

# Analiza mostów wiszących w opracowaniach Stephena Timoshenki



tekst i zdjęcia: KRZYSZTOF DĄBROWIECKI

29 maja 2022 r. minie 50 lat od śmierci Stephena Timoshenki, amerykańskiego naukowca ukraińskiego pochodzenia, autora znanych prac z teorii sprężystości, teorii stateczności sprężystej, wytrzymałości materiałów oraz mechaniki budowli. Tym artykułem chcę przypomnieć czytelnikom mniej znany wkład tego wybitnego uczonego w teorię mostów wiszących.



Stephen Timoshenko

Stephen Timoshenko (Stiepan P. Timoszenko, 1878–1972) jest znany pracownikom naukowym i studentom uczelni technicznych na całym świecie głównie jako autor takich książek, jak: *Wytrzymałość materiałów*, *Teoria sprężystości*, *Teoria płyt i powłok*, *Teoria stateczności sprężystej*, *Problemy drgań w inżynierii* czy *Historia wytrzymałości materiałów*. Życie ojca mechaniki stosowanej, jak był nazywany, rozpięte pomiędzy politycznymi wydarzeniami rewolucji 1905 r. i la-

tami stabilizacji końca lat 60. XX w., obejmujące pracę naukową w carskiej Rosji i w Stanach Zjednoczonych, zostało przedstawione przez autora niniejszego artykułu w kilku numerach „NBI” w 2009 i 2010 r. [1–4]. Autobiografia uczonego pod angielskim tytułem *As I Remember* [5], wydana pod koniec jego długiego życia, a będąca chronologicznym zapisem przeżyć i dokonań, daje wyjątkowy wgląd w jego niesłabnącą fascynację nauką i nauczaniem. Jest też świadectwem dojrzewania naukowego w równym stopniu naukowca, jak i wychowawcy, pracy twórczej i akademickiej, a także miłości do książek z dziedziny mechaniki. Potwierdzeniem są publikacje tłumaczone na wiele języków świata, liczni doktoranci – późniejsi profesorowie renomowanych amerykańskich uniwersytetów, jak również pokaźny zbiór biblioteczny i honoraria za publikacje przekazane po jego śmierci Uniwersytetowi Stanforda w Palo Alto w Kalifornii.

Mniej znany wśród sympatyków prac prof. Timoshenki jest jego wkład w teorię mostów wiszących. Przeglądając opracowania naukowe poświęcone teoretycznym zagadnieniom konstrukcji wiszących, można przekonać się, że wielokrotnie przywoływana jest jego nowatorska metoda analizy usztywnienia mostów.

Prof. Alfred Pugsley, jeden z czołowych angielskich akademików, we wprowadzeniu historycznym do książki *Teoria mostów wiszących* (1967), napisał: „Przy projektowaniu wszystkich wielkich mostów była stosowana teoria ugięcia opracowana przez Moisseiffa i Steinmana i naturalnym było to, że powstało kilka udoskonaleń w technice projektowania i kalkulacji. Z najbardziej znanych i najbardziej wpływowych była metoda S. Timoshenki, który w serii publikacji pokazał, jak podstawowe równanie różniczkowe teorii można rozwiązać za pomocą szeregów trygonometrycznych Fouriera i w ten sposób przyspieszyć proces obliczeniowy ugięcia i momentów zginających w dźwigarze usztywniającym” [6].

Natomiast B.P. Wex, partner we Freeman, Fox & Partners, budowniczy mostu Humber, w artykule *Case Study: the Humber Bridge*, potwierdził: „Aby umożliwić rygorystyczną analizę konstrukcyjną, Crosthwaite dopracował metodę analizy Timoshenki i Southwella usztywnionego mostu wiszącego i po raz pierwszy (były to dni przed komputerem) możliwe było pełne przeanalizowanie dźwigara usztywniającego”.

Współcześnie brytyjski podręcznik inżynierijny – *ICE Manual of Bridge Engineering* – w rozdziale poświęconym klasycznym teoriom analizy mostów wiszących odnotowuje: „Rozwiązania równań teorii pełnego nieliniowego ugięcia dla złożonych obciążeń mogą być przedstawione przy użyciu szeregów Fouriera będących reprezentacją ugięcia, podejście to zostało najpierw zastosowane przez Timoshenkę (1930), a następnie przez Atkinsona i Southwella (1938–1939) oraz Crosthwaite’a (1947)” [7].

