words:

coal, petrophysical properties, pore volume characteristics, relative permeability models

## 1. Wprowadzenie

Ciśnienie kapilarne oraz przepuszczalność względna należą do dwóch podstawowych właściwości charakteryzujących przepływ dwufazowy oraz regulujących rozkład nasycen w ośrodku porowatym. W związku z tym znajomość tych pa-

rametrów jest niezbędna przy opisywaniu przepływu wody i gazu poprzez system spękań w pokładach węgla. Zatem pełna charakterystyka próbek węgla kamiennego wymaga wyznaczenia wartości wymienionych parametrów.

Węgiel stanowi ośrodek biporowaty, który cechuje znaczną niejednorodność. System spękań oraz makropory pełnią rolę kanałów przepływowych w matrycy węglowej, natomiast submikropory oraz mikropory to tak zwane pory sorpcyjne.

<sup>\*)</sup> AGH w Krakowie

Dzięki zjawisku sorpcji w węglu akumulowany jest metan, powstały w wyniku przeobrażenia substancji organicznej w węgiel kamienny. Większość gazu w pokładach węgla występuje w postaci zaadsorbowanej na wewnętrznej powierzchni matrycy węglowej. Proces uwalniania i przepływu metanu w węglu rozpoczyna się od obniżenia ciśnienia w matrycy skalnej w wyniku odprężenia górotworu. Kolejno następuje desorpcja metanu oraz jego dyfuzja z matrycy węgla do sieci spękań. W wyniku czego w systemie spękań odbywa się równoczesny przepływ wody oraz gazu [7]. Dlatego też, w celu określenia możliwości wydobycia gazu z metanonośnych pokładów węgla, koniecznym jest wykonanie charakterystyki przepływu dwufazowego gaz-ciecz we wspomnianym ośrodku.

Przepływ płynów w ośrodku porowatym zależy w głównej mierze od dwóch parametrów - ciśnienia kapilarnego oraz przepuszczalności względnej. Ciśnienie kapilarne można zdefiniować jako różnicę ciśnień pomiędzy fazą niezwilżającą oraz fazą zwilżającą w funkcji nasycenia (fazą zwilżającą). Możliwe jest wykreślenie krzywych osuszania otrzymanych w wyniku wypierania fazy zwilżającej z porowatego ośrodka poprzez zatłaczanie fazy niezwilżającej oraz krzywych nasiąkania - dla wzrastających nasycen fazy zwilżającą [1]. Znajomość wartości ciśnienia kapilarnego jest kluczowa przy charakterystyce złóż metanu pokładów węgla, ponieważ przepływ dwóch niemieszających się płynów poprzez system spękań w węglu zależy od ich rozmieszczenia, co z kolei jest funkcją ciśnienia kapilarnego systemu [10]. Krzywa ciśnień kapilarnych wyznaczona dla ośrodka porowatego pozwala również na wyznaczenie mikroparametrów przestrzeni porowej, takich jak rozkład promieni porów w badanej przestrzeni, wielkość powierzchni właściwej, wielkość efektu histerezy, czy wartość średnicy progowej dla danego ośrodka porowatego. Scharakteryzowanie i opisanie fizycznych właściwości przestrzeni porowej węgla kamiennego pozwala na możliwe poprawne określenie możliwości transportu i magazynowania płynów przez analizowany ośrodek. W oparciu o uzyskane doświadczalnie krzywe ciśnień kapilarnych można wyznaczyć wartość przepuszczalności względnej dla wody Krw i gazu Krg [11].

