

**Krzysztof SOBCZAK**

93-005 ŁÓDŹ, UL. WÓLCZAŃSKA 219/223 (INSTYTUT MASZYN PRZEPIŁYWOWYCH, POLITECHNIKA ŁÓDZKA)

**Numeryczna analiza transmisji oscylacyjnego sygnału ciśnienia w pneumatycznych liniach pomiarowych<sup>\*)</sup>****dr inż. Krzysztof SOBCZAK**

Urodzony w 1973 roku. W 1998 r. ukończył studia na Wydziale Mechanicznym Politechniki Łódzkiej. W roku 2006 obronił pracę doktorską pt. "Numeryczny model turbulentnego przepływu pulsacyjnego gazu w rurach z wykorzystaniem metody LES". Zajmuje się numerycznymi symulacjami przepływów m.in. w kanałach wirujących maszyn przepływowych.



e-mail: ksobczak@p.lodz.pl

**Streszczenie**

Jednowymiarowy, niestacjonarny model numeryczny x-t użyty został do wyznaczenia oscylacyjnego przepływu powietrza w liniach pneumatycznych łączących miejsce pomiaru z przetwornikiem ciśnienia. Wyniki symulacji numerycznych porównane zostały z wynikami badań eksperymentalnych dla niskich i wysokich amplitud pulsacji. Uzyskana została dobra zgodność bezwymiarowych parametrów charakteryzujących przepływ oraz przebiegów czasowych sygnału ciśnienia w szerokim zakresie częstości pulsacji.

**Słowa kluczowe:** Przepływy oscylacyjne, symulacje numeryczne**Numerical analysis of the pressure oscillating signal transmission in pneumatic measurement lines****Abstract**

A one-dimensional, unsteady numerical x-t model was applied for determination of the oscillating air flow in pneumatic lines, which connect the measurement point with the pressure transducer. The numerical simulation results were compared with the experimental results for low and high pulsation amplitudes. A good agreement of dimensionless parameters, which describe the flow and time dependent pressure distribution, was obtained in a wide frequency range.

**Keywords:** Oscillating flows, numerical simulations**1. Wstęp**

Przepływy pulsacyjne i oscylacyjne są terminami powszechnie używanymi w literaturze w odniesieniu do pewnego szczególnego typu przepływów zmiennych w czasie. Są to przepływy, w których zmiany parametrów zachodzą w sposób okresowy, z amplitudami często znacznie większymi niż amplitudy fluktuacji charakteryzujące ruch turbulentny. Przepływy oscylacyjne mogą być rozważane jako szczególnie przypadek przepływów pulsacyjnych gdzie okresowe zmiany parametrów nałożone są na zerową prędkość średnią transportu masy.

Analizy danych literaturowych dotyczących badań eksperymentalnych przedstawione w [1] wskazują, że zmienne w czasie: składowa osiowa prędkości oraz ciśnienie są podstawowymi parametrami charakteryzującymi ten typ przepływu, które determinują pole przepływu. Charakter i częstości nałożonych oscylacji są jednymi z kluczowych czynników wpływających na strukturę pola przepływu.

W ostatnim dziesięcioleciu pojawiają się coraz częściej publikacje dotyczące symulacji numerycznych przepływów pulsacyjnych. Część z nich [2] dotyczy podejścia quasi-ustalonego stosowanego dla niskich częstości pulsacji. Są to relatywnie proste modele jednowymiarowe, w których zależności pomiędzy prędkością średnią a naprężeniem na ścianie lub lepkością turbulentną określane są na drodze analizy danych eksperymentalnych lub innych bardziej złożonych modeli analitycznych lub numerycznych. Popularność w symulacji numerycznych zdobywa metoda RANS. M.in. [3] przedstawia rozwiązanie dla przepływów z dużymi amplitudami pulsacji z wykorzystaniem modeli algebraicznych. W [4] do domknięcia układu równań RANS użyto modelu k- $\epsilon$  z funkcją ścianki w celu symulacji przepływu z wymianą ciepła w rurze wylotowej komory spalania. Z kolei autorzy [5] w swoich symulacjach wymiany ciepła przy dużych amplitudach pulsacji używają modelu k- $\epsilon$  w wersji dla niskich liczb Reynoldsa.

