

Łukasz KOSICKI\*, Stanisław MIKULSKI\*

## KOMPUTEROWE STANOWISKO DO POMIARU CHARAKTERYSTYK FILTRÓW ANALOGOWYCH

W artykule przedstawione zostało stanowisko laboratoryjne przeznaczone do analizy pracy filtrów aktywnych. Przedstawione zostały wybrane typy filtrów aktywnych oraz ich metody projektowania. Opisana została także stworzona dla stanowiska aplikacja komputerowa pozwalająca na automatyzację pomiarów i rejestrację charakterystyk badanego układu. Pomiary wykonywane są za pomocą dedykowanej aplikacji sterującej generatorem funkcyjnym oraz oscyloskopem cyfrowym. Wykorzystanie standardowych protokołów komunikacyjnych dostarczonych przez producenta sprzętu zapewnia dużą swobodę w doborze struktury oraz rzędu badanego filtru. Stworzona dodatkowo podstawa wzmacniaczy operacyjnych pozwala na łatwą konfigurację filtrów do maksymalnie ósmego rzędu.

SŁOWA KLUCZOWE: filtry aktywne, charakterystyki widmo, pomiar charakterystyk, filtr Butterwortha.

### 1. WPROWADZENIE

Filtry analogowe są jednymi z elementarnych fragmentów obwodu elektrycznego. Mają szerokie zastosowanie zarówno w elektronice, energoelektronice jak i w telekomunikacji. Ich zadaniem jest wydzielenie w całym zakresie częstotliwości sygnału pasm zaporowych, w których moc składowej harmonicznej spada o połowę, oraz pasm przepustowych, w których tłumienie składowej harmonicznej jest mniejsze niż pewien przyjęty w trakcie projektowania filtru próg.

### 2. PROJEKTOWANIE TRANSMITANCJI FILTRU

Bez względu na rodzaj filtru analogowego, proces jego projektowania rozpoczyna się od doboru takiej transmitancji operatorowej filtru (jej rzędu, biegunów oraz zer), która zapewni spełnienie żądanych właściwości filtru. Do najważniejszych parametrów filtru branych pod uwagę podczas projektowania transmitancji należy wyróżnić: rozmieszczenie pasm widma, przyjęte tłumienie w paśmie

---

\* Politechnika Poznańska

zaporowym i przepustowym, szerokość pasma przejściowego (pomiędzy maksymalnym dopuszczalnym tłumieniem pasma przepustowego i minimalnym tłumieniem pasma zaporowego) oraz liniowość charakterystyki fazowej filtru.

Najbardziej podstawową metodą pozwalającą na zaprojektowanie transmitancji widmowej filtru jest metoda ręcznego określenia zer i biegunów transmitancji. Aby zaprojektować filtr z wykorzystaniem tej metody należy wziąć pod uwagę zachowanie charakterystyki amplitudowej filtru w momencie przejścia przez pulsację odpowiadającą części urojonej biegunów oraz zer transmitancji [1].

Niech, będzie zdefiniowana transmitancja widmowa filtru analogowego  $H(j\omega)$ :

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{b_M \prod_{m=1}^M (j\omega - z_m)}{a_N \prod_{n=1}^N (j\omega - p_n)} = M(\omega) e^{j\Phi(\omega)} \quad (1)$$

gdzie:  $X(s)$ ,  $Y(s)$  - transformata widmowa sygnału wejściowego i wyjściowego filtru,  $p_n$  i  $z_m$  - zespolone bieguny i zera transmitancji,  $a_N$  i  $b_M$  - współczynniki transmitancji sygnału wejściowego i wyjściowego,  $M(\omega)$  i  $\Phi(\omega)$  - charakterystyka amplitudowa i fazowa filtru.

