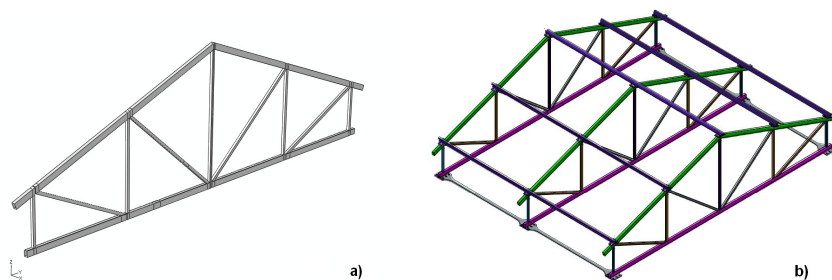


Jan FREUNDLICH, Marek PIETRZAKOWSKI
Politechnika Warszawska, IPBM, 02-524 Warszawa, ul. Narbutta 84,
E-mail: jfr@simr.pw.edu.pl, mpi@simr.pw.edu.pl

Symulacyjne badanie wpływu przemieszczeń podpór na naprężenia w kratownicowej konstrukcji dachowej

1 Wstęp

Konstrukcje nośne dachów narażone są na niekorzystny wpływ otoczenia w postaci obciążeń statycznych i dynamicznych, których źródłem mogą być warunki pogodowe oraz ruch ciężkich pojazdów transportowych, a szczególnie pojazdów szynowych. Ze względów bezpieczeństwa coraz częściej stosuje się w tych konstrukcjach systemy monitorowania i identyfikacji uszkodzeń w ich wczesnych fazach rozwoju. Systemy te używane są w celu zwiększenia bezpieczeństwa ludzi korzystających z tego typu obiektów. Podstawowe metody wykrywania i lokalizacji uszkodzeń oparte są na ocenie wpływu uszkodzenia na częstości i postaci własne konstrukcji, charakterystyki dynamiczne, oraz na technice modyfikacji macierzy sztywności przyjętego do obliczeń modelu MES ([1], [3], [5]). Opracowanie skutecznego systemu monitorowania wymaga znajomości spektrów przemieszczeń i naprężeń w odpowiedzialnych elementach konstrukcji dla różnych przypadków obciążeń statycznych i dynamicznych ([2], [4]). Na tej podstawie określa się, jakie wartości mierzonych wielkości uważa się za niebezpieczne w pracy monitorowanego obiektu. Osiągnięcie niebezpiecznych poziomów mierzonych wielkości stanowi informację o lokalnym uszkodzeniu konstrukcji. Dane uzyskane w procesie monitorowania konstrukcji można także wykorzystać w sterowaniu ukierunkowanym na redukcję powstających w niej naprężeń. Pożądaną zmianę rozkładu naprężeń w elementach obciążonej konstrukcji można uzyskać wprowadzając odpowiednie przemieszczenia wybranych punktów podparcia. W niniejszej pracy przedstawiono badanie wpływu pionowych przemieszczeń podpór przestrzennej kratownicy dachowej na wartości przemieszczeń i naprężeń w jej elementach.

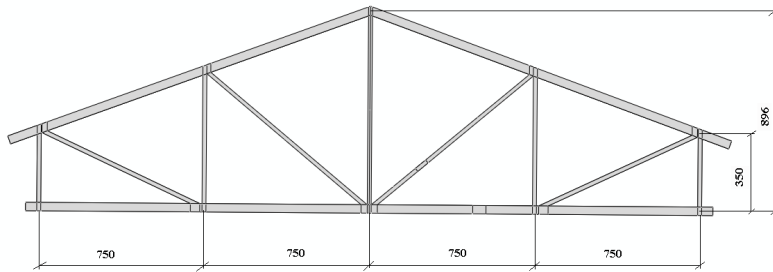


Rys. 1. Dźwigar kratowy (a) i konstrukcja dachowa [7] (b)
Fig. 1. Truss girder (a) and the roof structure [7] (b)

2 Modele obliczeniowe dźwigara kratowego

Wykonano modele MES dźwigara kratowego zastosowanego w stanowisku badawczym projektu MONIT (Rys. 1). Wymiary gabarytowe badanego dźwigara pokazano na rysunku 2. Pasy górne i dolny zbudowane są z prętów rurowych o przekroju prostokątnym 27x40 mm, grubości ścianki 2 mm. Pręty kraty (tzw. krzyżulce) wykonane są z prętów rurowych o przekroju kwadratowym 20x20 mm i grubości ścianki także 2 mm.