Wyznaczenie równania pozwalającego na obliczenie przepuszczalności z krzywych ciśnień kapilarnych pozwala na uzyskanie pełniejszej charakterystyki przestrzeni porowej węgla kamiennych, umożliwiającą określenie ich zdolności transportowych. Wśród najpowszechniej stosowanych metod wyznaczania przepuszczalności względnej na podstawie danych z pomiarów ciśnień kapilarnych wyróżniamy metodę Purcell'a i metodę Burdine'a. Purcell [4] opracował metodę pozwalającą na obliczenie przepuszczalności przy wykorzystaniu rozkładu wielkości porów z krzywych ciśnień kapilarnych. Metoda ta oparta jest na modelu przestrzeni porowej w postaci wiązki rurek kapilarnych. W 1950 roku Gates wraz z Lietz'em rozwinęli rozwiązanie zaproponowane przez Purcell'a i wykorzystali je do wyznaczania przepuszczalności względnych (metoda Purcell'a). Burdine w 1953 roku zmodyfikował model Purcell'a, wprowadzając współczynnik krętości szczelin jako funkcję nasycenia fazą zwilżającą. Według modelu Purcell'a i Burdine'a analityczne wyrażenie przepuszczalności względnych można uzyskać, jeżeli krzywe ciśnień kapilarnych są wyrażone przez prostą funkcję matematyczną [10]. Brooks i Corey wyprowadzili zależność opisującą krzywe ciśnień kapilarnych. Podstawiając wspomnianą relację do wzoru Burdine'a otrzymali równania pozwalające na określenie przepuszczalności względnej. Chen wraz z zespołem (2012) zmodyfikował model przepuszczalności względnej przyjmując, że geometrię zeszcelinowanego węgla najlepiej przybliży tzw. *matchstick model* (model złożony z zapalek).

## 2. Charakterystyka przestrzeni porowej węgla kamiennego z wykorzystaniem krzywych ciśnień kapilarnych

Charakterystyka przestrzeni porowej obejmuje pomiary porowatości oraz przepuszczalności danej skały, zawiera również informację odnośnie jej wykształcenia. W celu określenia parametrów wykształcenia przestrzeni porowej badanych skał wykonuje się badania krzywych ciśnień kapilarnych. W badaniach tych wykorzystuje się zależność wartości ciśnienia kapilarnego od wartości promienia, a także kształtu oraz wzajemnego połączenia między sobą porów o różnych promieniach [9].

Wśród metod wyznaczania krzywych ciśnień kapilarnych można wyróżnić: metodę stanów odtworzonych (metodę płytki porowatej), metodę porozymetrii rtęciowej oraz metodę wirówkową. Możliwe jest sporządzenie krzywej dla wzrastających ciśnień, jak i krzywych uzyskanych przy ciśnieniu malejącym [6]. Obecnie metodą najczęściej stosowaną w Polsce, w celu charakterystyki przestrzeni porowej skał jest porozymetria rtęciowa.

Na podstawie krzywej ciśnień kapilarnych można sporządzić charakterystykę przestrzeni porowej skał. Wyznaczyć rozkład średnicy porów oraz określić wielkość powierzchni właściwej skały, średnicy kapilary, średnicy progowej oraz współczynnika porowatości dynamicznej. Ponieważ rtęć nie zwilża większości ciał stałych, krzywa ciśnień kapilarnych otrzymana metodą porozymetrii rtęciowej jest szczególnie odpowiednia przy analizie struktury porowej ośrodka skalnego [9].

Już sam kształt krzywej ciśnień kapilarnych pozwala na wyciągnięcie wniosków odnośnie badanego ośrodka porowatego. Analizując krzywą uzyskaną podczas wtłaczania fazy niezwilżającej, można zauważyć, że stosunkowo płaski, początkowy przebieg krzywej, dla malejących nasycen, oznacza, że znaczna część porów jest zajmowana przy takich samych ciśnieniach (są to pory o jednakowych rozmiarach). Z kolei mniejsza wartości nieredukowalnego nasycenia fazą zwilżającą oznacza, że badana próbka ma pory o większych rozmiarach. Natomiast krzywa ciśnień kapilarnych uzyskana w wyniku wtłaczania fazy niezwilżającej, o ostrym kształcie (wyższe wartości ciśnienia oraz większe wartości nasycenia fazą zwilżającą) odpowiada skale o gorszych parametrach zbiornikowych.

Podczas pomiaru ciśnień kapilarnych obserwuje się zjawisko przesunięcia krzywej osuszania względem krzywej nasiąkania, które związane jest z tzw. efektem histerezy. Wielkość efektu histerezy wzbogaca charakterystykę przestrzeni porowej skały opisując pośrednio kształt porów i połączenia między nimi [6].