Wyrażając charakterystykę amplitudową filtru w decybelach otrzymujemy zależność:

$$20 \log M(\omega) = 20 \log \frac{b_M}{a_N} + 20 \log \left( \sum_{m=1}^M |j\omega - z_m| - \sum_{n=1}^N |j\omega - p_n| \right). \quad (2)$$

Przyjmując  $j\omega$  dużo większą niż zespolone zera i bieguny transmitancji, czyli zakładając że:

$$|j\omega| \gg |z_m| \rightarrow |j\omega - z_m| \approx |\omega| \quad (3)$$

oraz:

$$|j\omega| \gg |p_m| \rightarrow |j\omega - p_m| \approx |\omega|, \quad (4)$$

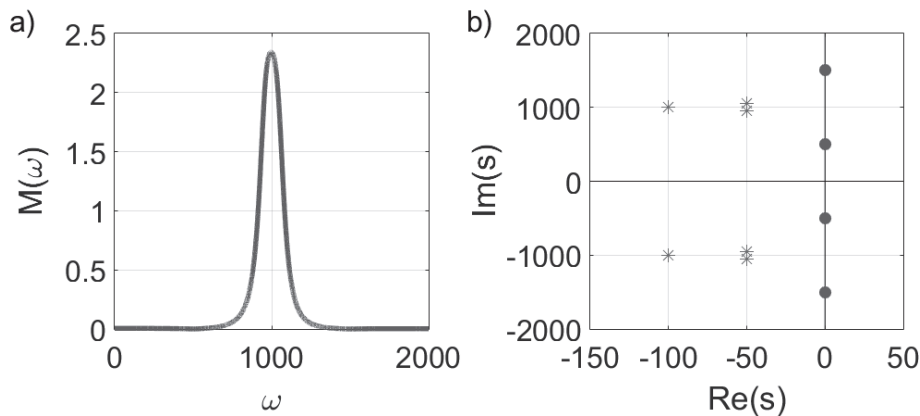
otrzymujemy zależność na charakterystykę amplitudową filtru w decybelach:

$$20 \log M(\omega) = 20 \log \frac{b_M}{a_N} + 20 \log \left( \sum_{m=1}^M |\omega| - \sum_{n=1}^N |\omega| \right). \quad (5)$$

Przy zwiększeniu pulsacji o dekadę każde zero transmitancji powoduje wzrost  $M(\omega)$  o 20 dB, natomiast każdy biegun powoduje spadek  $M(\omega)$  o 20 dB. Bieguny i zera mogą być albo rzeczywiste albo parami sprzężone urojone, dlatego każde zero lub biegun rzeczywisty zwiększa bądź zmniejsza nachylenie  $M(\omega)$  o 20 dB na dekadę. Natomiast w przypadku zer i biegunów urojonych (sprzężonych) nachylenie  $M(\omega)$  pochył charakterystyki  $M(\omega)$  zmienia się o 40 dB na dekadę.

Tak uproszczona - aproksymowana liniowo - charakterystyka amplitudowa filtra jest tym mniej dokładna im bliżej wartości pulsacji (czyli moduł  $|j\omega|$ ) zbliża się do bieguna lub zera transmitancji. W rzeczywistości, w pobliżu zer i biegunów charakterystyka  $M(\omega)$  posiada odpowiednio minima i maksima lokalne, a ich wartości zależą od części rzeczywistej punktów osobliwych transmitancji [1, 3].

Uwzględniając powyższe zależności pomiędzy rozmieszczeniem zer i biegunów a stromością charakterystyki amplitudowej filtra możliwe jest ręczne ich rozmieszczenie na osi zespolonej. Ideę metody ręcznego doboru zer i biegunów filtra przedstawiono na przykładzie z rysunku 1.