Ponieważ obliczenia przepływów przy użyciu metod DNS i LES ze swojej natury dotyczą przepływów niestacjonarnych, logicznie wydaje się ich wykorzystanie (w szczególności LES) w symulacjach przepływów pulsacyjnych. Istotnym ograniczeniem w ich stosowaniu są jednak dostępne obecnie moce obliczeniowe komputerów co powoduje, że rozważane mogą być przypadki przepływów z małymi liczbami Reynoldsa i w rurach o niewielkiej długości [6].

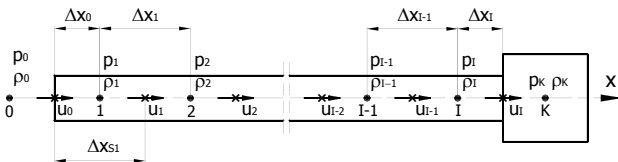
Linie pneumatyczne powszechnie używane w systemach pomiaru zmiennego w czasie ciśnienia mają postać rurek łączących otwory sond ciśnienia z przetwornikiem ciśnienia. Długość takich linii jest znacznie większa od ich średnicy i porównywalna z długościami fal rozchodzących się wzdłuż rurki. W związku z tym zależność pomiędzy ciśnieniem w otworze sondy a mierzonym przez przetwornik zależy od dynamiki ruchu gazu. Koniec rurki jest zamknięty, w związku z tym rozważany jest oscylacyjny ruch gazu.

**2. Opis modelu x-t**

W przeciągu kilku ostatnich lat w Instytucie Maszyn Przepływowych Politechniki Łódzkiej prowadzone były prace związane z opracowaniem modelu symulującego transmisję sygnału zmiennego w czasie ciśnienia przez linie pneumatyczne [7] (przepływy oscylacyjne) oraz jego rozszerzeniem na przypadki przepływów pulsacyjnych [8]. W efekcie tych prac powstał jednowymiarowy, niestacjonarny model numeryczny x-t (w układzie współrzędna wzdłuż osi rurki – czas) symulujący laminarne przepływy pulsacyjne gazu w rurkach. Dokonano także rozszerzenia zakresu działania modelu na przypadki przepływów przejściowych turbulentnych. Przy jego użyciu badany jest rzeczywisty sygnał wlotowy i otrzymywane jest rozwiązanie w postaci funkcji czasu i położenia wzdłuż osi rury.

**2.1. Równania podstawowe modelu x-t**

Schemat linii pneumatycznej łączącej miejsce pomiaru zmiennego w czasie ciśnienia z przetwornikiem przedstawiony jest na Rys. 1. W większości konfiguracji linii średnica przetworników jest na tyle mała, że nie jest konieczne umieszczanie zbiorniczka na zamkniętym końcu linii.



Rys. 1. Schemat linii pneumatycznej z zaznaczonymi węzłami siatki.  
Fig. 1. Scheme of the pneumatic line with mesh nodes.

Jednowymiarowy zmienny w czasie model przepływu gazu idealnego w prostej rurce o stałej średnicy opisany jest równaniami ciągłości, pędu i energii oraz równaniem stanu gazu doskonałego:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(p + \rho u^2 - \frac{4}{3}\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) - \frac{4\tau_w}{d} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\kappa-1}\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u\left(\frac{\kappa}{\kappa-1}\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right) - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) - \frac{4q_w}{d} \quad (3)$$

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (4)$$

## 2.2. Modelowanie naprężeń stycznych i strumieni ciepła

Poprawność rozwiązania układu równań (1), (2) i (3) zależy od poprawnego założenia dyssypatywnych wyrażeń w równaniach pędu i energii, czyli określenia zależności pomiędzy naprężeniami stycznymi na ściance a średnią prędkością przepływu w danym przekroju rury oraz pomiędzy strumieniem ciepła przez ściankę a średnią wartością temperatury płynącego czynnika.