Opracowano dwa rodzaje modeli MES badanego dźwigara. Pierwszy, uproszczony zbudowany z elementów belkowych, drugi bardziej złożony, z elementów powłokowych [6]. Model powłokowy posłużył do oceny dokładności obliczeń naprężeń przy pomocy modelu belkowego, a także w dalszych obliczeniach do wyznaczenia lokalnych spięrzeń naprężeń.



Rys. 2. Analizowany dźwigar kratowy

Fig. 2. The analysed truss girder

Model powłokowy MES zbudowano z czterowzłowych elementów powłokowych (elementy typu S4 [6]). Model ten składał się z 17020 elementów oraz 16968 węzłów. Model belkowych zbudowano z dwuwzłowych elementów belkowych według teorii Bernoulliego (elementy B33 [6]). Model belkowy ma 208 elementów oraz 201 węzłów.

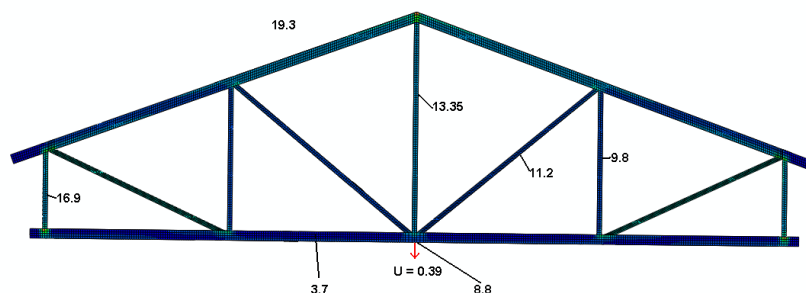
W obliczeniach statycznych i dynamicznych dźwigara przyjęto następujące dane materiałowe. Moduł Younga materiału belki przyjęto równy $E_b = 2,0 \cdot 10^5$ MPa, gęstość $\rho_b = 7600$ kg/m³, współczynnik tłumienia materiałowego $\mu = 10^{-5}$ s. Przyjęto, że czujnik piezoelektryczny ma kształt prostokątnej płytki o wymiarach 60x18 mm i grubości 0,5 mm. Założono następujące właściwości materiału czujnika: moduł Younga $E_s = 6,3 \cdot 10^4$ MPa, gęstość $\rho_s = 7280$ kg/m³, przenikalność elektryczną $\epsilon_{33} = 1,5938 \cdot 10^{-8}$ F/m, współczynnik piezoelektryczny $d_{31} = -1,7 \cdot 10^{-10}$ CN⁻¹.

3 Statyczne obliczenia porównawcze naprężeń w dźwigarze kratowym

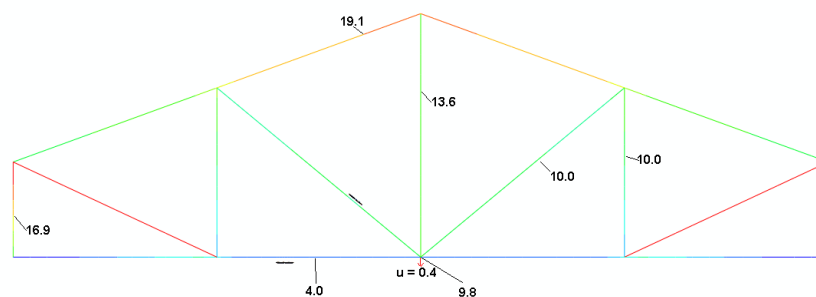
Obliczenia statyczne wykonano w celu oceny dokładności uproszczonego, belkowego modelu dźwigara w stosunku do bardziej dokładnego modelu powłokowego. Obliczenia

te wykonano przyjmując obciążenie wzdłuż osi symetrii pionową siłą $F = 5000\text{N}$ przyłożoną do pasa górnego. Porównano obliczoną wartość ugięcia w węźle na osi symetrii dźwigara oraz wartości naprężeń zredukowanych w wybranych elementach według hipotezy Hubera-Misesa.