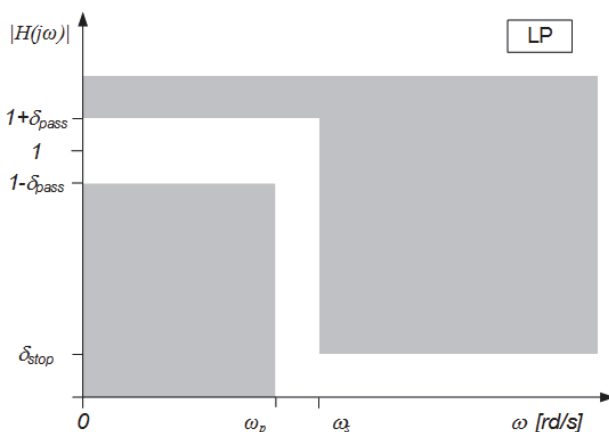
Rys. 1. Przykład filtra pasmowo zaporowego o pulsacji środkowej 1000 rad/s, zrealizowanego metodą doboru zer i biegunów: a) charakterystyka amplitudowa filtra, b) rozmieszczenie zer (koła) oraz biegunów (gwiazdki) transmitancji

Do najważniejszych zalet powyższej metody można zaliczyć prostotę procesu konstruowania transmitancji (brak obliczeń). Pomimo tego wymaga ona od projektanta dużego doświadczenia. Ponadto, nie uwzględnia nakładanych w niektórych zastosowaniach wymogów dotyczących charakterystyki fazowej filtra [1].

Dużo lepszą i znacznie częściej stosowanym sposobem prototypowania transmitancji jest wykorzystanie filtrów prototypowych. Metoda ta polega na wykorzystaniu jednego ze znanych prototypów filtra dolnoprzepustowego i przekształceniu jego transmitancji na transmitancję docelowego, nie koniecznie dolnoprzepustowego, filtra.

Proces projektowania rozpoczyna się od definicji wymagań częstotliwościowych stawianych układowi. Najczęściej wymagania wobec filtra definiowane są za pomocą pulsacji ograniczających pasma przepustowe i zaporowe, oraz odpowiadające tym pulsacja dopuszczalne wartości tłumienia. Takie ograniczenia

przedstawiono graficznie na rysunku 2 w postaci białego korytarza symbolizującego obszar dozwolony, poza który charakterystyka amplitudowa filtru nie może wykroczyć [1, 3].



Rys. 2. Graficzna reprezentacja maski dla filtra dolnoprzepustowego ograniczonego, gdzie  $\omega_p$ ,  $\omega_s$  - granice pasma przejściowego;  $\delta_p$  - maksymalny uchyb wzmocnienia w paśmie przepustowym;  $\delta_s$  - maksymalne wzmocnienie w paśmie zaporowym

Po zdefiniowaniu podstawowych wytycznych dotyczących charakterystyki docelowego filtru i doborze najodpowiedniejszego prototypu filtru, kolejnym etapem jest określenie transmitancji filtru na podstawie transmitancji prototypowej. Proces ten polega na znalezieniu odpowiednich parametrów każdej z transmitancji i przekształceniu za pomocą odpowiedniej zależności na filtr docelowy.

Do najczęściej wykorzystywanych prototypów filtru należy między innymi filtr Butterwortha, którego transmitancje operatorowa opisuje zależność:

$$H(s) = \prod_{k=1}^N -p_k / \prod_{k=1}^N (s - p_k) \quad (6)$$

gdzie:  $p_k$  - bieguny filtru,  $N$  - rząd filtru. Stąd, charakterystyka amplitudowa jest opisana zależnością:

$$|H(j(\omega))| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega / \omega_{3dB})^{2N}}} \quad (7)$$

gdzie:  $\omega_{3dB}$  - jest to pulsacja graniczna filtru, przy której moc sygnału spada o połowę. Filtr Butterwortha charakteryzuje się maksymalnie płaską charakterystyką amplitudową w paśmie przenoszenia. Znając szerokość pasma przejściowego oraz  $\delta_{pass}$  i  $\delta_{stop}$ , można wyznaczyć wzór na minimalny rząd filtru  $N$  potrzebny do spełnienia założeń projektowych z zależności:

$$N = \left\lceil \left[ \frac{\log \left( 10^{-2 \log(\delta_{stop})} - 1 \right) - \log \left( 10^{-2 \log(1 - \delta_{pass})} - 1 \right)}{2 \log(\omega_s / \omega_p)} \right] \right\rceil \quad (8)$$

gdzie: operator  $\lceil x \rceil$  oznacza zaokrąglenie  $x$  do najbliższej liczby całkowitej większej niż  $x$ .