## 3. Metody wyznaczania przepuszczalności względnej węgla kamiennych na podstawie znajomości ciśnień kapilarnych

Opisanie przestrzeni porowej węgla kamiennych charakterystyką pomierzonych laboratoryjnie ciśnień kapilarnych umożliwia powiązanie jej z przepuszczalnościami względnymi. Zgodnie z definicją przepuszczalność względna jest to stosunek przepuszczalności fazowej charakteryzującej zdolność skały do przemieszczania danego płynu w obecności innych płynów do wartości przepuszczalności przy nasyceniu tylko jedną fazą [8]. Przepuszczalność względna jest szczególnie istotnym parametrem przy charakteryzowaniu zachowań przepływu dwufazowego w ośrodku porowatym. Ponieważ przepuszczalność względna jest silnie zależna od nasycenia, często wyrażona jest jako funkcja fazy zwilżającej.

Przedstawiona w taki sposób zależność nazywana jest modelem przepuszczalności względnej.

### 3.1. Metoda Purcell'a

Purcell w 1949 roku wyprowadził równanie pozwalające na obliczenie przepuszczalności absolutnej z krzywej ciśnień kapilarnych, opierając się na równaniu natężenia przepływu zaproponowanym przez Poiseuille'a oraz równaniu Darcy'ego. W swoich rozważaniach Purcell przyjął model ośrodka porowatego w postaci wiązki równoległych, cylindrycznych kapilar o równej długości, lecz różnym promieniu. Model w postaci wiązki rurek kapilarnych nie obrazuje w sposób wystarczający przestrzeni porowej ośrodka skalnego. Droga przepływu płynu w porowatym ośrodku skalnym jest kręta, zaś pory wewnątrz matrycy skalnej są w mniejszym lub większym stopniu połączone. Dodatkowo przekrój poprzeczny nie jest ani jednakowy, ani kołowy. W celu uwzględnienia różnic między przyjętym modelem porowatego ośrodka a ośrodkiem rzeczywistym, Purcell, w swoim równaniu (1) wprowadził tzw. czynnik litologiczny  $F$ , charakterystyczny dla danej skały [4].

$$k(S_w) = 10.6566 \cdot (\sigma \cdot |\cos\theta|)^2 \cdot F \cdot \phi \cdot \int_0^{S_w} \frac{dS_w}{P_c^2} \quad (1)$$

gdzie:

- $k$  – przepuszczalność absolutna, mD
- 10.65666 – stała wynikająca z konwersji jednostek,  $\text{md} \cdot (\text{psia})^2 / (\text{dyna/cm})^2$
- $F$  – wskaźnik litologiczny
- $\sigma$  – napięcie międzyfazowe, N/m
- $\theta$  – kąt zwilżania, rad
- $\phi$  – porowatość
- $S_w$  – nasycenie faza zwilżająca
- $P_c$  – ciśnienie kapilarne, psia

W 1950 roku Gates wraz z Lietz'em rozwinęli rozwiązanie zaproponowane przez Purcell'a i wykorzystali je do wyznaczania przepuszczalności względnych. Wzór zaproponowany przez Purcella wiąże przepuszczalność z ciśnieniem kapilarnym w przypadku 100% nasycenia daną fazą. Formuła dla zredukowanego nasycenia jest scałkowana od zerowej wartości nasycenia do przyjętej wartości określającej aktualne nasycenie daną fazą [5]. W przypadku dwufazowego przepływu przepuszczalność względna fazy zwilżającej może być obliczona według wzoru

$$k_{rw}(S_w) = \frac{\int_0^{S_w} dS_w / (P_c)^2}{\int_0^1 dS_w / (P_c)^2} \quad (2)$$

gdzie:

- $k_{rw}$  – przepuszczalność względna fazy zwilżającej, mD

Podobnie przepuszczalność względna fazy niezwilżającej może być obliczona na podstawie wzoru [6]

$$k_{rnr}(S_w) = \frac{\int_0^{S_w} dS_w / (P_c)^2}{\int_0^1 dS_w / (P_c)^2} \quad (3)$$

gdzie:

- $k_{rnr}$  – przepuszczalność względna fazy niezwilżającej, mD
- Słabą stroną tego modelu jest założenie, że suma przepuszczalności dla poszczególnych faz jest równa jedności  $k_{rw} + k_{rnr} = 1$ , zależność ta nie jest prawdziwa dla większości

porowatych ośrodków. Może to wynikać z nieuwzględnienia współczynnika krętości ośrodka porowatego w omawianych równaniach. Ponadto kolejną wadą przedstawionego modelu związana jest z nieuwzględnieniem w nim, resztkowego nasycenia fazą zwilżającą oraz resztkowego nasycenia fazą niezwilżającą [5]. Model zaproponowany przez Gates'a oraz Lietz'a nazywany jest modelem Purcell'a, nawiązując do równania, na podstawie którego został wyprowadzony.