Wartość ugięcia w punkcie leżącym na osi symetrii na pasie dolnym dla modelu powłokowego wyniosła $0,39\text{ mm}$, natomiast dla modelu belkowego odpowiednio $0,4\text{ mm}$ (Rys. 3 i 4). Otrzymane w wyniku obliczeń porównawczych wartości naprężeń (MPa) dla obu modeli, w wybranych punktach pokazano na rysunkach 3 i 4. Maksymalna różnica względna obliczonych naprężeń występuje w miejscu połączenia pasa dolnego z słupkiem pionowym leżącym w osi symetrii dźwigara i wynosi ona ok. $11,4\%$. W pozostałych obszarach dźwigara różnica ta była mniejsza niż 5% . Na podstawie wyznaczonych wartości przemieszczeń i naprężeń zredukowanych można stwierdzić, że w obu modelach MES dźwigara są one porównywalne.



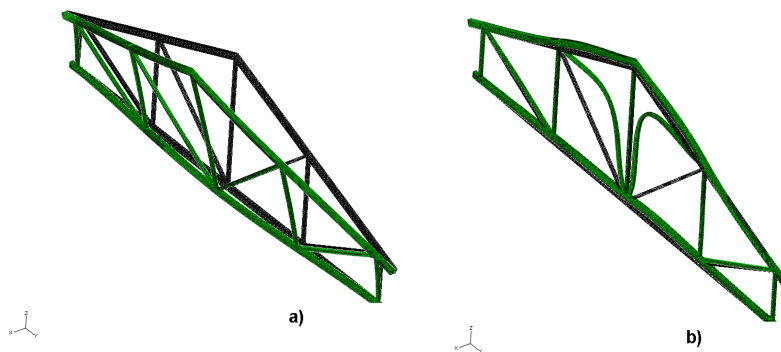
Rys. 3. Rozkład naprężeń – obliczenia przy użyciu modelu powłokowego
Fig. 3. Stress distribution – calculation made using shell model



Rys. 4. Rozkład naprężeń – obliczenia przy użyciu modelu belkowego
Fig. 4. Stress distribution – calculation made using beam model

4 Dynamiczne obliczenia porównawcze dźwigara kratowego

W pierwszym etapie obliczeń porównawczych dźwigara kratowego obliczono 20 pierwszych częstości drgań własnych (Tabela 1.). Większość z tych częstości odpowiada postaciom drgań kratownicy w kierunku prostopadłym do jej płaszczyzny. Drganiom w płaszczyźnie dźwigara odpowiadają 9, 10, 13, 16, 18 i 19 postacie drgań. Przykładowo na rysunku 5a przedstawiono pierwszą postać drgań (drżania prostopadłe do płaszczyzny dźwigara), natomiast dziesiątą (drżania w płaszczyźnie dźwigara) na rysunku 5b.



Rys. 5. Postacie drgań dźwigara: pierwsza (a) i dziesiąta (b)

Fig. 5. Mode shapes of the girder: first (a) and tenth (b)

Największa różnica względna między częstościami drgań własnych obliczonymi przy użyciu obu modeli dźwigara wynosi 12,7% i dotyczy szóstej częstości własnej. Uwzględniając specyfikę modelu powłokowego, polegającą na rozmieszczeniu elementów powłokowych na powierzchniach środkowych ścianek konstrukcji i spowodowaną tym różnicę w rozkładzie mas i sztywności, można przyjąć, że otrzymane wyniki w przypadku obu modeli są wystarczająco zgodne.

Tabela 1. Częstości drgań własnych dźwigara kratowego otrzymane przy użyciu modeli powłokowego i belkowego.

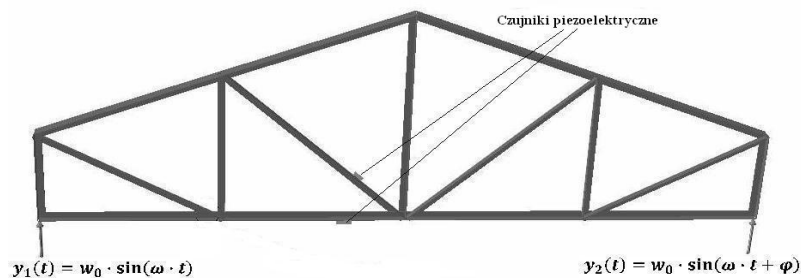
Table 1. Natural frequencies of the truss girder calculated using shell and beam models.