Innym przykładem filtru prototypowego jest filtr Czybyszewa I typu. Charakterystyka amplitudowa filtru opisana jest zależnością:

$$|H(j(\omega))| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_N^2(\omega / \omega_{3dB})}} \quad (9)$$

gdzie:  $\zeta$  - współczynnik falistości;  $C_N(\omega / \omega_{3dB})$  - wielomian Czybyszewa  $N$ -tego. Charakterystyka amplitudowa filtru Czybyszewa jest zafalowana w paśmie przepustowym, a jej oscylacje mieszczą się w przedziale pomiędzy  $1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$  a 1. Przy zadanym maksymalnym poziomie zafalowania charakterystyki amplitudowej  $\delta_{pass}$  w paśmie przepustowym, wartość współczynnika falistości można wyznaczyć rozwiązując równanie:

$$1 - \delta_{pass} = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \quad (10)$$

stąd:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{(1 - \delta_{pass})^2} - 1} \quad (11)$$

Natomiast minimalny wymagany rząd filtru:

$$N = \left\lceil \frac{\cosh^{-1} \left[ \sqrt{\frac{(1 - \delta_{stop}^2)(1 - \delta_{pass}^2)}{\delta_{stop}^2 \delta_{pass}^2}} \right]}{\cosh^{-1} \left( \frac{\omega_{stop}}{\omega_{pass}} \right)} \right\rceil. \quad (12)$$

### 3. IMPLEMENTACJA SPRZĘTOWA FILTRU

Omówione w rozdziale drugim filtry Butterwortha i Czybyszewa I typu zostały zaimplementowane w postaci aktywnych filtrów kaskadowych I, II i III rzędu. Sekcje pierwszego rzędu wykonano w konfiguracji filtru RC z aktywnym wtórnikiem napięciowy. Sekcje drugiego rzędu wykonano wykorzystując topologię Sallen-Key'a. Na rysunku 3 przedstawiono schemat dolnoprzepustowego filtru Sallen-Key'a drugiego rzędu. Transmitancja takiego filtru dolnoprzepustowego jest zależnościami:

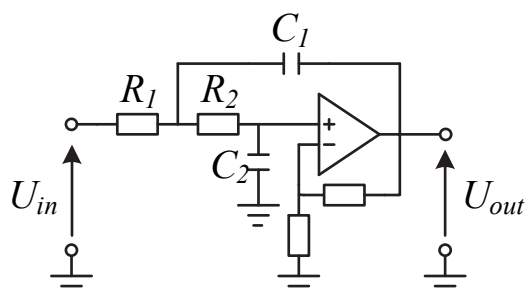
$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \omega_0 s / Q + \omega_0^2} \quad (13)$$

gdzie:  $\omega_0$  to pulsacja graniczna wyrażona wzorem :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}, \quad (14)$$

oraz  $Q$  – dobroć filtru:

$$Q = \frac{1}{\omega_0 C_2 (R_1 + R_2)} \quad (15)$$

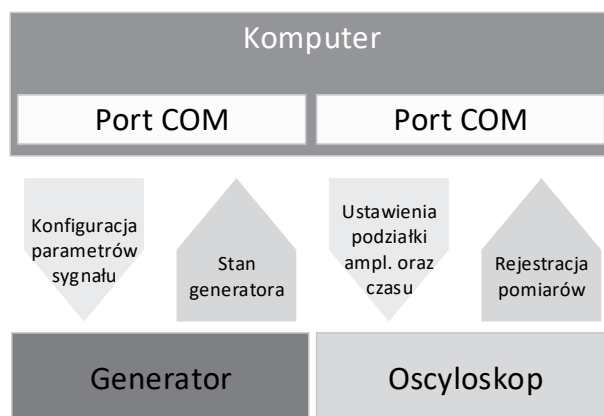


Rys. 3. Schemat elektryczny dolnoprzepustowego filtru aktywnego w topologii Sallen-Key'a