Analiza wymiarowa nieściśliwego przepływu laminarnego doprowadziła do określenia związku pomiędzy naprężeniem a prędkością jako funkcji liczby Reynoldsa opartej na częstotliwości pulsacji  $Re_\omega$ :

$$\frac{\tau_w}{\rho u} = \frac{\mu}{d} F(Re_\omega) \quad (5)$$

gdzie: 
$$Re_\omega = \frac{\omega d^2}{\nu} \quad (6)$$

Wyniki otrzymane z liniowego rozwiązania metodami perturbacyjnymi osiowosymetrycznego, dwuwymiarowego laminarnego przepływu gazu przez rurki [9], [10] były podstawą do określenia zarówno funkcji  $F$  jak i przesunięcia fazowego  $\Theta$  pomiędzy pulsującym naprężeniem na ściance oraz uśrednioną po promieniu prędkością w tym samym przekroju rury.

$$F_1 = 0,125(64^2 + 68,75 Re_\omega)^{0,5} \quad (7)$$

$$\Theta = \arcsin\left(\left(1,42 + \frac{3}{Re_\omega^{0,5}} + \frac{248}{Re_\omega^{1,5}}\right)^{-1}\right) \quad (8)$$

Dokładny opis wyprowadzenia przedstawionych równań można znaleźć w [8].

Na potrzeby modelu x-t kryterium pojawienia się turbulencji w oscylującym przepływie gazu w rurkach określone zostało na podstawie badań eksperymentalnych [11]:

$$\left(Re_{os} / \sqrt{Re_{kr}}\right)_{kr} \cong 210 \div 350 \quad (9)$$

gdzie  $Re_{os}$  określona jest na podstawie amplitudy prędkości.

W celu rozszerzenia działania modelu na przepływy przejściowe i turbulentne do funkcji tarcia  $F$  wprowadzone

zostało dodatkowe wyrażenie korekcyjne. Wyrażenie to zostało opracowane w oparciu o formułę Blasiusa dla ustalonych przepływów turbulentnych. W efekcie funkcja tarcia obliczana jest wg zależności:

$$F_1 = \frac{1}{8} \left( 64^2 + \frac{0,3164^2 (Re^2)^{2,74}}{Re^4 + 4000^4} + 68,75 Re_\omega \right)^{0,5} \quad (10)$$

Pozwoliło to na określenie zależności na naprężenia na ściance i strumienia ciepła przez ściankę. Obydwa te parametry określone są z harmonicznymi zależnościami pomiędzy amplitudami i przesunięciem fazowym i są opisane wzorami:

$$\tau_w = \frac{\mu}{d} F_1 \left( u \cos \Theta + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\sin \Theta}{\omega} \right) \quad (11)$$

$$q_w = \frac{\lambda}{d} Nu \left( v \cos \Theta + \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\sin \Theta}{\omega} \right) \quad (12)$$

Strumień ciepła przez ściankę w prezentowanym modelu powiązany jest z różnicą temperatur gazu i ścianki  $v$ . W modelu x-t nie są uwzględnione zmiany temperatury wzdłuż promienia. Liczba Nusselta  $Nu$  jest obliczana na podstawie analogii Colburna pomiędzy naprężeniami na ściance a strumieniem ciepła przez ściankę. Prowadzi to do następującego sformułowania:

$$Nu = F Pr^n \quad (13)$$

Powyższe sformułowanie wyrażenia strumienia ciepła przez ściankę zostało potwierdzone przez wyniki uzyskane przy użyciu dwuwymiarowego, liniowego modelu [10]. Przesunięcie fazowe w przypadku wyrażenia na strumień ciepła zostało przyjęte takie samo jak w przypadku naprężenia na ściance. Wynika to z faktu, że przesunięcia fazowe dla obydwu wyrażeń pokrywały się w pełnym zakresie częstotliwości pulsacji i dozwolone wydaje się uproszczenie wg analogii ciepło-naprężeniowej.

