

Oleksandr Makarchuk, Politechnika Lwowska, Lwów, Ukraina
 Andrzej Rusek, Marek Patro, Politechnika Częstochowska, Częstochowa
 Andrzej Gastolek, Politechnika Częstochowska – Reviso-Płock, Częstochowa – Płock

METODA WYZNACZANIA PARAMETRÓW I CHARAKTERYSTYK WYSOKOOBROTOWEJ BEZSZCZOTKOWEJ PRĄDNICY Z WZBUDZENIEM MAGNESAMI TRWAŁYMI DLA STANÓW USTALONYCH

A METHOD OF CALCULATION OF STEADY-STATE VARIABLES OF HIGH-SPEED BRUSHLESS ELECTRIC GENERATOR WITH PERMANENT MAGNET EXCITATION

Streszczenie: W artykule opracowano modele matematyczne do wyznaczania parametrów i charakterystyk wysokoobrotowej prądnicy wzbudzonej magnesami trwałymi dla stanów ustalonych. Analizę oparto na metodzie obwodowej z uwzględnieniem zjawisk nieliniowych. Sformułowany model matematyczny oparto na ogólnych założeniach pozwalających na prowadzenie analizy dla założeń szczegółowych. Opracowany model matematyczny umożliwia analizę stanu magnetycznego maszyny dla różnych obciążeń określanych wskaźnikowo oraz umożliwia wyznaczanie między innymi charakterystyki zewnętrznej dla pełnego zakresu obciążeń. Nowość podejścia polega w usuwaniu z obliczeniowego algorytmu procedury liczbowego całkowania układu równań algebro-różnicowych. Opracowany model umożliwia wyznaczanie napięcia wysokoobrotowej prądnicy dla różnych wartości obciążenia na etapie wstępnego projektowania maszyny. Przedstawiona w artykule metoda pozwala na wykorzystanie jej elementów do wyznaczania charakterystyk mechanicznych silników PMSM. Ponadto w artykule przedstawiono porównanie wyników obliczeń z proponowaną metodą z obliczeniami uzyskanymi z modelu matematycznego opartego na teorii polowej analizowanej maszyny.

Abstract: The mathematical formulation and the algorithm for the calculation of the static characteristics of steady-state high-power generator with permanent magnet excitation is proposed. The study was carried out using the circuit theory methods, which are based on the nonlinear theory of electric machines of alternate current and an invariant theory of approximation of functions. The described mathematical model is built based on the conventional assumptions. It allows you to analyze the magnetic state of the machine at the reference current and power factor, and also – to count an external characteristic over the entire range of possible loads. The novelty of the approach is in excluding a procedure of numerical integration of differential-algebraic equations systems from calculation algorithm. The main purpose of this model – voltage rating of generator under load at the prime design of the high-speed machines. Results of the calculation of regime values obtained by the proposed method and results, which were calculated on adequate field model of the same machine, which uses 2D to FEM-analysis are compared. Elements of the proposed methods of calculation of the magnetic state of high-speed machines with permanent magnet excitation can be used for calculation of the mechanical characteristics of the PMSM motors.

Słowa kluczowe: *wysokoobrotowa maszyna elektryczna, stan ustalony, magnesy trwałe, FEM-analiza, silnik PMSM*

Keywords: *high-speed electrical machines, steady-state, permanent magnet, FEM- analysis, PMSM*

1. Wstęp

Aktualne dążenia do globalnej oszczędności energetycznej, do zdecentralizowania źródeł zasilania elektrycznego, do wykorzystywania ciepła o niskim potencjale, generowanego przez obiekty przemysłowe, i tak dalej – są to problemy bezpośrednio powiązane z opracowaniem urządzeń zasilania elektrycznego małej mocy (setki kilowatów). Struktura takich urządzeń musi obowiązkowo zawierać generator

elektryczny, częstotliwość obrotowa którego sięga 30 – 250 tys. obr/min. Prace nad stworzeniem takich jednostek prowadzone są praktycznie we wszystkich krajach rozwiniętych i są one z pewnością aktualnym problemem naukowo-technicznym.

2. Analiza ostatnich badań

Metody obliczania statycznych charakterystyk maszyn ogólnoprzemysłowego przeznaczenia w oparciu o nieliniową teorię maszyn elektrycznych opisano szczegółowo w pracach, które mogą być uznane jako klasyczne [1], i inne. Co dotyczy maszyn bezszczotkowych ze wzbudzeniem od magnesów trwałych, to dostosowane do nich metody obliczeniowe względnie mogą być podzielone na dwie grupy. Do pierwszej odniesiemy precyzyjne modele matematyczne, mianowicie w oparciu o metodę elementów skończonych, które uwzględniają praktycznie wszystkie czynniki, wpływające na zachowanie maszyn zarówno w stanach ustalonych, jak i w stanach przejściowych. Jedyną wadą tego podejścia – wysokie wymagania, dotyczące mocy obliczeniowej oraz niska szybkość działania [2,3,6]. Drugi kierunek badań operuje uproszczonymi "obwodowymi" liniowymi [5,7] lub nieliniowymi [4] modelami, przeznaczonymi, z reguły, dla rozwiązywania zadań, powiązanych kilka stycznych dziedzin techniki, przykładowo – z kompleksowymi badaniami złożonych układów, łączących urządzenia elektryczne, elektroniczne, mechaniczne. Wiarygodność takich modeli, którą określa się podczas formułowania założeń, zależy od ich przeznaczenia.