Postać [Nr]	Powłokowy [Hz]	Belkowy [Hz]	Różnica wzgl. [%]
1	9,1	9,7	-6,4
2	21,2	22,1	-4,3
3	28,9	30,0	-3,7
4	51,6	55,8	-8,2
5	55,7	58,2	-4,5
6	76,7	86,4	-12,7

*Symulacyjne badanie wpływu przemieszczeń podpór na naprężenia
w kratownicowej konstrukcji dachowej*

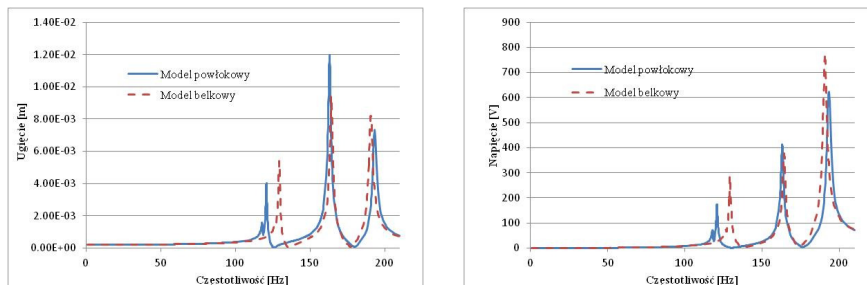
7	88,5	89,1	-0,7
8	90,8	101,0	-11,2
9	118,1	126,7	-7,3
10	120,8	128,8	-6,6
11	124,8	129,4	-3,6
12	129,3	130,4	-0,8
13	138,1	151,5	-9,7
14	148,6	153,0	-3,0
15	157,0	164,4	-4,7
16	163,1	165,3	-1,3
17	171,2	174,1	-1,7
18	175,0	177,0	-1,1
19	193,2	190,7	1,3
20	193,3	193,5	-0,1

W następnym etapie obliczeń, dla obu zbudowanych modeli MES przeprowadzono symulację pracy czujników piezoelektrycznych umieszczonych na pasie dolnym i jednym z wykrzyżowań dźwigara kratowego (Rys. 6). W obliczeniach tych wykorzystano wyznaczone wcześniej postacie i częstości drgań własnych. Badano napięcia generowane w czujnikach piezoelektrycznych przy wymuszeniu przemieszczeniem podpór dźwigara. Schemat obliczeniowy układu pokazano na rysunku 6. W obliczeniach założono brak przesunięcia fazowego między wymuszeniami w podporach dźwigara (kąt $\varphi = 0$). Wyznaczono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe pionowych przemieszczeń punktów dźwigara, odpowiadających środkom czujników, oraz napięć powstających w czujnikach. W przypadku czujnika leżącego na dolnym pasie dźwigara obliczone charakterystyki amplitudowe przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 6. Schemat obliczeniowy dźwigara kratowego do symulacji pracy czujników piezoelektrycznych

Fig. 6. The calculating scheme of the truss girder applied for piezoelectric sensors simulation



Rys. 7. Porównanie charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych odpowiadających zastosowanym modelom MES dźwigara – czujnik umieszczony na pasie dolnym

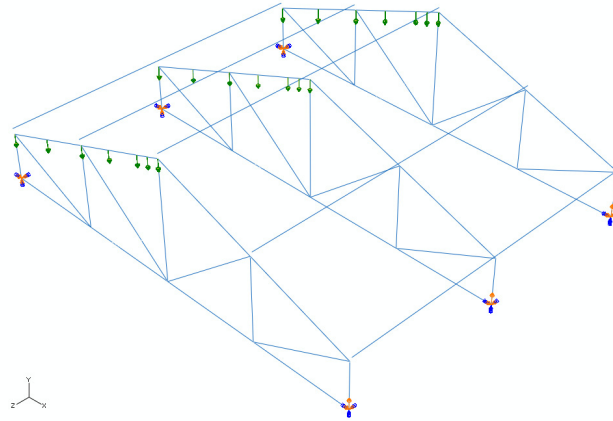
Fig. 7. Comparison of amplitude-frequency characteristics for the analysed FE models of the girder – sensor located on the bottom chord