## 2.3. Dyskretyzacja równań i warunki brzegowe

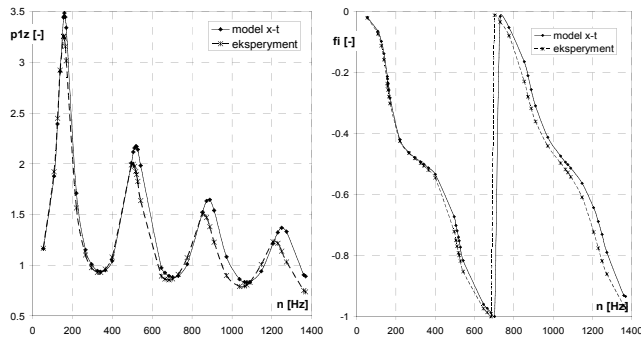
Do przestrzennej dyskretyzacji członów równań różniczkowych (1), (2) i (3) wykorzystana została metoda różnic skończonych. Użyty został schemat centralny drugiego rzędu dokładności na siatkach przesuniętych. Parametry termodynamiczne określone zostały w węzłach centralnych siatki oznaczonych na Rys. 1 kropkami. Prędkości i gęstości strumienia masy określone zostały w węzłach brzegowych oznaczonych strzałkami. Do całkowania zdyskretyzowanych przestrzennie równań (1), (2) i (3) po czasie wykorzystano schemat Runge-Kutty czwartego stopnia. W efekcie wyznaczane są gęstość, gęstość strumienia masy i energia całkowita odniesiona do jednostki objętości. Szczegóły dotyczące dyskretyzacji, stosowanych siatek i wprowadzenia warunków brzegowych można znaleźć w [7] i [8].

Jako warunek brzegowy na wlocie do rury zakładane są parametry czynnika w postaci zmiennego w czasie ciśnienia  $p_c(t)$  oraz gęstości  $\rho(t)$  na podstawie danych eksperymentalnych [12]. Na wylocie założona jest ścianka nieprzepuszczalna ( $u = 0$ ). Na potrzeby bieżących obliczeń dokonano modyfikacji programu umożliwiając wprowadzenie zmiennej temperatury ścianek rury, także na podstawie eksperymentu. Szczegóły dotyczące sposobu postawienia warunków brzegowych jak i warunków początkowych przedstawione są w [7]. Warunki początkowe obliczeń dobierane były na podstawie warunków brzegowych.

W przeprowadzonych obliczeniach dobierana była maksymalnie duża wartość kroku czasowego spełniającego warunek CFL zależna od częstotliwości pulsacji. Krok przestrzenny siatki wynikał z podziału rury na 200 jednakowych odcinków. Przeprowadzone testy dla większej ilości węzłów nie wykazały żadnych istotnych zmian. Czas obliczeń odpowiadał 50 okresom pulsacji, po których osiągnięta została pełna powtarzalność przebiegów.