W tym kontekście chcemy zaoferować model "obwodowy", który z jednej strony jest na tyle wiarygodny, aby używać go do celów projektowania maszyn wysokoobrotowych ze wzbudzeniem od magnesów trwałych, z drugiej zaś strony – dość prosty i w wyniku szybko działający oraz nie stawający wysokich wymagań do środków obliczeniowych.

3. Założenia

Głównym celem proponowanego modelu jest obliczenie wartości napięcia fazowego od prądu obciążenia i współczynnika mocy w wysokoobrotowym bezszczotkowym generatorze elektrycznym ze wzbudzeniem od magnesów trwałych (WBGMT). Użyliśmy przekształcenia współrzędnych d, q , co pozwoliło pozbyć się zależności sprzężeń magnetycznych faz uzwojenia stojana od kąta obrotu wirnika. Problem jest sformułowany dla czynnych wartości fazowych napięć i prądów, więc równanie równowagi elektrycznej nie będzie zawierało pochodnych czasowych. Model ten jest zbudowany przy następujących założeniach:

- pole magnetyczne jest umownie podzielone na dwie części - pole główne oraz pole rozproszenia stojana i wirnika;
- główne pole magnetyczne jest uważane jako płaskie;
- zębata struktura rdzenia stojana jest zastąpiona przez gładką, czyli jednorodną warstwę, której charakterystyka namagnesowania w kierunku promieniowym jest identyczna z charakterystyką namagnesowania rzeczywistej zębatej warstwy stojana;
- znajdujące się w rowkach uzwojenia stojana przewody są zastąpione nieskończenie cienką warstwą, styczną do otworu stojana i rozłożoną zgodnie z prawem harmonicznym;
- pole magnetyczne w szczelinie powietrznej jest okresowe i takie, że dla każdej pary punktów leżących w odległości jednej podziałki biegunowej, różni się ono jedynie znakiem;
- straty w żelazie od histerezy oraz prądów wirowych są nieobecne;
- jarzma stojana i wirnika są zastąpione skupionymi opornikami magnetycznymi.

4. Matematyczne sformułowanie problemu

Matematyczne sformułowanie problemu obejmuje równania równowagi elektrycznej dla sprowadzonych ortogonalnych wzajemnie elektrycznych obwodów stojana

$$\begin{aligned} -\omega\psi_q + R_p I_d + U_d &= 0; \\ \omega\psi_d + R_p I_q + U_q &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie $\omega = \frac{2\pi p n_n}{60}$ – kątowna częstotliwość prądu

du w uzwojeniu stojana; R_p – rezystancja fazy stojana; U_d, U_q – amplitudy projekcji napięcia fazowego na osie ruchomego układu współrzędnych d, q ; I_d, I_q – amplitudy projekcji prądu fazowego.

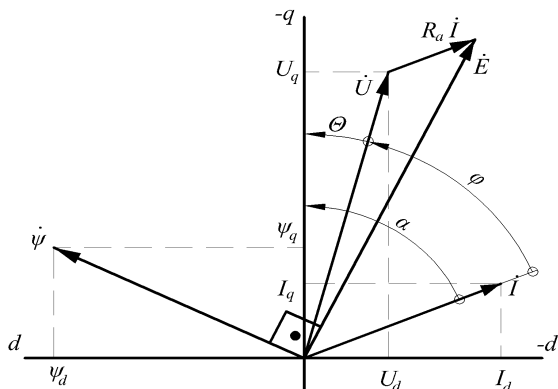
Przejście od czynnych wartości napięcia U_p i prądu I_p do amplitud d, q – projekcji dokonano zgodnie z

$$\begin{aligned} U_d &= -\sqrt{2}U_p \sin\Theta; & I_d &= -\sqrt{2}I_p \sin\alpha; \\ U_q &= -\sqrt{2}U_p \cos\Theta; & I_q &= -\sqrt{2}I_p \cos\alpha. \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie Θ – kąt wybiegu; α – kąt między prądem i osią $-q$.

Związek pomiędzy tymi kątami i kątem obciążenia φ wyraża się zależnością (rys.1)

$$\alpha = \varphi + \Theta. \quad (3)$$



Rys. 1. Schemat wektorowy napięć i prądów WBGMT

Dla uzyskania wyrażen projekcji sprzężeń magnetycznych wykorzystamy podejście [1]. Na szczelinę powietrzną nałożymy siatkę jednowymiarową, składającą się z N węzłów. Dla każdego węzła będzie określana wartość indukcji w przedziale $B_{\delta 1}, \dots, B_{\delta N}$. Wtedy projekcje całkowitego sprzężenia magnetycznego obwodów stojana wzdłuż osi d, q będą obliczane jako

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_{\sigma d} I_d + C_{\psi} (B_{\delta 1} \cos \eta_1 + \dots + B_{\delta N} \cos \eta_N); \\ \psi_q &= L_{\sigma q} I_q + C_{\psi} (B_{\delta 1} \sin \eta_1 + \dots + B_{\delta N} \sin \eta_N), \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie $C_{\psi} = \frac{4l_{\delta} \tau k_{wl} w_p}{\pi N}$ – obliczeniowy współczynnik; η_1, \dots, η_N – kątowe współrzędne węzłów siatki obliczeniowej.