Porównywane charakterystyki w przypadku obu modeli MES mają podobny kształt (Rys. 7). Widoczne jest przesunięcie pierwszego rezonansu odpowiadającego dziesiątej częstości własnej drgań dźwigara. Wynika to z różnicy w obliczonych wartościach częstości własnych (Tab. 1). Amplitudy ugięć w pierwszym i trzecim rezonansie (19 częstość własna) są większe dla modelu belkowego, natomiast amplituda drugiego rezonansu (16 częstość własna) jest większa w przypadku modelu powłokowego. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe napięcia generowanego w czujniku piezoelektrycznym uzyskane z obu modeli mają także podobny kształt. Amplitudy napięć w kolejnych rezonansach mają większe wartości dla modelu belkowego. Najmniejsza różnica wartości amplitudy napięcia występuje w drugim rezonansie (Rys. 7).

Na podstawie wyników obliczeń porównawczych (statycznych i dynamicznych) wykazano, że wartości przemieszczeń, naprężeń oraz charakterystyki dynamiczne wyznaczone przy użyciu uproszczonego modelu belkowego są zbliżone do tych, jakie można otrzymać przy użyciu bardziej złożonego modelu powłokowego. A zatem, uproszczony model belkowy dźwigara kratowego może być zastosowany do budowy modelu konstrukcji dachowej.

5 Model MES konstrukcji dachowej

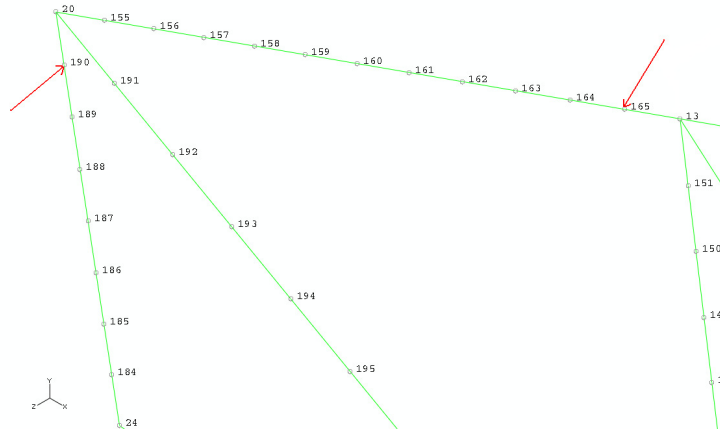
Do obliczeń konstrukcji dachowej przyjęto dane według dokumentacji projektu MONIT [7]. Konstrukcja ta składa się z trzech ustawionych równolegle, w odstępach 1200 mm dźwigarów kratowych, połączonych ze sobą podłużnicami o przekroju ceowym 40x20x5 (Rys. 1b). Każdy z dźwigarów jest podparty w dolnych zewnętrznych węzłach. W modelu MES analizowanej konstrukcji dachowej wykorzystano opisany wyżej, uproszczony belkowy model MES dźwigara kratowego. Podłużnice łączące dźwigary zamodelowano także elementami belkowymi. Analizowany model MES konstrukcji dachowej, z zaznaczonym sposobem obciążenia oraz podparcia przedstawiono na rysunku 8. Model MES składa się z 714 elementów belkowych B33 [6] oraz 698 węzłów.