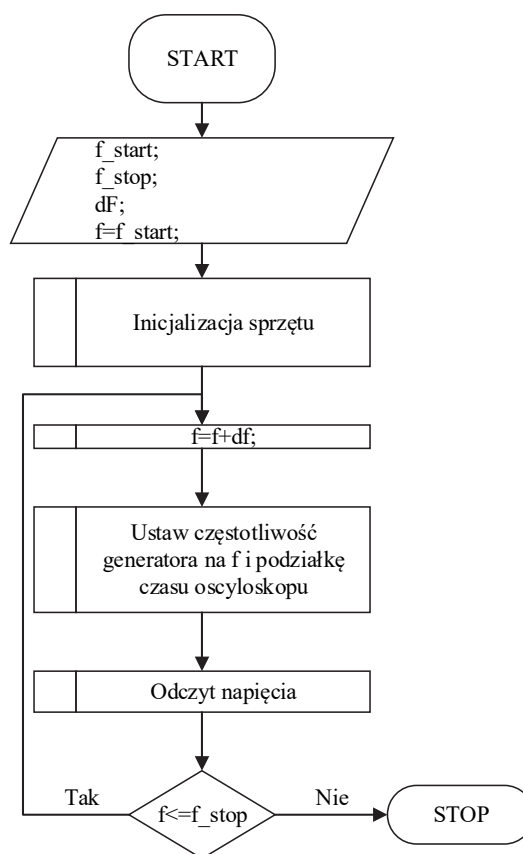
#### 4. STANOWISKO POMIAROWE

Stanowisko do pomiaru charakterystyk zaprojektowanych filtrów składa się ze: specjalnie zaprojektowanej obudowy dla wzmacniacza, zespołu rezystorów i kondensatorów, generatora funkcyjnego GFG - 3015 oraz oscyloskopu GDS 2204 (oba firmy GW Instek). Oprócz powyższego sprzętu wykonano dedykowaną aplikację komputerową, której rolą jest: dwustronna komunikacja z generatorem oraz oscyloskopem, akwizycja i obróbka danych pomiarowych otrzymanych z oscyloskopu. Komunikacja programu z osprzętem odbywała się poprzez porty szeregowo (interfejs RS 232) z wykorzystaniem zaimplementowanego przez producenta protokołu komunikacyjnego [3, 4]. Schemat ideowy połączenia pomiędzy komputerem a pozostałymi urządzeniami został przedstawiony na rysunku 4.

Na rysunku 5 przedstawiony został algorytm działania aplikacji. Na początku deklarowany jest przez użytkownika przedział badanych częstotliwości (parametry  $f_{start}$  oraz  $f_{stop}$ ) oraz krok  $dF$  (rozdzielczość) wykonywanych pomiarów. Następnie program konfiguruje za pomocą odpowiedniego portu parametry sygnału podawanego na filtru (kształt, amplitudę oraz częstotliwość) oraz optymalne ustawienia oscyloskopu.