Rozważymy obwód całkowania, który przejdzie po kolei przez jarzmo wirnika, biegun, szczelinę powietrzną w okolicy węzła z numerem bieżącym n ($n = 1, N$), strefę zębową stojana, jarzmo stojana i zamyka się tą samą drogą, ale przez sąsiedni biegun (rys.2).

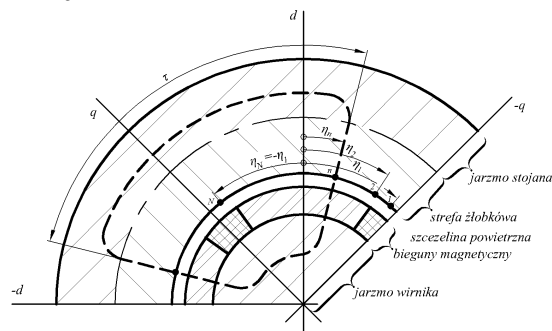
Dla N takich obwodów, przechodzących przez wszystkie węzły siatki obliczeniowej w przedziale, równanie zgodnie z prawem przepływu prądu (na parę biegunów)

$$\begin{aligned} -C_H I_d \cos \eta_1 - C_H I_q \sin \eta_1 + 2F_m + \\ + 2F_{z1} + 2F_{\delta 1} + F_j + F_a = 0; \\ \vdots \\ -C_H I_d \cos \eta_N - C_H I_q \sin \eta_N + 2F_m + \\ + 2F_{zN} + 2F_{\delta N} + F_j + F_a = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie $C_H = \frac{3w_p k_{wl}}{\pi \cdot p}$ – współczynnik obliczeniowy;

$F_{\delta n} = \frac{k_{\delta}}{\mu_0} \delta_n B_{\delta n}$ – spadek napięcia magnetycznego w szczelinie powietrznej w okolicy węzła z numerem bieżącym n ;

F_{z1}, \dots, F_{zN} – spadki napięcia magnetycznego w okolicy odpowiednich węzłów siatki obliczeniowej.



Rys. 2. Rysunek objaśniający do zapisywania równań (5)

Dla uwzględnienia strumieni rozproszenia pomiędzy biegunami induktora stosuje się równanie

$$\Phi_m - \Phi_{\delta} + \lambda_{\sigma} (2F_m + F_j) = 0. \quad (6)$$

Strumień przez strefę roboczą będziemy określać w ten sposób

$$\Phi_{\delta} = C_{\phi} (B_{\delta 1} + \dots + B_{\delta N}), \quad (7)$$

gdzie $C_{\phi} = \frac{l_{\delta} \tau}{N}$ – współczynnik obliczeniowy.

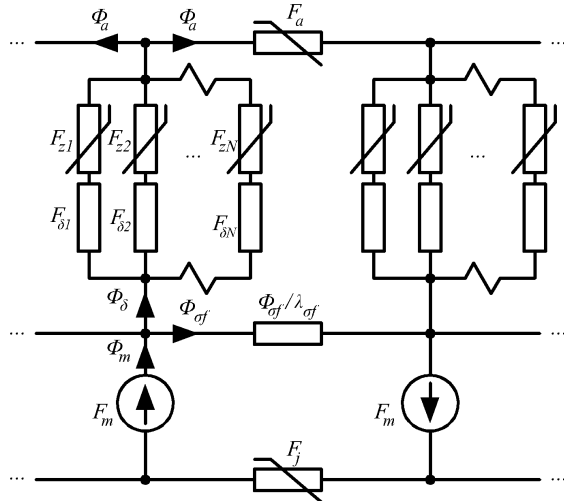
Charakterystyki namagnesowania stref przewodu magnetycznego

$$\begin{aligned} F_m &= F_m(\Phi_m); \quad F_{z1} = F_z(B_{\delta 1}); \\ F_j &= F_j(\Phi_m); \quad \vdots \\ F_a &= F_a(\Phi_{\delta}); \quad F_{zN} = F_z(B_{\delta N}). \end{aligned} \quad (8)$$

otrzymywane są zgodnie ze znanymi metodami klasycznej teorii maszyn elektrycznych.

Układ (1) – (8) składa się z $2N + 14$ równań i zawiera tę samą liczbę niewiadomych $\psi_d, \psi_q, U_d, U_q, U_p, I_d, I_q, \alpha, \Theta, \Phi_m, \Phi_{\delta}$,

$B_{\delta 1}, \dots, B_{\delta N}, F_m, F_j, F_a, F_{z1}, \dots, F_{zN}$. Układ ten jest nieliniowy z powodu nieliniowości (8). Wartości prądu fazowego I_p , kątovej częstotliwości ω i współczynnika mocy $\cos \varphi$ są zadane.