Timoshenko podjął się przedstawienia i przeanalizowania problemu mostów wiszących głównie w trzech pracach: *Drgania mostów* (1928), *Sztywność mostów wiszących* (1930) i *Teoria mostów wiszących* (1943). Zostały one opublikowane również w pracach zebranych (1953), przygotowanych przez byłych uczniów i kolegów Timoshenki, m.in. Eriksena, Goodiera, Hartoga, Jacobsena, Petersona i Younga. Zagadnienie drgania mostów zostało poruszone przez Timoshenkę we wcześniejszym opracowaniu *O wymuszonych drganiach mostów* (1921), które konsultował z prof. Richardem V. Southwellem w okresie pobytu i pracy w Zagrzebiu. Ta teoretyczna praca dotyczyła jednak ana-

lizej jednoprzęsłowego, belkowego modelu mostu kolejowego poddanego ruchomemu obciążeniu.

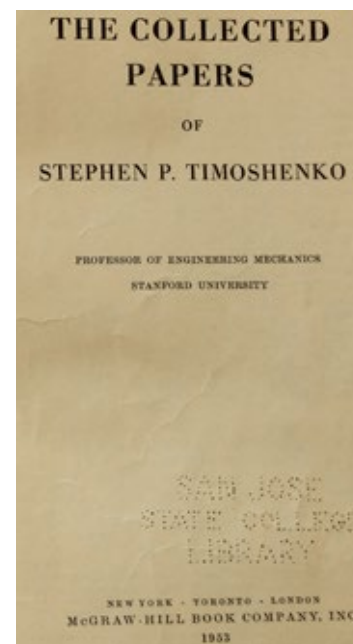
Fascynacje inżynierskie Timoshenki zaczęły się jeszcze w latach studenckich, kiedy po raz pierwszy w 1900 r. wyjechał z Rosji do Francji na Wystawę Światową w Paryżu. W czasie tej wyprawy, pchnięty pasją i ciekawością, pojechał do Carmaux, gdzie właśnie trwała budowa wiaduktu przez rzekę Viaur. Była to konstrukcja kolejowego, wspornikowego mostu łukowego o całkowitej długości 460 m i 220 m długości przęsła środkowego. Autorem projektu był Paul Bodin, który wygrał konkurs, współzawodnicząc z Gustavem Eifflem, twórcą wieży – ikony Paryża. 22-letni student Timoshenko dzięki rekomendacji otrzymanej od Bodina miał okazję na miejscu w Carmaux zapoznać się z dokumentacją projektu i etapami montażu unikatowej konstrukcji. Po powrocie na uczelnię, do Instytutu Inżynierów Komunikacji w Petersburgu, napisał obszerny raport z realizacji budowy mostu, za który, jak napisał we wspomnieniach, po ukończeniu studiów otrzymał nagrodę.

Znacznie później, zaraz po emigracji do Stanów Zjednoczonych, w swojej pierwszej pracy spotkał się z Leonem Moisseffem, wtedy wschodzącą gwiazdą inżynierii mostów wiszących. Wydaje się, że to spotkanie rozbudziło w Timoshence zainteresowanie konstrukcjami wiszącymi, a w szczególności teorią i metodami obliczeniowymi. Było ono impulsem do napisania na ten temat przytoczonych na wstępie trzech publikacji naukowych.

Przedstawione cytowania brytyjskich inżynierów odwołują się głównie do pracy *Sztwność mostów wiszących*. Wynikało to zasadniczo z praktyczności, uniwersalności i oryginalnego podejścia obliczeniowego. Spróbujmy zatem pokrótce prześledzić i podsumować tę procedurę bez wynikania w tajniki wyższej matematyki.

Timoshenko potwierdził obliczeniami, że wzięcie pod uwagę ugięcia usztywnienia mostów wiszących podtrzymywanego przez kable główne przyczynia się do zmniejszenia ugięcia kratownicy przęsła do ok. jednej trzeciej, a maksymalnego momentu zginania do ok. jednej drugiej w porównaniu z niepodpartą przez kable kratownicą. W rezultacie mniejszego ugięcia i momentu zginania nie było potrzeby stosowania głębokich i materiałochłonnych usztywnień. Z tego więc faktu wynikały znaczne oszczędności w budowie. To wcześniej zaobserwowane zjawisko wykorzystał Leon Moisseiff, a zweryfikował Ralph Modjeski na podstawie obliczeń wykonanych przez Fredericka E. Turneure'a przy projektowaniu mostów Manhattan w Nowym Jorku (1909) i Benjamina Franklina w Filadelfii (1926). Problem