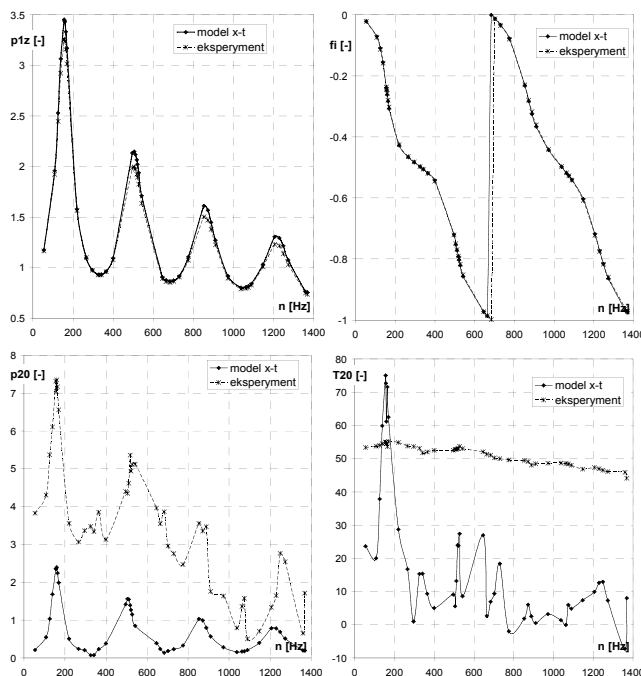
### 3. Wyniki symulacji numerycznych

Badaniom numerycznym poddano przepływ oscylacyjny powietrza w rurce o średnicy  $d = 1,48 \text{ mm}$  i długości  $L = 453 \text{ mm}$ . Warunki brzegowe jak i przebiegi porównawcze przedstawione w artykule uzyskane zostały z badań eksperymentalnych zaprezentowanych w kolejnym artykule zgłoszonym na Kongres [12]. W treści tego punktu przedstawione zostaną wyniki obliczeń dla niskiej i wysokiej wartości względnych amplitud pulsacji.



Rys. 2. Porównanie wyników obliczeń modelem x-t z danymi eksperymentalnymi dla niskich amplitud pulsacji ( $\varepsilon \approx 0,025$ ).  $V_k = 0$ .  
Fig. 2. Comparison of the x-t model computational results with the experimental data for low pulsation amplitudes ( $\varepsilon \approx 0,025$ ).  $V_k = 0$ .

Na Rys. 2 przedstawiony jest przebieg stosunku pierwszych harmonicznych sygnału na zamkniętym i otwartym końcu rurki  $p1z$  w funkcji częstości pulsacji dla niskich amplitud względnych pulsacji  $\varepsilon \approx 0,025$  ( $\varepsilon$  – stosunek amplitudy pierwszej harmonicznej do składowej stałej ciśnienia na wlocie linii). Wartości stosunku opisanego zależnością (9) kształtują się w zakresie 40 – 80, więc przepływ w linii jest laminarny. Jedynym wyjątkiem jest region pierwszej częstości rezonansowej, gdzie sięgają 300 czyli lokalnie może nastąpić turbulizacja przepływu.

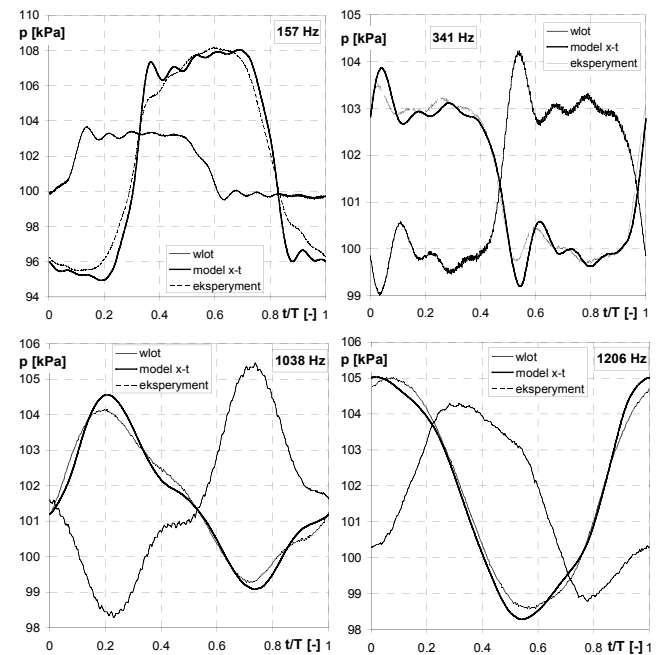


Rys. 3. Porównanie wyników obliczeń modelem x-t z danymi eksperymentalnymi dla niskich amplitud pulsacji ( $\varepsilon \approx 0,025$ ).  $V_k = 25 \text{ mm}^3$ .  
Fig. 3. Comparison of the x-t model computation results with the experimental data for low pulsation amplitudes ( $\varepsilon \approx 0,025$ ).  $V_k = 25 \text{ mm}^3$ .

Obserwowana jest dobra zgodność uzyskanych przebiegów obliczeniowych w porównaniu z eksperymentem, niemniej jednak widoczne jest wyraźne rozszarpienie się charakterystyk wraz ze wzrostem częstości pulsacji podobnie jak ma to miejsce w przypadku modelu liniowego użytego podczas analizy w [12].