Rys. 3. Schemat zastępczy obwodu magnetycznego WBGMT

Dla wygody i zwartości dalszego wykładu przejdziemy do macierzowej postaci zapisywania. Wprowadzimy do użycia następujące elementy:

$$\begin{aligned} \vec{\psi} &= \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix}; \quad \vec{U} = \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix}; \quad \vec{I} = \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}; \\ \vec{B}_\delta &= \begin{bmatrix} B_{\delta 1} \\ \vdots \\ B_{\delta N} \end{bmatrix}; \quad \vec{F}_z = \begin{bmatrix} F_{z1} \\ \vdots \\ F_{zN} \end{bmatrix}; \quad \vec{C} = \begin{bmatrix} C \\ \vdots \\ C \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

– wektory wymiaru 2 sprzężeń magnetycznych, napięć, prądów; wektory rozmiaru N indukcji w szczelinie, spadków napięć magnetycznych w strefie zębowej oraz wektor jednostkowy, odpowiednio; również

$$R = \begin{bmatrix} R_p & 0 \\ 0 & R_p \end{bmatrix}; \quad L_\sigma = \begin{bmatrix} L_{\sigma\alpha} & 0 \\ 0 & L_{\sigma\alpha} \end{bmatrix} \quad (10)$$

– macierze przekątne rezystancji oraz indukcyjności rozpraszania uzwojenia stojana, i inne macierze

$$\begin{aligned} \delta_r &= \frac{k_\delta}{\mu_0} \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_N); \quad \Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix}; \\ T &= \begin{bmatrix} \cos \eta_1 & \sin \eta_1 \\ \vdots & \vdots \\ \cos \eta_N & \sin \eta_N \end{bmatrix}; \quad K_\Theta = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \sin \Theta \\ -\sqrt{2} \cos \Theta \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$$K_\alpha = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \sin \alpha \\ -\sqrt{2} \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad (11)$$

gdzie $\delta_1, \dots, \delta_N$ – wymiary roboczej szczeliny powietrznej w miejscach lokalizacji węzłów siatki obliczeniowej o współrzędnych kątowych η_1, \dots, η_N .

Stosując wprowadzone oznaczenia (9) – (11), zapiszemy sformułowanie problemu obliczenia stanu pracy generatora w postaci wektorowej

$$\Omega \vec{\psi} + R \vec{I} + \vec{U} = 0; \quad \vec{U} = K_\Theta U_p; \quad \vec{I} = K_\alpha I_p;$$

$$\vec{\psi} = L_\sigma \vec{I} + C_\psi T_* \vec{B}_\delta; \quad \alpha = \varphi + \Theta;$$

$$-C_H T \vec{I} + 2F_m \vec{C} + 2\vec{F}_z + 2\delta_r \vec{B}_\delta + F_j \vec{C} + F_a \vec{C} = 0;$$

$$\Phi_m = \Phi_\delta - \lambda_{\sigma f} (2F_m + F_j); \quad \Phi_\delta = C_\Phi \vec{C}_* \vec{B}_\delta;$$

$$F_m = F_m(\Phi_m); \quad F_j = F_j(\Phi_m); \quad F_a = F_a(\Phi_\delta);$$

$$\vec{F}_z = \vec{F}_z(\vec{B}_\delta) \quad (12)$$

5. Algorytm rozwiązania problemu

Rozwiązanie układu (12) będziemy dokonywać metodą Newtona.

Liniowy układ równań algebraicznych generowany przez nieliniowy (12) na l -ej iteracji metody Newtona

$$\Omega \Delta \vec{\psi} + R \Delta \vec{I} + \Delta \vec{U} = -\vec{Y}_1^{(l-1)};$$

$$\Delta \vec{I}^{(l)} = \frac{dK_\alpha}{d\alpha} \Big|_{\alpha^{(l-1)}} \Delta \alpha^{(l)} \cdot I_p;$$

$$\Delta \vec{U}^{(l)} = \frac{dK_\Theta}{d\Theta} \Big|_{\Theta^{(l-1)}} \Delta \Theta^{(l)} \cdot U_p^{(l-1)} +$$

$$+ K_\Theta^{(l-1)} \cdot \Delta U_p^{(l)};$$

$$\Delta \vec{\psi}^{(l)} = L_\sigma \Delta \vec{I}^{(l)} + C_\psi T_* \Delta \vec{B}_\delta^{(l)};$$

$$\Delta \alpha^{(l)} = \Delta \Theta^{(l)};$$

$$-C_H T \Delta \vec{I}^{(l)} + 2\Delta F_m^{(l)} \vec{C} + 2\Delta F_z^{(l)} + 2\delta_r \Delta \vec{B}_\delta^{(l)} +$$

$$+ \Delta F_j^{(l)} \vec{C} + \Delta F_a^{(l)} \vec{C} = -\vec{Y}_2^{(l-1)};$$

$$\Delta \Phi_m^{(l)} = \Delta \Phi_\delta^{(l)} - \lambda_{\sigma f} (2\Delta F_m^{(l)} + \Delta F_j^{(l)});$$