jednak polegał na tym, że tok obliczeń proponowany przez Melana (teoria sprężystości), a później opisany i wykorzystany do projektowania mostów przez Moisseiffa i Steinmana (bardziej precyzyjna teoria sprężystości zwana teorią ugięcia), był skomplikowany i czasochłonny, zwłaszcza dla niesymetrycznie położonego lub częściowego rozkładu obciążeń na przęsłach. Timoshenko zaproponował więc metodę, w której wzięty jest pod uwagę rzeczywisty, a zatem nierównomierny rozkład obciążenia oraz dodatkowe napięcie kabla głównego, powstające pod wpływem obciążenia ruchomego lub zmiany temperatury. Krzywą ugięcia kratownicy przęsła przedstawił w postaci szeregu trygonometrycznych, których poszczególne współczynniki mogą być obliczone przez analizę energii układu konstrukcji mostowej. Prostota zapisu i kalkulacji w latach 20. i później, aż do lat 60. XX w., była o tyle istotna, że wówczas obliczenia matematyczne wykonywano za pomocą suwaka logarytmicznego. Dodatkową dogodnością zaproponowanej metody była możliwość tabularyzacji poszczególnych kroków obliczeniowych. Tym właśnie zagadnieniem zajął się Charles Doventon Crosthwaite. Pracując w firmie Freeman, Fox & Partners nad projektem i analizą mostu Severn, przedstawił udoskonalenie metody Timoshenki i Southwella w opracowaniu *The Corrected Theory of the Stiffened Suspension Bridge* (1947). We wstępie stwierdził m.in.: „Znaczącego postępu dokonał w 1925 r. S. Timoshenko, który przez zastosowanie szeregu trygonometrycznych w miejsce funkcji hiperbolicznych umożliwił uwzględnienie rzeczywistego rozkładu obciążenia ruchomego” i dalej podsumował: „Przez użycie momentów zginających w postaci szeregu trygonometrycznych, a następnie rozluźnienie składowych harmonicznych metodą Southwella można uzyskać szybkie i proste rozwiązanie problemów analizy mostów wiszących. Szeregi Fouriera są funkcjami



Prace zebrane Timoshenki



Fragment księgozbioru ofiarowanego przez Timoshenkę Uniwersytetowi Stanforda





Nagrobek Alexandry i Stephana Timoszenków na cmentarzu Alta Mesa w Palo Alto

ortogonalnymi, co prowadzi do prostej matematyki. Należy jednak zauważyć, że metody relaksacji nie ograniczają się do tej lub do jakiegokolwiek szczególnej klasy funkcji. Analiza metodą autora [Crosthwaite'a] to kwestia prostej arytmetyki, krok po kroku wykonywanej w większości na suwaku logarytmicznym, którą można zakończyć w dowolnym momencie. Obliczone przesunięcia i ugięcia przez kolejne przybliżenia są w miarę postępu obliczeń stopniowo rozszerzane. W ten sposób przedstawiono wyraźny obraz dość skomplikowanego zachowania się sprężystego konstrukcji. Wyrażenie momentów zginających w ich składowych harmonicznych umożliwia wyznaczenie prawdopodobnych obciążeń dla maksymalnych momentów i sił ścinania w kratownicy usztywniającej” [8].

Poprawność udoskonalonej metody i analizy Crosthwaite'a zobrazował zestawieniem swoich wyników obliczeń z rezultatami otrzymanymi przez Timoshenkę i Turneure'a, rozpatrując cztery przypadki obciążeń mostu Manhattan. Na tej podstawie konkludował, że te trzy metody dają zasadniczo takie same wyniki, z tym że porównanie to odnosi się tylko dla tej konkretnej konstrukcji o przęśle środkowym poniżej 1000 m. Stwierdził, że obliczenia dla mostu o rozpiętości przęsła środkowego przekraczającej 1000 m wykazują większe różnice. Po weryfikacji brytyjscy inżynierowie (Roberts i Parsons) zaczęli stosować tabelową wersję obliczeniową Crosthwaite'a do kalkulacji wytrzymałościowych wszystkich mostów wiszących. W wywiadzie z Thomasem Leanem w 2012 r. Michael Parsons wspominał: „Aby to [obliczenia] wykonać, użyłem metody, która została opracowana przez jednego z partnerów Freemana i Foxa, człowieka o nazwisku C.D. Crosthwaite, który pracował w innym biurze, i otrzymałem dokument, który wyjaśniał, w jaki sposób to wszystko powinno być zrobione, co zrozumiałem, opanowałem i wykonałem pracę, robiąc obliczenia”.

Tak więc metoda Crosthwaite'a analizy konstrukcji mostu wiszącego oraz późniejsza pozytywna ewaluacja modelu nowego kształtu ustroju nośnego mostu Severn w tunelu aerodynamicznym zapoczątkowały w latach 60. XX w. erę zamkniętych, opływowych usztywnień mostowych.