### 3.2. Model Burdine'a

Burdine w 1953 roku zmodyfikował równania Purcell'a, uwzględniając fakt, że droga przepływu w modelu kapilarnym ośrodka porowatego powinna być dłuższa niż odległość między początkiem rurki kapilarnej a jej końcem. Dzięki tej modyfikacji model ten precyzyjniej obrazuje ośrodek rzeczywisty. Burdine wprowadził do równań przepuszczalności względnej współczynniki krętości ośrodka porowatego jako funkcję nasycenia fazą zwilżającą [6].

Do równań Purcell'a wprowadzono znormalizowane nasycenie skał fazą zwilżającą  $S_w^*$  równe [11]

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr}} \quad (4)$$

gdzie:

$S_{wr}$  – jest rezydualnym nasyceniem fazą zwilżającą.

Przepuszczalność względna fazy zwilżającej może być wyznaczona na podstawie równania [2]

$$k_{rw}(S_w^*) = (S_w^*)^2 \frac{\int_0^{S_w^*} dS_w^* / (P_c)^2}{\int_0^1 dS_w^* / (P_c)^2} \quad (5)$$

W podobny sposób może być obliczona przepuszczalność względna fazy niezwilżającej [2]

$$k_{rnr}(S_w^*) = (1 - S_w^*)^2 \frac{\int_0^{S_w^*} dS_w^* / (P_c)^2}{\int_0^1 dS_w^* / (P_c)^2} \quad (6)$$

Znormalizowana wartość przepuszczalności względnej dla fazy zwilżającej jest równa wartości rzeczywistej. Natomiast w celu otrzymania rzeczywistej wartości przepuszczalności względnej fazy niezwilżającej należy pomnożyć wartość uzyskaną z równania (6) przez wartość punktu końcowego krzywej przepuszczalności względnej fazy niezwilżającej. W omawianym równaniu przepuszczalność względna fazy niezwilżającej „rozpoczyna się”, gdy nasycenie fazą zwilżającą jest równe jedności  $S_w=1$  (lub nasycenie fazą niezwilżającą jest równe zero,  $S_{nr}=0$ ). Jednak, aby faza niezwilżająca mogła się przemieszczać, wymagane jest osiągnięcie krytycznego nasycenia tą fazą. Zatem do równania (6) należy wprowadzić wartość punktu końcowego krzywej przepuszczalności względnej oraz krytycznego nasycenia fazą niezwilżającą, aby otrzymać rzeczywistą wartość przepuszczalności względnej [9]. W związku z powyższym równanie (6) można zapisać

$$k_{rnr}(S_w^*) = k_{rnr} \left( 1 - \frac{S_w - S_{wr}}{S_m - S_{wr}} \right)^2 \frac{\int_0^{S_w^*} dS_w^* / (P_c)^2}{\int_0^1 dS_w^* / (P_c)^2} \quad (7)$$

gdzie:

$k_{mwr}$  – jest przepuszczalnością względną fazy niezwilżającej w nieredukowalnym nasyceniu fazą zwilżającą, mD  
 $S_m$  – oznacza nasycenie fazą zwilżającą odpowiadające krytycznemu nasyceniu fazą niezwilżającą.

Metoda Purcell'a oraz metoda Burdine'a należą do najczęściej wykorzystywanych metod wyznaczania przepuszczalności względnej węgla kamiennych na podstawie krzywych ciśnień kapilarnych.

### 3.3. Model Brook'a i Corey'a

Przepuszczalność względną dla fazy zwilżającej oraz fazy niezwilżającej można wyrazić analitycznie w przypadku, gdy krzywe ciśnień kapilarnych przedstawione są za pomocą prostej funkcji matematycznej. Na podstawie przeprowadzonych badań Brook i Corey (1966) stwierdzili, że krzywa uzyskana podczas wtłaczania fazy niezwilżającej może być reprezentowana przez funkcję liniową w postaci [1]

$$\ln P_c = -\frac{1}{\lambda} \ln S_w^* + \ln P_e \quad (8)$$

gdzie:

$\lambda$  – oznacza indeks dystrybucji wielkości porów,  
 $P_e$  – wejściowe ciśnienie kapilarne.