$$\Delta \Phi_\delta^{(l)} = C_\Phi \vec{C}_* \Delta \vec{B}_\delta^{(l)};$$

$$\Delta F_m^{(l)} = \frac{dF_m}{d\Phi_m} \Big|_{\Phi_m^{(l-1)}} \Delta \Phi_m^{(l)};$$

$$\Delta F_j^{(l)} = \frac{dF_j}{d\Phi_m} \Big|_{\Phi_m^{(l-1)}} \Delta \Phi_m^{(l)};$$

$$\Delta F_a^{(l)} = \frac{dF_a}{d\Phi_\delta} \Big|_{\Phi_\delta^{(l-1)}} \Delta \Phi_\delta^{(l)};$$

$$\overrightarrow{\Delta F_z}^{(l)} = \frac{d\overline{F_z}}{d\overline{B}_\delta} \Big|_{\overline{B}_\delta^{(l-1)}} \overrightarrow{\Delta B}_\delta^{(l)}, \quad (13)$$

gdzie $\overrightarrow{\Delta \psi}^{(l)}$, $\overrightarrow{\Delta U}^{(l)}$, $\Delta U_p^{(l)}$, $\overrightarrow{\Delta I}^{(l)}$, $\Delta \alpha^{(l)}$, $\Delta \Theta^{(l)}$, $\Delta F_m^{(l)}$, $\Delta F_j^{(l)}$, $\Delta F_a^{(l)}$, $\overrightarrow{\Delta F_z}^{(l)}$, $\Delta \Phi_m^{(l)}$, $\Delta \Phi_\delta^{(l)}$, $\overrightarrow{\Delta B}_\delta^{(l)}$ – poprawki niewiadomych na l -ej iteracji; $\overrightarrow{Y_1}^{(l-1)}$, $\overrightarrow{Y_2}^{(l-1)}$ – odchyłki układu (12), które obliczają się na podstawie $(l-1)$ -go zbliżenia pierwiastka.

Zmienimy oznaczenia macierzy-kolumn różniczkowych parametrów, które określają się po $(l-1)$ -m zbliżeniu pierwiastka

$$K_{d\Theta}^{(l-1)} = \frac{dK_\Theta}{d\Theta} \Big|_{\Theta^{(l-1)}} = \begin{vmatrix} -\sqrt{2} \cos \Theta \\ \sqrt{2} \sin \Theta \end{vmatrix};$$

$$K_{d\alpha}^{(l-1)} = \frac{dK_\alpha}{d\alpha} \Big|_{\alpha^{(l-1)}} = \begin{vmatrix} -\sqrt{2} \cos \alpha \\ \sqrt{2} \sin \alpha \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Różniczkowe magnetyczne oporności bieguna, jarzma wirnika i jarzma stojana, odpowiednio, teraz będziemy oznaczać jako

$$R_m^{(l-1)} = \frac{dF_m}{d\Phi_m} \Big|_{\Phi_m^{(l-1)}}; \quad R_j^{(l-1)} = \frac{dF_j}{d\Phi_m} \Big|_{\Phi_m^{(l-1)}};$$

$$R_a^{(l-1)} = \frac{dF_a}{d\Phi_\delta} \Big|_{\Phi_\delta^{(l-1)}}, \quad (15)$$

a macierz różniczkowych właściwych oporności magnetycznych strefy zębowej —

$$\rho_z^{(l-1)} = \frac{d\overline{F_z}}{d\overline{B}_\delta} \Big|_{\overline{B}_\delta^{(l-1)}} = \text{diag}(\rho_{z1}, \dots, \rho_{zN}). \quad (16)$$

Różniczkowe oporności R_j , R_a i ρ_z są obliczane przez różniczkowanie funkcji (8), które zadawane za pomocą tablicy. Oporność magnetyczną bieguna można uważać za stałą

$$R_m = \frac{F_{\max}}{\Phi_{\max}}$$

w warunkach stosowania magnesów trwałych z domieszkami z pierwiastków ziem rzadkich.

Z układu (13) wyłączymy poprawki, obliczane zgodnie ze wzorami i z uwzględnieniem ozna-

czeń (15), (16) napiszemy w postaci macierzowej

$$\begin{vmatrix} J_{11}^{(l-1)} & J_{12}^{(l-1)} & J_{13}^{(l-1)} \\ J_{21}^{(l-1)} & 0 & J_{23}^{(l-1)} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \Delta \Theta^{(l)} \\ \Delta U_p^{(l)} \\ \overrightarrow{\Delta B}_\delta^{(l)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\overrightarrow{Y_1}^{(l-1)} \\ -\overrightarrow{Y_2}^{(l-1)} \end{vmatrix}, \quad (17)$$

gdzie bloki macierzy Jacobiego

$$J_{11}^{(l-1)} = L_\sigma I_p \Omega K_{d\alpha}^{(l-1)} + R I_p K_{d\alpha}^{(l-1)} + U_p^{(l-1)} K_{d\Theta}^{(l-1)};$$