Kilkanaście lat po publikacji pracy o sztywności mostów wiszących prof. Timoshenko opublikował w „Journal of the Franklin Institute” (1943) obszerniejsze opracowanie *Teoria mostów wiszących*. Jest to podsumowanie różnych metod analizy konstrukcji wiszących wraz z ich zastosowaniem dla szczególnych przypadków obciążenia. W ośmiu rozdziałach pracy Timoshenko omówił warunki kabla doskonale sprężystego nieusztywnionego mostu wiszącego oraz

równania do obliczania ugięć i zmiany napięcia kabla powstałych w wyniku obciążenia ruchomego. Jeszcze raz potwierdził za Moisseiffem i Steinmanem, że dla typów mostów wiszących o długich przęsłach ugięcia wywołane przez ruchome obciążenia są bardzo małe i usztywnienie kratownicowe nie jest wymagane. Szczegółowo omówił podstawowe równania dla usztywnionych mostów wiszących i wskazał na nieprawidłowości w równaniach, wprowadzone przez różne, czasami błędne założenia. Przeanalizował teorię mostu wiszącego z ciągłym usztywnieniem kratownic i wyprowadził równania dla napięcia kabla wytworzonego przez ruchome obciążenie, w tym dla momentów zginających pylony. Znaczną część pracy poświęcił zastosowaniu szeregów trygonometrycznych do obliczania ugięcia i napięcia kabla poddanego obciążeniu ruchomemu kratownicy o jednolitym, poprzecznym przekroju, jak również usztywnieniu kratownicy o przekroju zmiennym.

W opublikowanej dekadę później książce, chyba najbardziej znanej szerokiemu gronu czytelników – *Historia wytrzymałości materiałów* (1953), tylko bardzo niewielki fragment poświęcił współczesnym mostom wiszącym, nawiązując głównie do teoretycznych prac Rittera i Melana. Odnotował też raport komisji powypadkowej badającej katastrofę mostu Tacoma-Narrows, zwracając uwagę na problem samowzbudzających się drgań konstrukcji wiszących.

Richard Soderberg, profesor MIT, trafnie zsyntetyzował wkład i wpływ prof. Stephena Timoshenki na naukę i technologię we wspomnieniu biograficznym opracowanym dla National Academy of Sciences w 10. rocznicę jego śmierci, pisząc m.in.: „W perspektywie ponad pół wieku wielki wpływ Timoshenki na naukę stosowaną i technologię w Ameryce wynikał nie tyle z jego oryginalnych, twórczych odkryć, ile z jego ideałów w zakresie wykształcenia inżynierskiego, jego znakomitych umiejętności jako nauczyciela i jego wysoce rozwiniętej pragmatycznej umiejętności w zakresie wykorzystania fragmentów dokładnych rozwiązań dla różnych przybliżonych rozwiązań trudnych problemów w mechanice stosowanej” [9].

## Literatura

- [1] Dąbrowiecki K.: *Stephen Timoshenko – ojciec mechaniki stosowanej (okres przedemigracyjny)*. „Nowoczesne Budownictwo Inżynieryjne” 2009, nr 1, s. 86–88.
- [2] Dąbrowiecki K.: *Stephen Timoshenko – ojciec mechaniki stosowanej (okres emigracyjny)*. „Nowoczesne Budownictwo Inżynieryjne” 2010, nr 4, s. 70–72.
- [3] Dąbrowiecki K.: *Dwustuletnia historia rozwoju nowoczesnych mostów wiszących, cz. 2. Wiek XX*. „Nowoczesne Budownictwo Inżynieryjne” 2020, nr 4, s. 90–96.
- [4] Dąbrowiecki K.: *Ewolucja usztywnienia nowoczesnych mostów wiszących*. „Nowoczesne Budownictwo Inżynieryjne” 2021, nr 1, s. 74–80.
- [5] Timoshenko S.: *As I Remember*. D. Van Nostrand, 1968.
- [6] Pugsley A.: *The Theory of Suspension Bridges*. Edward Arnold Publishers, 1968.
- [7] *ICE Manual of Bridge Engineering*. Ed. G. Parke, M. Hewson. Thomas Telford Publishing 2008, p. 395.
- [8] Crosthwaite C.D.: *The Corrected Theory of the Stiffened Suspension Bridge*. „Journal of the Institution of Civil Engineers” 1947, Vol. 27, Issue 4, pp. 470–496.
- [9] Soderberg R.: *Stephen P. Timoshenko*. Biographical Memoir, Vol. 53. National Academy of Sciences. Washington 1982, pp. 322–348.



Czytaj więcej