

# Opory ruchu pojazdów komunikacji miejskiej z napędem elektrycznym – zależności empiryczne

JEL: L62. DOI: 10.24136/atest.2019.100.

Data zgłoszenia: 7.02.2019. Data akceptacji: 18.03.2019.

W artykule przedstawiono zależności empiryczne, opisujące opory ruchu autobusów elektrycznych i trolejbusów. Przedstawiono szereg wzorów, opartych na równaniu Davisa, opisujących opór ruchu pojazdu jako kwadratową funkcję prędkości jazdy. Większość zależności związana jest z masą lub obciążeniem osi pojazdu oraz z oporem aerodynamicznym w czasie ruchu pojazdu. Artykuł stanowi próbę usystematyzowania istniejących zależności, opracowanych przez wielu autorów, które zostały przedstawione w literaturze przedmiotu. Takie zestawienie jest pomocne w inżynierskich obliczeniach szacunkowego zużycia energii, wykorzystywanych zarówno w fazie projektowej pojazdu, jak i w procesie oceny zużycia energii na cele trakcyjne. Przedstawiono i omówiono procedury SORT, które są wykorzystywane do oceny zużycia energii pojazdów z napędem elektrycznym, w tym z uwzględnieniem sprawności ładowania zasobnika energii. W artykule omówiono oszacowanie dokładności obliczeń teoretycznych sił oporów ruchu ze wskazaniem na konieczność weryfikacji wyników symulacji z wynikami uzyskanymi w warunkach rzeczywistej eksploatacji.

**Słowa kluczowe:** opory ruchu, autobusy elektryczne, trolejbusy.

## Wstęp

Pojazdom komunikacji miejskiej – takim jak autobusy elektryczne, trolejbusy – towarzyszą podczas jazdy opory ruchu, będące nierozdzielnie związane ze zjawiskiem ruchu postępowego w ośrodku gazowym. Wartość siły oporów ruchu ma bezpośredni wpływ na dwa ważne wskaźniki funkcjonowania pojazdu: czas przejazdu oraz zużycie energii. Istotnym etapem projektowania systemu napędowego pojazdów jest wyznaczenie wartości siły oporów ruchu. Decyduje ona o wyborze momentu napędowego i mocy na cele trakcyjne, aby pojazd mógł osiągnąć maksymalną prędkość jazdy i wjechać na wzniesienie o określonym kącie nachylenia. W trybie jazdy autonomicznej pojazdu wartość momentu i mocy wpływa na wielkość potrzebnego zasobnika energii. Niedoszacowanie mocy napędu i/lub momentu obrotowego skutkuje niespełnieniem założonych charakterystyk użytkowych. Opory ruchu pojazdów i dodatkowe opory ruchu w tunelach były przedmiotem licznych prób i badań w ciągu ostatnich dekad [1, 5, 8, 14, 15, 17]. Opór ruchu jest powszechnie określany za pomocą pomiarów traktacji, zazwyczaj przy stałej prędkości lub za pomocą pomiarów wybiegu lub zatrzymania [20, 22]. Ostatnie badania koncentrują się przede wszystkim na tej ostatniej technice. Opór aerodynamiczny można również określić za pomocą testów w tunelu aerodynamicznym w zmniejszonej skali. Testy te wymagają korekty uwzględniającej różnicę pomiędzy badaniami modelu i pojazdu rzeczywistego. Wszystkie zależności oporu ruchu zostały oparte na wzorze opisującym opór toczenia jako kwadratową funkcję prędkości, wyrażonym w formie ogólnej jako:

$$F_{res} = A + B \cdot v + C \cdot v^2 \quad (1)$$

gdzie:

$F_{res}$  – siła oporów ruchu pojazdu;

$v$  – prędkość pojazdu;

$A, B, C$  – współczynniki wyznaczone na podstawie analiz teoretycznych lub pomiarów. Równanie to jest powszechnie znane jako równanie Davisa. Współczynniki równania Davisa są związane z różnymi składowymi oporów, gdzie  $A$  może być związane z oporem toczenia,  $B$  – z innym oporem mechanicznym, jak również z oporem związanym z zasysaniem powietrza, oraz  $C$  – z oporem aerodynamicznym [3, 4, 11, 12].