Brook and Corey zauważyli, że wykres bilogarytmiczny uzyskanych wartości ciśnienia kapilarnego  $\ln P_c$  i nasycenia znormalizowanego  $\ln S_w^*$ , jest liniowy (jeżeli wykres jest nieliniowy,  $S_{wr}$  jest korygowane do uzyskania liniowego przebiegu wykresu), a jego nachylenie jest odwrotnością indeksu dystrybucji wielkości porów ( $1/\lambda$ ). Wysoka wartość  $\lambda$  (niewielkie nachylenie), odpowiada krzywej ciśnienia kapilarnego z ograniczonym zakresem rozkładu (dystrybucji) wielkości porów, zaś niska wartość  $\lambda$  (duże nachylenie), odpowiada krzywej ciśnień kapilarnych charakteryzującej ośrodek z szerokim zakresem dystrybucji wielkości porów. Równanie (8) przedstawia model ciśnień kapilarnych uzyskanych przy rosnących ciśnieniach w postaci [1]

$$P_c = P_e (S_w^*)^{\frac{1}{\lambda}} \quad (9)$$

Brook i Corey zaproponowali również model dla krzywej uzyskanej podczas wtłaczania fazy zwilżającej [5]

$$P_c = P_e \left[ (S_w^*)^{\frac{1}{\lambda}} - 1 \right] \quad (10)$$

Występujące w równaniu znormalizowane nasycenie fazą zwilżającą  $S_w^*$  można zdefiniować przez [5]

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr} - S_{mwr}} \quad (11)$$

gdzie:

$S_{mwr}$  jest rezydualnym nasyceniem fazy niezwilżającą.

Podstawiając wyprowadzoną przez Brook'a i Corey'a relację określającą ciśnienie kapilarne (9) do wzoru Burdine'a otrzymuje się zależności [8]

$$k_{rw}(S_w) = (S_w^*)^{\frac{2+3\lambda}{\lambda}} \quad (12)$$

$$k_{mwr}(S_w) = k_{mwr} \left( 1 - \frac{S_w - S_{wr}}{S_m - S_{wr}} \right)^2 \left[ 1 - (S_w^*)^{\frac{2+\lambda}{\lambda}} \right] \quad (13)$$

### 3.3. Model Chen'a

Przepływ płynów poprzez szczeliny w matrycy węglowej można precyzyjnie porównać do przepływu pomiędzy równo-

ległymi płytami. Seidle et al. w celu wyznaczenia przepływu płynów w sieci szczelin węgla zaproponował tzw. *matchstick model* (model złożony z patyczków zapalek). Model ten został powszechnie uznany jako model koncepcyjny dla przestrzeni porowej węgla.

Chen et al. stwierdził, że tradycyjne przedstawienie modeli przepuszczalności względnych oraz ciśnienia kapilarnego jako jednoskładnikowych funkcji fazy zwilżającej może w niewłaściwy sposób odwzorować wspomniane wartości w przypadku skał o znacznej zmienności porowatości. Węgiel kamienny stanowi ośrodek, w którym porowatość jest kontrolowana przede wszystkim przez wpływ naprężenia efektywnego oraz zmian związanych z pęcznieniem/ kurczeniem węgla. Zmiany porowatości węgla wpływają również na wartości przepuszczalności względnych oraz ciśnienia kapilarnego. Wpływ zmian porowatości na krzywą ciśnień kapilarnych zaznacza się w dwojaki sposób: zmieniając rezydualne nasycenie daną fazą oraz zmieniając zakrzywienie krzywej ciśnień kapilarnych [3].

W swojej pracy Chen z zespołem zaproponowali model uwzględniający model przestrzeni porowej zaproponowany przez Seidle'a oraz zmiany porowatości węgla.