Rys. 8. Analizowana konstrukcja dachowa
Fig. 8. The analysed roof structure

6 Wpływ przemieszczeń podpór konstrukcji dachowej na wartości naprężeń w jej elementach.

Badanie wpływu pionowych przemieszczeń podpór na wartości naprężeń w konstrukcji dachowej wykonano przyjmując obciążenie rozłożone równomiernie na jej lewej połowie. Obciążenie to wprowadzono jako pionowe obciążenie ciągłe o intensywności 3000 N/m, skierowane pionowo w dół, przyłożone do górnych pasów dźwigarów kratowych (Rys. 8). Wymuszenie stanowią przemieszczenia podpór znajdujących się po przeciwnej, w stosunku do obciążonej, stronie konstrukcji. Na obecnym etapie prac symulacje ograniczono do wyznaczenia wpływu przemieszczenia δ jednej z tych podpór oraz wszystkich podpór jednocześnie. Obliczenia wykonano zakładając pionowe przemieszczenia podpór w zakresie $\delta = \pm 10$ mm (dodatnia wartość oznacza przemieszczenie skierowane w górę). Celem badań symulacyjnych było wykazanie możliwości redukcji ekstremalnych wartości naprężeń w konstrukcji dachowej poprzez pionowe przemieszczenia podpór tej konstrukcji. Zgodnie z przewidywaniami, zmniejszenie naprężeń w pewnym obszarze powoduje zwiększenie naprężeń w innym obszarze konstrukcji. A zatem, wygodnie jest przyjąć pewien przedział wartości naprężeń, który jest najkorzystniejszy dla całej konstrukcji lub najbardziej obciążonego jej obszaru.



Rys.9. Lokalizacja analizowanych węzłów

Fig. 9. Position of the analysed nodes

Wyraźny wpływ na zmianę wartości naprężeń w obciążonej, w podany wyżej sposób, konstrukcji dachowej stwierdzono przy wymuszeniu w trzech podporach jednocześnie, maksymalnym przemieszczeniem $\delta = 10$ mm. Największe naprężenia występowały w górnych narożach dźwigarów kratownicowych (węzły 188÷190) w obciążonej części konstrukcji dachowej (Rys. 9 i Tabela 2). Przesunięcia podpór w górę ($\delta > 0$) powodowały w tych węzłach wzrost naprężeń, natomiast przesunięcia podpór w dół ($\delta < 0$) skutkowały zmniejszaniem wartości naprężeń w tych węzłach. Zaobserwowano, że w niektórych węzłach wartości naprężeń praktycznie się nie zmieniały np. w węzle 165. W omawianym przypadku można zredukować naprężenia w węzle 190 z 66,7 MPa do poziomu 54,4 MPa kosztem zwiększenia naprężeń w innych węzłach mniej obciążonych. Na przykład w węzle 186 naprężenia z 27,5 MPa wzrastają do wartości 50,3 MPa. W tym przypadku przesunięcie podpór powoduje zmniejszenie naprężeń w węzle 190 o 18,4% i może umożliwić zmniejszenie maksymalnych naprężeń w konstrukcji poniżej wartości naprężeń dopuszczalnych.

Tabela. 2 Wpływ przesunięć podpór ($\delta < 0$) na naprężenia zredukowane (naprężenia Hubera-Misesa [MPa])

Table. 2 Influence of support displacements ($\delta < 0$) on reduced stresses (Huber-Mises stress)

δ	Numery węzłów										
mm	159	160	161	163	164	165	184	185	186	189	190
0	54,1	52,2	45,7	19,0	25,1	49,4	41,1	31,3	27,5	56,9	66,7
-1	54,3	52,4	45,8	19,0	25,1	49,4	35,1	26,6	30,8	56,4	64,9
-2	54,5	52,5	45,9	18,9	25,0	49,4	29,1	26,8	34,0	55,9	63,2
-3	54,7	52,6	45,9	18,8	24,9	49,4	25,2	31,3	37,3	55,4	61,4

*Symulacyjne badanie wpływu przemieszczeń podpór na naprężenia
w kratownicowej konstrukcji dachowej*

-4	54,9	52,7	46,0	18,8	24,8	49,3	31,0	35,8	40,6	54,9	59,7
-5	55,1	52,9	46,1	18,7	24,7	49,3	36,8	40,3	43,8	54,4	57,9
-6	55,3	53,0	46,1	18,6	24,6	49,3	42,5	44,8	47,1	53,9	56,2
-7	55,5	53,1	46,2	18,6	24,6	49,3	48,3	49,3	50,3	53,4	54,4
-8	55,7	53,2	46,3	18,5	24,5	49,3	54,1	53,8	53,6	52,9	52,7
-9	55,8	53,4	46,3	18,5	24,4	49,3	59,8	58,4	56,9	52,4	50,9
-10	56,0	53,5	46,4	18,4	24,3	49,2	65,6	62,9	60,1	51,9	49,1

7 Wnioski

Opracowano dwa modele MES dachowego dźwigara kratowego: powłokowy i belkowy z zamocowanymi w wybranych punktach czujnikami piezoelektrycznymi.