Inna postać tego wzoru została przedstawiona w [14]:

$$f_{res} = k_{R0} + k_{R1} \cdot \frac{v}{100} + k_{R4} \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^4 \quad (2)$$

gdzie:

$f_{res}$  – względna wartość siły oporów ruchu [N/kg];

$v$  – prędkość pojazdu [km/h];

$k_{R0}, k_{R1}, k_{R4}$  – współczynniki wyznaczone doświadczalnie, odnoszące się do różnych zakresów prędkości:

- $k_{R0}$  dla  $v = 0-30$  km/h [-];
- $k_{R1}$  dla  $v = 30-120$  km/h [h/km];
- $k_{R4}$  dla  $v \geq 120$  km/h [(h/km)<sup>4</sup>].

Zebrane w tym artykule wzory szczegółowe do wyznaczania oporów ruchu autobusów elektrycznych i trolejbusów są przedstawione w wielu publikacjach [1, 3, 7, 10, 11, 14, 16]. Poniższe opracowanie ma na celu usystematyzowanie dostępnej wiedzy, ułatwienie stosowania oraz stworzenie bazy wzorów, dzięki której będzie istniała możliwość porównania wyników w obliczeniach inżynierskich. Należy zawsze zwracać uwagę na użyte jednostki – metryczne lub imperialne ( $m/s, km/h, N, kN, kg, kG, t, T$  etc.). W wielu zależnościach zachowano jednostki oryginalne, nie zawsze z układu SI, niektóre zależności są wyrażone za pomocą wartości względnych, odniesionych do masy całkowitej pojazdu. W niektórych wzorach pominięto jednostki fizyczne współczynników, bowiem są one tak dobrane, by uzyskać wynik obliczeniowy wyrażony we właściwych jednostkach.

Z uwagi na fakt, że opory ruchu zależą przede wszystkim od masy pojazdu, kilka słów należy poświęcić zwiększeniu masy obliczeniowej pojazdu z uwagi na masy wirujące. Zwiększoną masę pojazdów dla e-busów i trolejbusów wyznacza się z zależności (3):

$$m_{poj\ rot} = m_{poj\ pust} \cdot (1 + \xi) \quad (3)$$

gdzie:

$m_{poj\ rot}$  – masa pojazdu z uwzględnieniem mas wirujących [kg];

$m_{poj\ pust}$  – masa pojazdu pustego [kg];

$\xi$  – współczynnik mas wirujących.

Wartość współczynnika mas wirujących przyjmuje się w przedziale  $\xi = 0,25-0,3$  [2]. Inne źródła podają  $\xi = 0,05-0,1$  [6, 12, 13, 19], w wielu zależnościach współczynniki te nie są jednak uwzględniane.

W obliczeniach należy posługiwać się standaryzowaną wartością przyspieszenia ziemskiego  $g_n = 9,80665$  m/s<sup>2</sup>, zgodnie z normą ISO 80000-3 [9].

W ujęciu analitycznym opór ruchu pojazdu jest składową siłą hamowania. Wzór oporu ruchu uwzględnia drogę poziomą, prostą, o gładkiej nawierzchni przy zerowym wietrze, otwartej przestrzeni i stałej prędkości. Charakterystyka oporu ruchu pojazdu może być analogiczna do charakterystyki podobnego istniejącego pojazdu, ewentualnie oparta na konkretnych obliczeniach lub testach. Jeżeli wartości te są ustalane w wyniku badań, warunki badania powinny być podobne do oczekiwanych warunków eksploatacji.