$$J_{12}^{(l-1)} = K_\Theta^{(l-1)};$$

$$J_{13}^{(l-1)} = C_\psi \Omega T_*;$$

$$J_{21}^{(l-1)} = -C_H T K_{d\alpha}^{(l-1)} I_p;$$

$$J_{23}^{(l-1)} = \left(\frac{2R_m^{(l-1)} + R_j^{(l-1)}}{I + 2\lambda_{\sigma f} R_m^{(l-1)} + \lambda_{\sigma f} R_j^{(l-1)}} + R_a^{(l-1)} \right) \times$$

$$\times C_\Phi \overline{C} \overline{C}_* + 2\rho_z^{(l-1)} + 2\delta_r, \quad (18)$$

obliczają się za $(l-1)$ -m zbliżeniem pierwiastka, a odchyłką układu —

$$\overrightarrow{Y_1}^{(l-1)} = \Omega \overrightarrow{\psi}^{(l-1)} + R \overrightarrow{I}^{(l-1)} + \overrightarrow{U}^{(l-1)}; \quad (19)$$

$$\overrightarrow{Y_2}^{(l-1)} = -C_H \overline{T} \overline{I}^{(l-1)} + 2\overline{C} \overline{F}_m^{(l-1)} + 2\overline{F}_z^{(l-1)} + 2\delta_r \overline{B}_\delta^{(l-1)} + \overline{C} \overline{F}_j^{(l-1)} + \overline{C} \overline{F}_a^{(l-1)}.$$

Po rozwiązaniu (17) w stosunku do poprawek niewiadomych $\Delta \Theta^{(l)}$, $\Delta U_p^{(l)}$, $\overrightarrow{\Delta B}_\delta^{(l)}$, l -e zbliżenie pierwiastka oblicza się jako

$$\Theta^{(l)} = \Theta^{(l-1)} + \Delta \Theta^{(l)}; \quad (20)$$

$$U_p^{(l)} = U_p^{(l-1)} + \Delta U_p^{(l)};$$

$$\overrightarrow{B}_\delta^{(l)} = \overrightarrow{B}_\delta^{(l-1)} + \overrightarrow{\Delta B}_\delta^{(l)}.$$

Poprawka do strumienia w biegunie określa się zgodnie z

$$\Delta \Phi_m^{(l)} = \frac{C_\Phi}{I + 2\lambda_{\sigma f} R_m^{(l-1)} + \lambda_{\sigma f} R_j^{(l-1)}} \overline{C}_* \overrightarrow{\Delta B}_\delta^{(l)}, \quad (21)$$

i, odpowiednio $\Phi_m^{(l)} = \Phi_m^{(l-1)} + \Delta \Phi_m^{(l)}$.

Pozostałe niewiadome są obliczane bezpośrednio za pomocą wzorów

$$\begin{aligned}
 \alpha^{(l)} &= \varphi + \Theta^{(l)}; \quad \vec{U}^{(l)} = K_{\Theta}^{(l)} U_p^{(l)}; \\
 \vec{I}^{(l)} &= K_{\alpha}^{(l)} I_p^{(l)}; \quad \Phi_{\delta}^{(l)} = C_{\Phi} \vec{C}^* \vec{B}_{\delta}^{(l)}; \\
 \vec{\psi}^{(l)} &= L_{\sigma} \vec{I}^{(l)} + C_{\psi} T_* \vec{B}_{\delta}^{(l)}; \\
 F_m^{(l)} &= F_m(\Phi_m^{(l)}); \quad F_j^{(l)} = F_j(\Phi_m^{(l)}); \\
 F_a^{(l)} &= F_a(\Phi_{\delta}^{(l)}); \quad \vec{F}_z^{(l)} = \vec{F}_z(\vec{B}_{\delta}^{(l)}).
 \end{aligned} \quad (22)$$

Po osiągnięciu niezbędnej i określonej poprzednio dokładności obliczenia niewiadomych, iteracyjna procedura zatrzymuje się i ustala się reżimowy punkt zewnętrznej charakterystyki generatora $U_p = U_p(I_p)$ dla podanych wartości $\varphi = const$ oraz $\omega = const$.

6. Weryfikacja wyników

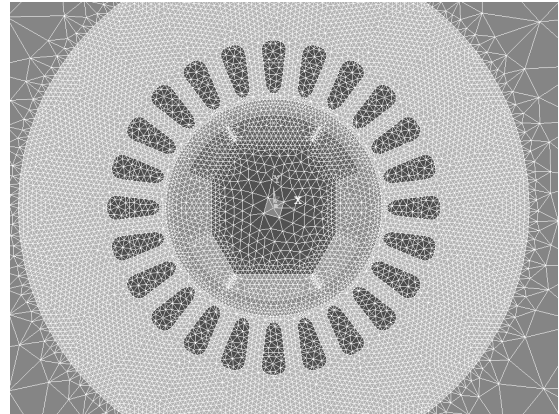
Weryfikacja danej metody obliczania reżimowych wartości wysokoobrotowego generatora była dokonywana drogą porównania wyników z wynikami, uzyskanymi na wiarygodnym modelu polowym, który stosuje metodę elementów skończonych (MES).