W badaniach użyta była linia bez komory na końcu  $V_k = 0$ , jednak przeprowadzone testy numeryczne ujawniły, że możliwa jest znaczna poprawa zgodności analizowanych charakterystyk poprzez założenie komory na końcu linii. Wartość objętości tej komory prowadząca do najlepszej zgodności w pełnym zakresie prowadzonych obliczeń wynosiła  $V_k = 25 \text{ mm}^3$ . Jest to jednak wielkość przekraczająca ewentualne błędy montażowe na stanowisku eksperymentalnym. Jednym z możliwych wyjaśnień jest brak możliwości uwzględnienia w modelu x-t wpływu termopary rozpiętej wzdłuż średnicy rurki tuż przed przetwornikiem ciśnienia w badaniach eksperymentalnych [12]. Dodatkowa turbulizacja przepływu w tym regionie może być równoważona właśnie poprzez tę dodatkową objętość. W dalszej części tego artykułu przedstawione są wyniki symulacji modelem x-t uzyskane przy założeniu  $V_k = 25 \text{ mm}^3$ .

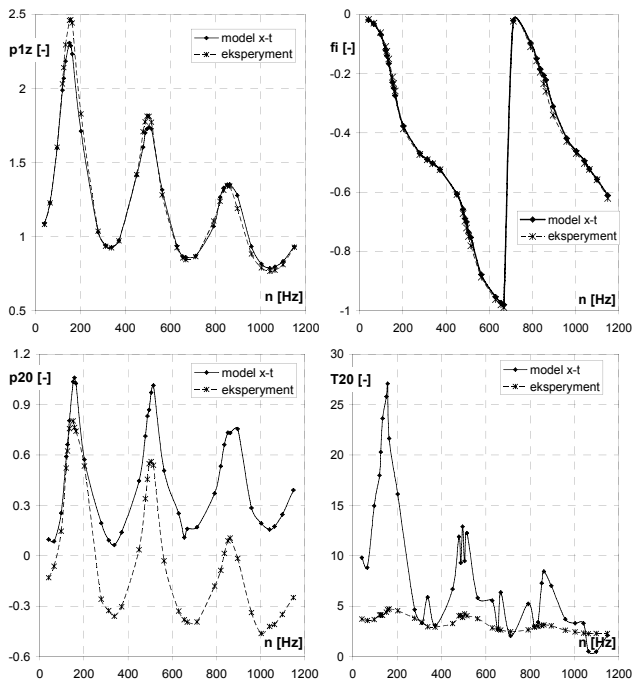
Zaprezentowane na Rys. 3 porównania obliczeń modelem x-t w odniesieniu do wyników eksperymentalnych wykazują bardzo dobre odwzorowania stosunku pierwszych harmonicznych  $p1z$  oraz względnego (odniesionego do okresu pulsacji) przesunięcia fazowego pierwszej harmonicznej ciśnienia między zamkniętym a otwartym końcem linii  $-fi$ . W przypadku  $p1z$  niewielkie różnice ujawniają się jedynie w okolicach częstości rezonansowych. Dużo gorsze odwzorowanie przebiegów obserwuje się dla pozostałych analizowanych parametrów bezwymiarowych. W przypadku składowej stałej perturbacji drugiego rzędu dla ciśnienia  $-p20$ , obliczenia numeryczne dają znacząco mniejsze wartości. Pomimo to wszystkie częstości rezonansowe są tutaj wyraźnie zaznaczone a co więcej opadająca charakterystyka eksperymentalna dla najwyższych z analizowanych częstości wyraźnie zbliża się do wyników obliczeń. Brak zgodności obserwuje się dla składowej stałej perturbacji drugiego rzędu dla temperatury  $-T20$ . Uzyskana na drodze numerycznej charakterystyka ujawnia mankamenty prostego modelowania zjawisk wymiany ciepła w modelu x-t.



Rys. 4. Porównanie przebiegów czasowych ciśnienia na zamkniętym końcu linii dla niskich amplitud pulsacji ( $\varepsilon \approx 0,025$ ) dla czterech częstości pulsacji.  
Fig. 4. Comparison of the time dependent pressure signals at the closed end of the line for low pulsation amplitudes ( $\varepsilon \approx 0,025$ ) for four pulsation frequencies.