W celu uwzględnienia zmian rezydualnego nasycenia daną fazą wyprowadzili zależności [3]

$$S_{wr} = S_{wr0} \left( \frac{k}{k_0} \right)^{\frac{1}{2} n_{wr}} \quad (14)$$

$$S_{gr} = S_{gr0} \left( \frac{k}{k_0} \right)^{-\frac{1}{2} n_{gr}} \left( \frac{\rho_g}{\rho_{g0}} \right)^{-1} \quad (15)$$

gdzie:

$n_{wr}$  oraz  $n_{gr}$  – to tzw. parametry dopasowania wprowadzone w celu określenia związku pomiędzy rezydualnym nasyceniem daną fazą, a stosunkiem przepuszczalności  $k/k_0$  (indeks dolny 0 - oznacza wartość w stanie początkowym)  
 $\rho_g$  – gęstość gazu, g/cm<sup>3</sup>

Wprowadzając zależności do formuły określającej nasycenie znormalizowane uzyskujemy równanie

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wr0} \left( \frac{k}{k_0} \right)^{\frac{1}{2} n_{wr}}}{1 - S_{wr0} \left( \frac{k}{k_0} \right)^{\frac{1}{2} n_{wr}} - S_{gr0} \left( \frac{k}{k_0} \right)^{\frac{1}{2} n_{gr}} \left( \frac{\rho_g}{\rho_{g0}} \right)^{-1}} \quad (16)$$

Kształt krzywej ciśnień kapilarnych zmienia się wraz ze zmianą przepuszczalności (porowatości) według funkcji J-Leveretta. W modelu Brooks'a i Corey'a zakrzywienie krzywej ciśnień kapilarnych jest kontrolowane przez indeks dystrybucji wielkości porów  $\lambda$ , tak więc może ulec zmianie ze zmianą porowatości. Podobnie wpływ zmian porowatości na krzywą ciśnień kapilarnych dotyczy także krzywych przepuszczalności względnych. W celu uwzględnienia tego wpływu Chen et al. w swoim modelu wprowadzili parametr  $J$  korygujący indeks dystrybucji szczelin, który kontroluje kształt krzywej ciśnień kapilarnych. Model ciśnień kapilarnych zaproponowany przez Brooks'a i Corey'a przedstawili następującym wzorem

$$P_c = P_e (S_w^*)^{\frac{1}{J\lambda}} \quad (17)$$

Należy zauważyć, że parametr  $J$  nie jest stałą, lecz funkcją zmienności porowatości/przepuszczalności [11].

Chen et al. w swojej pracy zastosowali podejście podobne do zaproponowanego przez Purcella. Zauważyli, że ich model przepuszczalności względnej jest zbliżony do modelu Purcell'a. Dowodzi to, iż model Purcell'a może być zastosowany do złóż, których przestrzeń porową można przybliżyć za pomocą modelu zapałkowego. W węglu można wyróżnić spękania poziome oraz prostopadłe do nich spękania pionowe. Spękania poziome charakteryzuje większa rozciągłość, więc mogą być one dobrze reprezentowane przez model zapałkowy, spękania pionowe mają mniejszy zasięg i kończą się na spękaniach poziomych. W związku z tym model zapałkowy nie odwzorowuje poprawnie spękań pionowych. Dlatego do wzoru Purcella wprowadzono parametr krętości w celu uwzględnienia krętego charakteru szczelin węgla. Jeżeli pomiary zostały przeprowadzone w warunkach stałego naprężenia oraz sorpcji, w których porowatość nie ulega zmianie podczas przepływu dwufazowego, można przyjąć, że na przepuszczalność względną wpływa jedynie nasycenie daną fazą. W takim przypadku do wyznaczenia przepuszczalności względnej można wykorzystać następujące równania

$$k_{rw}(S_w^*) = (S_w^*)^\eta \frac{\int_0^{S_w^*} dS_w / (P_c)^2}{\int_0^1 dS_w / (P_c)^2} \quad (18)$$

$$k_{rmw}(S_w^*) = (1 - S_w^*)^\eta \frac{\int_0^{S_w^*} dS_w / (P_c)^2}{\int_0^1 dS_w / (P_c)^2} \quad (19)$$

gdzie:

$\eta$  – parametr krętości szczelin.

Jeżeli  $\eta=2$  (uważa się, że jest to wartość typowa dla izotropowych skał klastycznych) przedstawione równania redukują się do wzorów zaproponowanych przez Burdine'a. Parametr krętości może nie być stałą w przypadku pokładów węgla, ponieważ jest on zależny zarówno od geometrii sieci spękań węgla, jak i od kierunków przepływu. Sposób wycięcia rdzenia węglowego wpływa na kierunek przepływu, a przez to może oddziaływać na parametr krętości. Jeżeli przepływ odbywa się w kierunku zgodnym z kierunkiem spękań poziomych, wpływ krętości nie jest ewidentny. Odwrotnie, jeżeli kierunek najwyższego przepływu jest w kierunku zgodnym z kierunkiem spękań pionowych, wpływ krętości będzie istotny [11].