Model ten jest 2-wymiarowym i oblicza pole magnetyczne WBGMT w zbliżeniu niby ustalonym. Implementację programową dokonano w pakiecie ANSYS Multiphysics językiem programowania APDL.

Jako przykład, rozpatruje się wysokoobrotowy 3-fazowy turbogenerator o mocy 75 kW, prędkości obrotowej 100000 obr/min przeznaczony do napięcia fazowego 230 V. Główne wymiary: obliczeniowa długość rdzenia – 130 mm, śred-

nica wytaczania stojana – 55 mm. Szczelina powietrzna wynosi 4 mm. Materiał biegunów – magnesy trwałe na bazie pierwiastków ziem rzadkich z połączeniem neodymu, żelaza i boru (indukcja szczątkowa – 1,2 T, siła koercyjna – 900 kA/m).

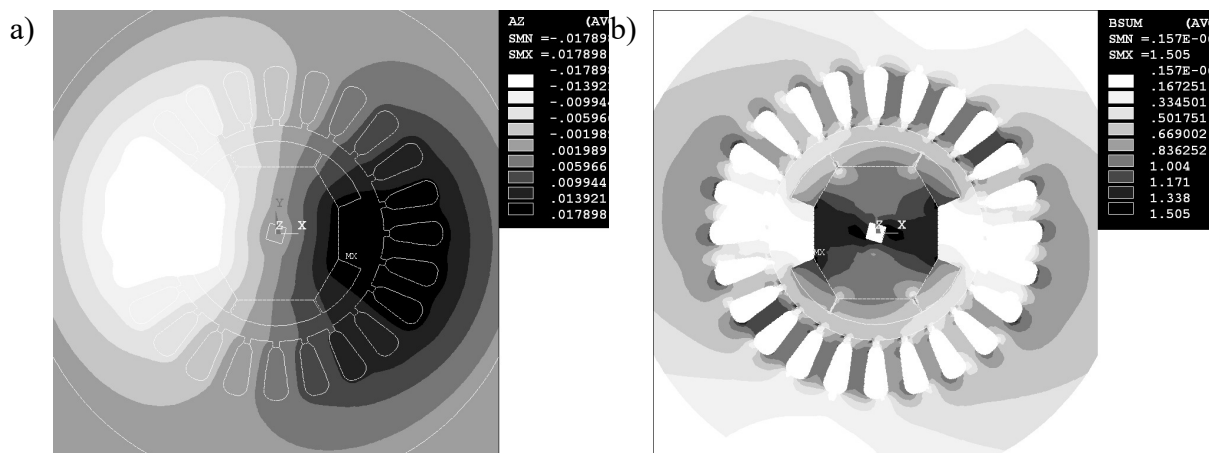
Porównania dokonano dla przypadku $\cos \varphi = 1$. Poziomą dyskretyzacji obszarów obliczeniowych przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Fragment siatki elementów skończonych

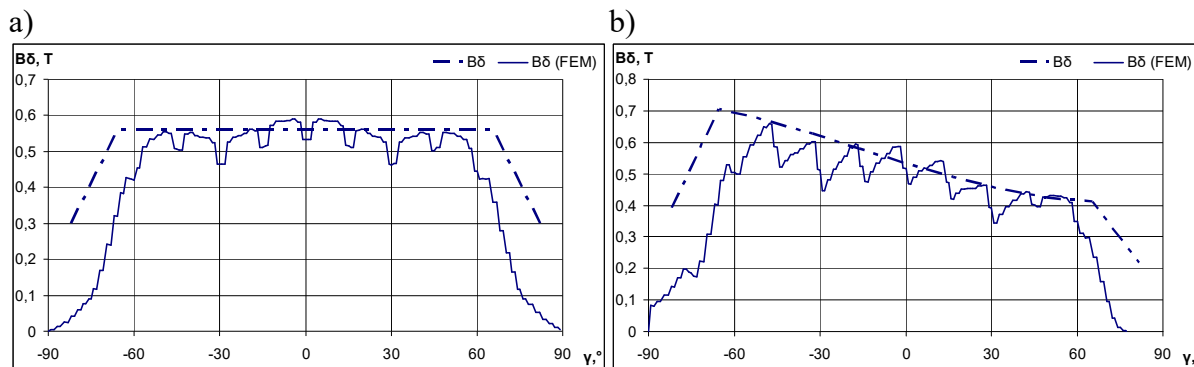
Na rys. 5, w postaci obrazów rastrowych pokazano pola z-projekcji wektorowego potencjału magnetycznego i modułu indukcji magnetycznej.

Na rys. 6 pokazano rozkład przestrzenny promieniowej składowej wektora indukcji magnetycznej, otrzymany z MES oraz proponowaną metodą.



Rys. 5. Wyniki obliczeń pola generatora przy obciążeniu znamionowym:

a) pole wektorowego potencjału magnetycznego, [Vs/m]; b) pole wektora indukcji magnetycznej, [T]



Rys. 6. Zależności od współrzędnej kątowej promieniowej składowej indukcji magnetycznej
a) przy biegu jałowym; b) przy znamionowym prądzie obciążenia oraz $\cos \varphi = 1$

Analiza wyników wykazała, że różnica w obliczeniach napięć dwoma metodami dla trybu jałowego nie przewyższa 3%, a przy obciążeniu znamionowym – 2,5% (rys. 7).