Na Rys. 4 przedstawione są przebiegi czasowe jednego okresu zmian ciśnienia na zamkniętym końcu linii dla czterech wybranych częstości pulsacji. Dodatkowo przedstawione są przebiegi ciśnienia na wlocie, które były warunkiem brzegowym do obliczeń modelem x-t. Uzyskane wyniki wykazują co najmniej dobrą zgodność przebiegów w pełnym zakresie częstości, nawet dla pierwszej częstości rezonansowej 157 Hz gdzie lokalnie może wystąpić przepływ turbulentny.

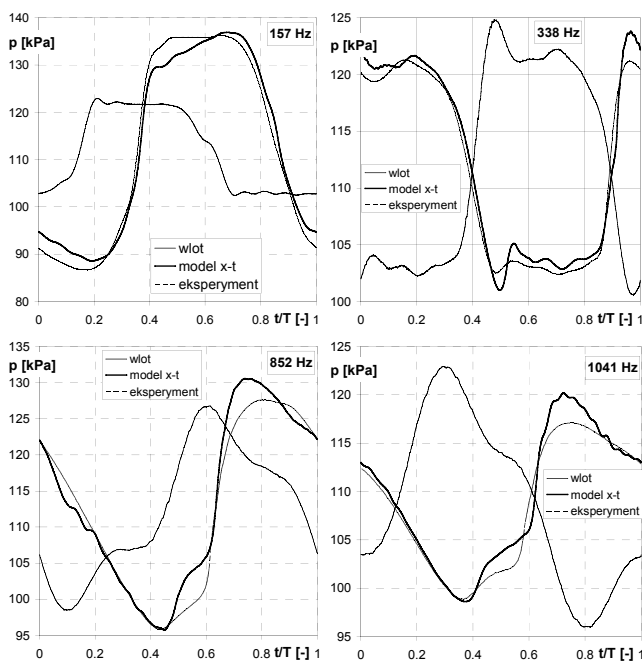




Rys. 5. Porównanie wyników obliczeń modelem x-t z danymi eksperymentalnymi dla wysokich amplitud pulsacji ( $\varepsilon \approx 0,105$ ).  $V_k = 25 \text{ mm}^3$ .

Fig. 5. Comparison of the x-t model computation results with the experimental data for high pulsation amplitudes ( $\varepsilon \approx 0,105$ ).  $V_k = 25 \text{ mm}^3$ .

Na Rys. 5 przedstawione zostały wyniki dla zakresu wysokich amplitud względnych pulsacji  $\varepsilon \approx 0,105$ . W tym zakresie amplitud wartość parametru określonego zależnością (9) mieści się w szerokich granicach 140 – 1020. Wskazuje to na dominację przepływów turbulentnych w regionach wszystkich częstości rezonansowych, podczas gdy dla częstości odpowiadających minimum mamy do czynienia z przepływem laminarnym.



Rys. 6. Porównanie przebiegów czasowych ciśnienia na zamkniętym końcu linii dla wysokich amplitud pulsacji ( $\varepsilon \approx 0,105$ ) dla czterech częstości pulsacji.

Fig. 6. Comparison of the time dependent pressure signals at the closed end of the line for high pulsation amplitudes ( $\varepsilon \approx 0,105$ ) for four pulsation frequencies.

Podobnie jak dla niskich amplitud pulsacji Zastosowanie komory na końcu linii pozwala na uzyskanie bardzo dobrej zgodności parametrów  $p1z$  i  $fi$ . Co więcej w przypadku bezwymiarowego parametru opisującego składową stałą  $p20$

uwidacznia się dużo lepsza zgodność niż miało to miejsce dla  $\varepsilon \approx 0,025$ . Także w przypadku parametru  $T20$  obserwowana jest poprawa zgodności choć model x-t przewiduje znacząco większe wartości dla częstości rezonansowych.