### Wartość średnia siły oporów ruchu PN-EN 14531-1+A1:2019-01 [18]

Jako przybliżenie lub pierwsze obliczenie można zastosować następujący wzór matematyczny:

$$\overline{F_{res}} = A + \frac{2}{3} \cdot B \cdot \frac{v_0^2 + v_0 \cdot v_{końc} + v_{końc}^2}{v_0 + v_{końc}} + \frac{1}{2} \cdot C \cdot (v_0^2 + v_{końc}^2) \quad (4)$$

gdzie:

$F_{res}$  – średnia wartość siły oporów ruchu [N];  
 $v_0$  – prędkość początkowa pojazdu [m/s];  
 $v_{końc}$  – prędkość końcowa pojazdu [m/s];  
 $A$  – wsp. charakterystyczny, niezależny od prędkości [N];  
 $B$  – wsp. charakterystyczny, proporcjonalny do prędkości [N/(m/s)];  
 $C$  – wsp. charakterystyczny oporu aerodynamicznego [N/(m/s)<sup>2</sup>].

Powyższe jednostki matematyczne powinny być wykorzystywane do celów obliczeniowych, jednakże prędkość można wyrazić zazwyczaj w km/h, a opór ruchu pojazdu w N lub kN.

### Opory ruchu autobusów elektrycznych i trolejbusów

W czasie ruchu autobusu elektrycznego czy trolejbusu siła oporów ruchu posiada dwie główne składowe: siłę oporów toczenia i siłę oporu aerodynamicznego. Siły oporów toczenia pojawiają się podczas współpracy opony z nawierzchnią drogi w czasie ruchu i są wywołane przez:

- ♦ tarcie wewnętrzne w materiale opony (wywołane przez histerezę w odkształconej oponie) spowodowane pracą wewnętrznych sił sprężystości w materiale opony – straty związane z tym tarciem stanowią około 90÷95% siły oporów toczenia;
- ♦ tarcie występujące między elementami bieżnika i nawierzchnią drogi – straty związane z tym tarciem stanowią około 5÷8% siły oporów toczenia;
- ♦ opory aerodynamiczne wywołane ruchem obrotowym koła oraz straty mechaniczne na tarcie w łożyskach koła są na ogół pomijalnie małe, ponieważ wynoszą około 2% siły oporów toczenia.

Współczynnik oporu toczenia określony jest wieloma wzorami empirycznymi. Należy pamiętać, że szybkość jazdy wpływa znacznie na odkształcenia opony. Przy dużych prędkościach opona nie zdąży się odkształcić, występują drgania na jej powierzchni (na części schodzącej), co powoduje znaczny wzrost współczynnika oporu toczenia.

Na opór toczenia wpływa także temperatura opony. Zasadniczo w przypadku większości opon wzrost ich temperatury skutkuje spadkiem współczynnika oporu toczenia. Przy temperaturze opony rzędu 70–80 °C spadek współczynnika oporu wynosi ok. 10–15% [21].

Należy także zwrócić uwagę na konieczność zapewnienia odpowiedniego ciśnienia w oponach. Zbyt wysoka wartość ciśnienia powoduje obniżenie komfortu podróżowania i pogorszenie przyczepności koła do podłoża. Zmniejszenie ciśnienia pompowania wywołuje zwiększenie oporów toczenia, co w konsekwencji wiąże się ze wzrostem nakładów eksploatacyjnych. Przeprowadzone analizy wykazały, że spadek ciśnienia w ogumieniu o 40% może spowodować wzrost

wartości oporów toczenia wskutek zjawiska tarcia wewnętrzного średnio o 16,42% [21].

- Siła oporów toczenia wyznaczana jest z zależności:
- ♦ na drodze poziomej:

$$F_{res} = a_{tocz} \cdot m_{poj} \cdot g \quad (5)$$

- ♦ na drodze pochyłej:

$$F_{res} = a_{tocz} \cdot m_{poj} \cdot g \cdot \sin \alpha \quad (6)$$

gdzie:

$F_{res}$  – wartość siły oporów ruchu [N];  
 $a_{tocz}$  – współczynnik oporów toczenia [-];  
 $m_{poj}$  – masa pojazdu [kg];  
 $g$  – przyspieszenie ziemskie  $g = 9,80665$  [m/s<sup>2</sup>];  
 $\alpha$  – kąt pochylenia podłużnego drogi [rad, °].