Przyjmując model ciśnień kapilarnych w postaci zaproponowanej przez Brooks'a i Corey'a (9), Chen i innych otrzymali [3]:

$$k_{rw}(S_w) = k_{wr}(S_w^*)^{\eta + \frac{2}{\lambda}} \quad (20)$$

$$k_{rmw}(S_w) = k_{rmwr}(S_w^*)^\eta \left[ 1 - (S_w^*)^{1 + \frac{2}{\lambda}} \right] \quad (21)$$

gdzie:

$k_{wr}$  – to wartość punktu końcowego krzywej przepuszczalności względnej fazy zwilżającej, mD

Jeżeli przepuszczalność względna mierzona jest przy różnych wartościach ciśnienia uszczelniającego - na jej wartość nie wpływa jedynie nasycenie daną fazą, ale zależy ona również od zmian porowatości związanych z ciśnieniem uszczelniającym (ciśnieniem nadkładu). W takich przypadkach zaproponowali wykorzystanie rozwiniętej postaci równań [3]:

$$k_{rw}(S_w) = k_{wr}(S_w^*)^{\eta + \frac{2}{(J \cdot \lambda)}} \quad (22)$$

$$k_{rmw}(S_w) = k_{rmwr}(S_w^*)^\eta \left[ 1 - (S_w^*)^{1 + \frac{2}{(J \cdot \lambda)}} \right] \quad (23)$$

#### 4. Wnioski

W celu uzyskania pełnej charakterystyki przestrzeni porowej należy określić zarówno jej mikro, jak i makroparametry. Pomiary ciśnień kapilarnych stanowią ważne źródło informacji na temat właściwości fizycznych skał, w tym węgla. Pozwalają na zrozumienie oraz poprawne określenie związku pomiędzy matrycą, przestrzenią porową i płynami ją nasycającymi, co ma bezpośredni wpływ na poprawną ocenę właściwości petrofizycznych węgla. Na podstawie krzywych ciśnień kapilarnych można wyznaczyć wartości przepuszczalności względnych, jednak aby otrzymane wartości były poprawne, należy wybrać odpowiednie dla danej skały modele przepuszczalności względnych. Pomiary ciśnień kapilarnych pozwalają również na określenie kształtu i charakteru porów oraz sposobu ich połączenia. Pełny obraz geometrii przestrzeni porowej węgla, ich właściwości petrofizycznych oraz czynników wpływających na ich zmienność pozwoli na lepsze zrozumienie mechanizmu procesu przepływu dwufazowego w obrębie wspomnianego ośrodka.

W literaturze opisano wiele modeli analitycznych pozwalających na wyznaczenie przepuszczalności względnych na podstawie krzywych ciśnień kapilarnych. Jednakże przy ich doborze niezbędna jest weryfikacja modelu, pozwalającego na wyznaczenie wartości przepuszczalności względnych jak najbardziej zbliżonych do ich wartości rzeczywistych. Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że model zaproponowany przez Chen'a i współpracowników najlepiej opisuje przepuszczalność względną węgla kamiennych. Parametr ten we wspomnianym modelu przedstawiony jest nie tylko jako funkcja nasycenia, ale zależy również od zmian porowatości (przepuszczalności). Model Chen'a zawiera elementy, które powinny być poddane weryfikacji. Równania przedstawione w tym modelu zawierają tzw. parametry dopasowania, ograniczające ich stosowalność. Nie przeprowadzono również wystarczającej liczby badań pozwalającej na sprawdzenie omawianego modelu. Chen wraz z zespołem dopasowali jedynie model do zaczerpniętych z literatury wartości przepuszczalności względnych uzyskanych dla różnych wielkości ciśnienia uszczelniającego. W związku z brakiem danych doświadczalnych nie odnieśli się natomiast do zmian przepuszczalności względnej związanych ze zmianą porowatości na skutek pęcznienia/kurczenia węgla. Koniecznym jest więc przeprowadzenie większej ilości prac w celu zbadania wpływu zmiany porowatości na wartość przepuszczalności względnych.