Przebiegi czasowe zmian ciśnienia przedstawione na Rys. 6 wskazują na dobrą zgodność modelu x-t z eksperymentem, zarówno dla częstości rezonansowych gdzie mamy do czynienia z przepływami turbulentnymi jak i dla częstości odpowiadających minimum gdzie występuje przepływ laminarny.

## 4. Wnioski

Model numeryczny x-t użyty został do wyznaczenia oscylacyjnego przepływu powietrza w liniach pneumatycznych łączących miejsce pomiaru z przetwornikiem ciśnienia. Wyniki badań numerycznych porównane zostały z wynikami badań eksperymentalnych dla niskich i wysokich amplitud pulsacji. Uzyskana została dobra zgodność odwzorowania zmian pierwszych harmonicznych ciśnienia oraz przesunięć fazowych między ciśnieniami na zamkniętym i otwartym końcu linii. Prostota modelu ujawniła się poprzez mało precyzyjne odwzorowanie perturbacji składowych stałych ciśnienia i temperatury, choć wraz ze wzrostem amplitudy obserwowana jest wyraźna poprawa zgodności wyników modelu z danymi eksperymentalnymi.

Przeprowadzone testy wykazały, że prezentowany model odwzorowuje poprawnie przebiegi ciśnień w szerokim zakresie amplitud i częstości pulsacji. Może on być traktowany jako proste narzędzie inżynierskie pozwalające na szybkie określenie rozkładów czasowo-przestrzennych parametrów charakteryzujących przepływ oscylacyjny gazu w rurkach.

## 5. Literatura

- [1] Carpinioğlu M.O., Gundogdu M. Y., „A critical review on pulsatile pipe flow studies directing towards future research topics”, Flow Measur. Instr., Vol. 12, 2001, p. 163-173
- [2] Zarzycki Z., „Obliczenia przebiegów dynamicznych podczas niustalonego turbulentnego przepływu cieczy w przewodach ciśnieniowych”, CMP, Nr 117, 2000, s. 321-328
- [3] Tu S.W., Ramaprian B.R., „Fully developed periodic turbulent pipe flow, Part 1”, J. Fluid Mech., Vol. 137, 1983, p. 31-58
- [4] Thyageswaran S., „Numerical modeling of pulse combustor tail pipe heat transfer”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 47, 2004, p. 2637-2651
- [5] Wang X., Zhang N., „Numerical analysis of heat transfer in pulsating turbulent flow in a pipe”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 48, 2005, p. 3957-3970
- [6] Sobczak K., „Numeryczny model turbulentnego przepływu pulsacyjnego gazu w rurkach z wykorzystaniem metody LES”, Rozprawa doktorska, Łódź, 2006
- [7] Kazimierski Z., Rabięga M., Sobczak K., „One-dimensional model of pulsating viscous flow in tubes”, Turbomachinery, No 115, 1999, p. 536-545
- [8] Sobczak K., „Opracowanie numerycznego modelu turbulentnego przepływu pulsacyjnego gazu przez rurki z wymianą ciepła”, Raport końcowy projektu KBN nr 8 T07A 040 20, Archiwum prac IMP PŁ nr 1475, 2002
- [9] Kazimierski Z., Horodko L., „Total Pressure Averaging by Small-Diameter Tubes in Flows”, AIAA Journal, Vol. 28, 1990, p.140-145
- [10] Kazimierski Z., Trojnarowski J., „Time-Averaged Pressure of Fluctuating Gas Motion in Small-Diameter Tubes”, AIAA Journal, Vol. 25, No. 4, 1987, p. 567-572
- [11] Eckman D.M., Grotberg J.B., „Experiments on transition to turbulence in oscillatory pipe flow”, J. Fluid Mech., Vol. 222, 1994, p. 329-350
- [12] Cieplucha J., „Eksperymentalne badania oscylacyjnych przepływów w pneumatycznych liniach pomiarowych”, Referat zgłoszony na Kongres Metrologii, 2007

Artykuł recenzowany

\*) Praca naukowa finansowana ze środków Komitetu Badań Naukowych w latach 2004-2006 jako projekt badawczy.