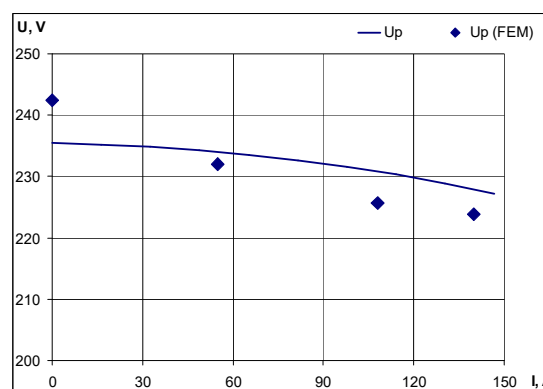
Jak widać z wykresów, uzyskane wyniki nie przeczą fizycznej istocie zjawisk, zachodzących w ustalonym stanie pracy WBGMT, a ilościowa analiza, którą można dość łatwo przeprowadzić analitycznie, tylko potwierdza zasadność założeń, leżących u podstaw proponowanego modelu.

7. Wnioski

Zaproponowano matematyczne formułowanie i algorytm modelu do obliczania magnetycznego stanu wysokoobrotowego bezszczotkowego generatora elektrycznego o wzbudzeniu od magnesów trwałych. Model pozwala określać fazowe napięcie generatora dla zadanych prądu obciążenia, współczynnika mocy i częstotliwości obrotowej, i uwzględnia nieliniowe magnetyczne właściwości obwodu magnetycznego maszyny. Ponadto, można z jego wykorzystaniem obliczyć przybliżony rozkład przestrzenny indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej, spadki napięć magnetycznych na odcinkach obwodu magnetycznego oraz ilościowo ocenić poziom nasycenia.

Model nie jest wymagający co do środków obliczeniowych, nie wymaga dołączania specjalnego oprogramowania i może być realizowany praktycznie na dowolnym komputerze.

Sprawdzenie wiarygodności wyników modelowania w porównawczym eksperymencie matematycznym z wykorzystaniem odpowiedniego modelu polowego wykazało doskonałą powtarzalność wyników.



Rys. 7. Zewnętrzne charakterystyki dla dwóch metod

8. Literatura

- [1]. P.V. Фильц, Н.Н.: Лябук “Математическое моделирование явнополюсных синхронных машин”, Львов: Світ, 176 с, 1991.
- [2]. О.В. Макарьчук: “Модель безконтактной электрической машины с возбуждением от постоянных магнитов”, *Технічна електродинаміка. Київ*, № 1, с. 37-45, 2011.
- [3]. J.Q. Wang, F.X. Wang, X.G. Kong: “Design and analysis of electromagnetic properties for high speed PM generator [J]”, *Proceedings of the CSEE*, № 20, p. 105-110, 2008.
- [4]. D.C. MacDonald: “A new lumped steady-state synchronous machine model derived from finite element analysis”, *IEEE Trans. on Energy Convers.*, 14(1), p. 1-7, 1999.
- [5]. L. Chedot, G. Friedrich: “A cross saturation model for interior permanent magnet synchronous machine. Application to a starter-generator”, *In Industry Applications Conference, 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the IEEE*, vol. 1, p. 10-17, 2004.
- [6]. T.F. Chan, L.L. Lai: “An axial-flux permanent-magnet synchronous generator for a direct-coupled wind-turbine system”, *IEEE Trans. on Energy Convers.*, 22(1), p. 86-94, 2007.

[7]. S.A. Saleh, M.A. Khan, M.A. Rahman: "Steady-state performance analysis and modelling of directly driven interior permanent magnet wind generators", *Renewable Power Generation, IET*, 5(2), p. 137-147, 2011.

[8]. M. Lis, O. Makarchuk: "Model matematyczny silnika synchronicznego z magnesami trwałymi o sterowaniu sinusoidalnym zasilanego ze źródła prądowego", *Maszyny Elektryczne - Zeszyty Problemowe*, nr 3/(96), str.175-178, 2012.

Autorzy

Oleksandr Makarchuk, dr inż., docent, Zakład Maszyn Elektrycznych Instytutu Energetyki i Systemów Sterowania Politechniki Lwowskiej
Tel. +38 032 2582160
email: oleksandr.v.makarchuk@lpnu.ua

Andrzej Rusek, prof., dr hab. inż., Zakład Maszyn i Napędów Elektrycznych Instytutu Elektrotechniki Przemysłowej Wydziału Elektrycznego Politechniki Częstochowskiej
Tel. +48 34 3250821
e-mail: rusek@el.pcz.czyst.pl

Marek Patro, mgr inż., doktorant, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej Wydziału Elektrycznego Politechniki Częstochowskiej
Tel.+48 34 3250821
e-mail: iess@el.pcz.czyst.pl

Andrzej Gastołek, mgr inż., doktorant, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej Wydziału Elektrycznego Politechniki Częstochowskiej
Tel.+48 34 3250821
e-mail: iess@el.pcz.czyst.pl