Rys. 4. Schemat ideowy komunikacji pomiędzy elementami stanowiska pomiarowego



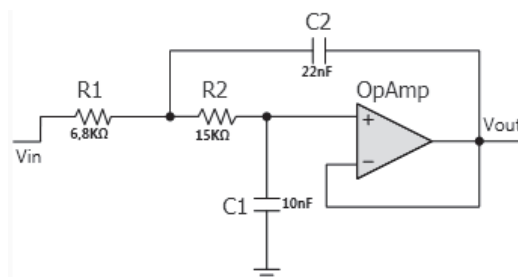
Rys. 5. Algorytm wykonywania pomiarów

## 5. WYNIK POMIARÓW

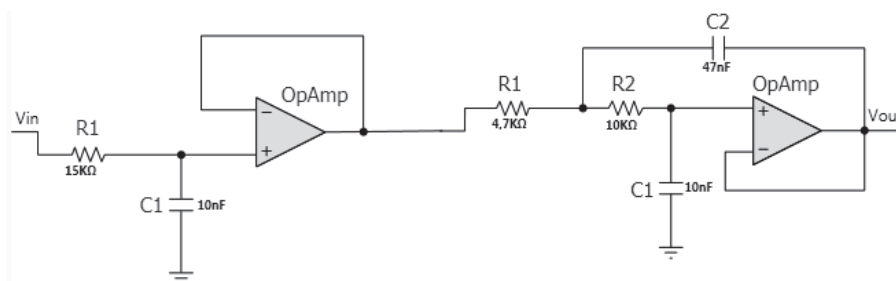
W badaniach analizowano filtry dolnoprzepustowe Butterwortha i Czybyszewa I typu zaprojektowane dla częstotliwości granicznej 1 kHz oraz rzędach: I, II oraz III. Do projektowania filtrów aktywnych wykorzystano darmowe oprogramowanie FilterPro. W tabeli 1 zestawiono parametry filtru. Przyjęto tolerancję rezystorów i kondensatorów 20% (typoszereg E6). Schematy z rysunków 6, 7, 8 oraz 9 przedstawiają realizacje badanych filtrów

Tabela 1. Parametry realizowanych filtrów wyznaczone w programie FilterPro.

Typ filtru	Rząd	Sekcja I				Sekcja 2			
		R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>
		[kΩ]	[kΩ]	[nF]	[nF]	[kΩ]	[kΩ]	[nF]	[nF]
Filtr RC	I	15	0	10	0	–	–	–	–
Butterwortha	II	6,8	15	10	22	–	–	–	–
	III	15	10	0	0	4,7	10	10	47
Czybyszewa	II	4,7	10	10	47	–	–	–	–
	III	33	10	0	0	2,2	6,8	10	220

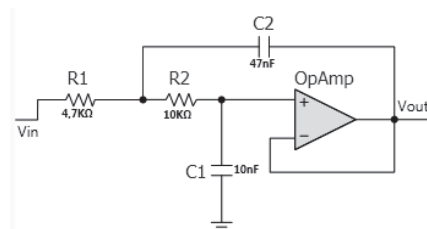


Rys. 6. Schemat elektryczny filtru Butterwortha II rzędu wygenerowany w programie FilterPro

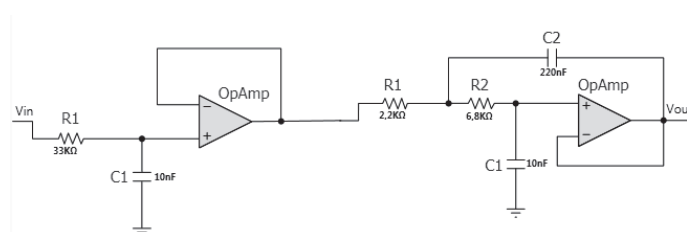


Rys. 7. Schemat elektryczny filtru Butterwortha III rzędu wygenerowany w programie FilterPro