Wybór odpowiedniego modelu charakteryzującego ośrodek skalny jest najważniejszym problemem przy wyznaczeniu właściwości petrofizycznych skał na podstawie badań laboratoryjnych. Niezbędny jest więc dobór modelu wykorzystywanego do wyznaczenia przepuszczalności względnej z krzywych ciśnień kapilarnych, który wykaże najlepsze dopasowanie do danych eksperymentalnych przepuszczalności względnej. Ponieważ właściwości petrofizyczne węgla kamiennych są uwarunkowane składem petrograficznym węgla oraz stopniem jego uwęglania, przy doborze właściwego modelu przepuszczalności względnej koniecznym jest uwzględnienie typu petrograficznego badanych węgla kamiennych. W celu prawidłowego opisu przepuszczalności względnych wymagana może być również modyfikacja wybranego modelu, pozwalająca na precyzyjne wyznaczenie wspomnianego parametru. Prawidłowo wyznaczone wartości ciśnienia kapilarnego oraz przepuszczalności względnych umożliwiają

zrozumienie mechanizmów rządzących przepływem w węglu, a tym samym pozwalają na poprawne określenie możliwości transportu i magazynowania metanu w złożach węgla.

### Literatura

1. *Brooks, R.H., Corey, A.T.*: Properties of porous media affecting fluid flow. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* 1966 vol. 92, nr 2, s. 61–90.
2. *Burdine N. T.*: Relative permeability calculations from pore-size distribution data. *Journal of Petroleum Technology* 1953 vol 5, nr 3, s.71–78.
3. *Chen, D., Pan, Z., Liu, J., Connell, L.D.*: An improved relative permeability model for coal reservoirs. *International Journal of Coal Geology* 2013 vol. 109-110, s. 45-57.
4. *Gates, J.I., Leitz, W.J.*: Relative permeabilities of California cores by the capillary pressure method. American Petroleum Institute (API) Meeting, Los Angeles, California, May 1950 .
5. *Li K., and Horne R. N.*: Comparison of methods to calculate relative permeability from capillary pressure in consolidated water-wet porous media, *Water Resour. Res.* 2006 vol. 42.
6. *Myśliwiec M.*: Modelowanie i symulacja złóż ropy naftowej i gazu ziemnego. „Przeгляд Geologiczny” 1997, vol. 45, no 4.
7. *Ohen, H., Amaefule, J., Hyman, L., Daneshjoui, D., Schraufnagel, R.*: A Systems Response Model for Simultaneous Determination of Capillary Pressure and Relative Permeability Characteristics of Coalbed Methane. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, 6–9 October 1991.
8. *Peters E. J.*: Advanced Petrophysics: Dispersion, Interfacial Phenomena/ Wettability, Capillarity/Capillary Pressure, Relative Permeability. Wyd. 1. Austin TX. Live Oak Book Company 2012.
9. *Purcell, W.R.*: Capillary Pressures–Their Measurement Using Mercury and the Calculation of Permeability Therefrom. *Journal of Petroleum Technology* 1949 vol. 1, nr 2, s. 39–4.
10. *Such P.*: Nowoczesne metody badania właściwości petrofizycznych skał oraz możliwości zastosowania otrzymanych wyników w badaniach diagenety. „Przeгляд Geologiczny” 1997, vol. 45, nr 8.
11. *Seidle, J.P., Jeansonne, M.W., Erickson, D.J.*: Application of matchstick geometry to stress dependent permeability in coals. SPE Rocky Mountain Regional Meeting, Casper, Wyoming, May 1992.
12. *Wang G. X., Massarotto P., Rudolph V.*: An improved permeability model of coal for coalbed methane recovery and CO<sub>2</sub> geosequestration. *International Journal of Coal Geology* 2009, nr 77, 127-136.
13. *Zawisza L., Nowak J.*: Metodyka określania parametrów filtracyjnych skał na podstawie kompleksowej analizy danych geofizyki otworowej. Wyd. 1. Wydawnictwa AGH, Kraków 2012.

---

## ***Zwiększajmy prenumeratę najstarszego – czołowego miesięcznika Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Górnictwa!***

Liczba zamawianych egzemplarzy określa zaangażowanie jednostki gospodarczej w procesie podnoszenia kwalifikacji swoich kadr!