Stosując opracowane modele MES, wykonano obliczenia porównawcze naprężeń w dźwigarze kratowym. Wartości naprężeń obliczonych przy użyciu obu modeli miały zadowalającą zgodność (różnica względna mniejsza niż 9%).

Obliczono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przemieszczeń wybranych punktów dźwigara oraz napięć w czujnikach piezoelektrycznych.

Opracowano uproszczony model MES konstrukcji dachowej.

Wykonano obliczenia wpływu przemieszczeń podpór konstrukcji dachowej na wartości naprężeń w jej elementach. Stwierdzono, że istnieje możliwość obniżenia maksymalnych naprężeń w konstrukcji dachowej poprzez odpowiednio wprowadzone pionowe przemieszczenia podpór tej konstrukcji. Odbywa się to kosztem zwiększenia naprężeń w innych, mniej obciążonych rejonach konstrukcji, prowadząc do wyrównania poziomu naprężeń.

Pracę wykonano w ramach projektu „Monitorowanie Stanu Technicznego Konstrukcji i Ocena jej Żywotności” (MONIT). Projekt współfinansowany ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego w ramach Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka (PO IG 1.2).

Literatura

1. Farhat C., Hemez F., Updating finite element dynamic models using an element-by-element sensitivity methodology, *AIAA J*, 31(9), 1993, 1702-11
2. Freundlich J., Pietrzakowski M., Monitoring of roof truss girder vibration using piezoelectric sensors – FEM simulation, *Vibration Problems ICOVO 2011, Springer Proceedings in Physics*, 139, 2011, 441-446
3. Jaishi B., Ren W-X. Damage detection by finite element model updating using ambient vibration test results, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 131(4), 2005, 617-28
4. Mojtahedi A., Lotfollahi Yaghin M.A., Hassanzadeh Y., Etefag M.M., Aminfar M.H., Aghdam A.B.: *Developing a robust SHM method for offshore jacket platform using model updating and fuzzy logic system*, *Applied Ocean Research*, 33, 398-411
5. Pandey A., Biswas M., Damage detection in structure using changes in flexibility, *Journal of Sound and Vibration*, 169(1), 1994, 3-17
6. *ABAQUS Online Documentation: Version 6.8*, 2008.

7. „*Monitorowanie Stanu Technicznego Konstrukcji i Ocena jej Żywotności*” (MONIT). Projekt współfinansowany ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego w ramach Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka (PO IG 1.2)

Streszczenie

Praca dotyczy badań symulacyjnych wpływu przemieszczeń podpór na wartości naprężeń w obciążonej konstrukcji dachowej, ze szczególnym uwzględnieniem redukcji ekstremalnych naprężeń. Opracowano dwa modele MES dźwigara kratowego: uproszczony belkowy i bardziej złożony powłokowy. Wyniki przeprowadzonych obliczeń porównawczych potwierdziły dostateczną dokładność uproszczonego belkowego modelu dźwigara, uzasadniając jego zastosowanie w złożonym modelu MES badanej konstrukcji dachowej. Na podstawie analizy uzyskanych wyników stwierdzono, że istnieje możliwość ograniczenia poziomu naprężeń w konstrukcji dachowej przez odpowiednio dobrane, dostosowane do sposobu obciążenia wartości pionowych przemieszczeń podpór.

Simulation investigation of influence of support displacements on stresses in a truss roof structure

Summary

The paper deals with numerical simulations of the influence of the support displacements on stress values occur in the loaded truss roof structure, focusing on reduction of extreme stresses. Two FE models of the truss girder have been worked out: a simplified beam model and a more complex shell model. The compared results of calculations are in good agreement and justify application of the simplified girder model in the complex FE model of the considered roof structure. Basing on the obtained results and their analysis it can be concluded that decrease of the stress level in the roof structure is possible by applying proper, related to the loading, displacements of the structure supports.