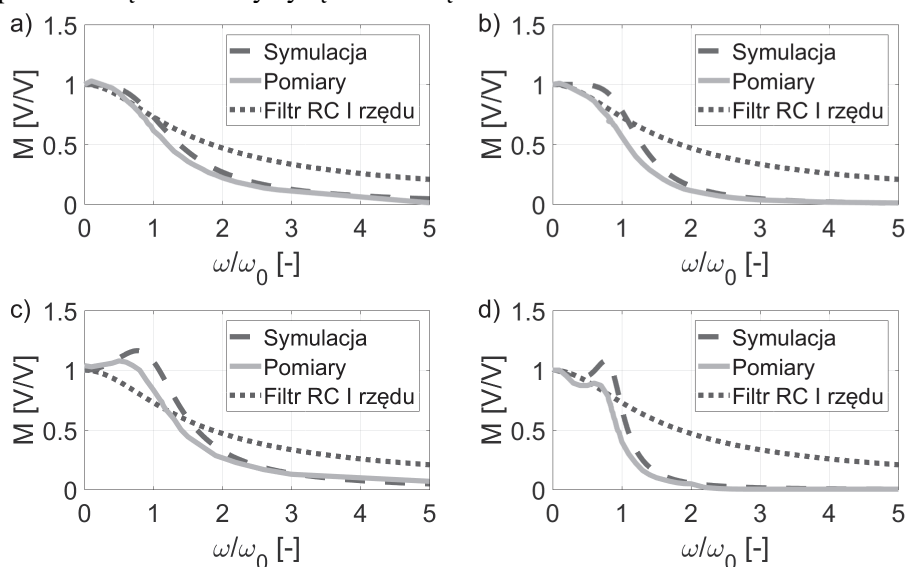


Rys. 8. Schemat elektryczny filtra Czybyszewa II rzędu wygenerowany w programie FilterPro



Rys. 9. Schemat elektryczny filtra Czybyszewa III rzędu wygenerowany w programie FilterPro

Na rysunku 10 przedstawiono charakterystyki amplitudowe filtra pomierzone z wykorzystaniem stanowiska badawczego oraz zasymulowane w programie FilterPro. Dla porównania na każdy z wykresów linią kropkowaną wykreślono pomierzoną charakterystykę filtra I rzędu.



Rys 10. Charakterystyki amplitudowe zasymulowane w programie FilterPro oraz pomierzone za pomocą stanowiska badawczego dla filtra: a) Butterwortha II rzędu, b) Butterwortha III rzędu, c) Czybyszewa pierwszego typu II rzędu, d) Czybyszewa pierwszego typu III rzędu

## 6. PODSUMOWANIE

Opisane w artykule stanowisko pozwala na wykonanie pomiarów charakterystyk częstotliwościowych filtru z wykorzystaniem generatora funkcyjnego oraz oscyloskopu cyfrowego połączonych z komputerem.

Porównanie pomierzonych charakterystyk amplitudowych z danymi symulacyjnymi otrzymanymi w programie FilterPro pozwala stwierdzić, że stanowisko działa poprawnie. Pewne rozbieżności w charakterystykach takie jak przesunięcie częstotliwości granicznej każdego z filtrów w dół są wynikiem przede wszystkim dużej tolerancji elementów pasywnych wykorzystanych w trakcie wykonywania pomiarów.

Prostota samej aplikacji oraz możliwość podłączenia dowolnego osprzętu pomiarowego (posiadającego interfejs RS 232) powoduje, że stanowisko jest bardzo uniwersalnym narzędziem pomiarowym. Pozwala na pomiar dowolnego filtru analogowego, z zadaną przez użytkownika dokładnością.

Całkowity czas wykonywania jednego pomiaru wynosił w przypadku badanych filtrów w zakresie częstotliwości od 0 do 5 kHz maksymalnie 192 sekundy.

## LITERATURA

- [1] Zieliński T., Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa, 2005.
- [2] Haykin S., Systemy telekomunikacyjne Tom.1, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa, 1998.
- [3] Dokumentacja techniczna generatorów funkcyjnych GFG 3000 series.
- [4] Dokumentacja techniczna oscyloskopów GDS-2000A series.

## PC STAND FOR MEASURING FREQUENCY RESPONSE OF ACTIVE FILTERS

The article presents a laboratory stand designed to analyze the operation of active filters. The paper discusses the role of active filters in modern electronics. Selected types of active filters and their design methods are presented. In the further part of the work the stand created for the purpose of automated measurement of the spectral characteristics of active filters was discussed. The stand has been created in such a way as to be characterized by the greatest possible connectivity. Thanks to this, it is possible to design various types of filters up to the 8th row. A computer application was also described for the position allowing for the automation of measurements and the automatic removal of the filter characteristics.

*(Received: 23.02.2018, revised: 14.03.2018)*