Siły oporu aerodynamicznego, wywołane przez opór powietrza, przeciwdziałają ruchowi pojazdu i są wynikiem:

- ♦ działania parcia powietrza na powierzchnię czołową i ewentualnie powierzchnie boczne;
- ♦ tarcia i zawirowań strug powietrza o zewnętrzne ściany pojazdu;
- ♦ zakłóceń przepływu powietrza spowodowanych obecnością elementów wystających na nadwoziu i pod podłogą (klamki, lusterka, osie);
- ♦ oporów przepływu powietrza przez chłodnicę i urządzenia wentylacyjne.

- Składowa oporu ruchu, związana z siłą oporu powietrza, najczęściej wyznaczana jest z zależności [3, 7]:

$$F_{res\ pow} = c_x \cdot S_{poj} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \quad (7)$$

przy czym – ze względu na długość pojazdu – wprowadza się odpowiednią poprawkę do wartości współczynnika  $c_x$  [3, 7, 10]:

$$c_{x\ popr} = c_x + c_{xl} \cdot l \quad (8)$$

We wzorach (7) i (8):

$F_{res\ pow}$  – wartość siły oporów powietrza [N];  
 $c_x$  – współczynnik oporu aerodynamicznego [-];  
 $c_{x\ popr}$  – współczynnik oporu aerodynamicznego z poprawką na długość pojazdu [-];  
 $c_{xl}$  – współczynnik oporu aerodynamicznego związany z długością pojazdu [-];  
 $l$  – długość pojazdu [m];  
 $S_{poj}$  – pole powierzchni czołowej pojazdu [m<sup>2</sup>];  
 $\rho$  – gęstość powietrza [kg/m<sup>3</sup>];  
 $v$  – prędkość jazdy pojazdu [m/s].

- Opory ruchu pojazdu wg Kühnera na podstawie [16]:

$$f_{res} = 0,0125 + 0,0085 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^{2,5} \quad (9)$$

- Opory ruchu pojazdu wg Kamma na podstawie [16]:

$$f_{res} = 0,014 \cdot (1 + 4,5 \cdot 10^{-5} \cdot v^2) \quad (10)$$

- Opory ruchu pojazdów z oponami radialnymi na podstawie [1]:

$$f_{res} = 0,006 + 0,23 \cdot 10^{-6} \cdot v^2 \quad (11)$$

➤ **Opory ruchu pojazdu wg tzw. „wzoru amerykańskiego” na podst. [16]:**

$$f_{res} = 0,0165 \cdot [1 + 0,01 \cdot (v - 50)] \quad (12)$$

W zależności (12) dla  $v = 0-50$  km/h współczynnik oporu toczenia ma stałą wartość  $a_{tocz} = 0,0165$ , zaś wzór jest stosowany dla  $v \geq 50$  km/h. Ten wzór jest dostatecznie dokładny także dla polskich dróg i prędkości, z jaką poruszają się pojazdy.

We wzorach (9)–(12):

$f_{res}$  – względna wartość siły oporów ruchu [N/kg];  
 $v$  – prędkość pojazdu [km/h].

➤ **Opory ruchu pojazdu wg wzoru Dębickiego (modyfikowany wzór „amerykański”) na podstawie [16]:**

$$f_{res} = A \cdot (1 + C \cdot v^2) \quad (13)$$

gdzie:

$f_{res}$  – względna wartość siły oporów ruchu [N/kg];  
 $v$  – prędkość pojazdu [km/h];  
 $A$  – współczynnik podstawowego oporu toczenia o wartościach zależnych od rodzaju drogi:

- ◆ szosa asfaltowa w dobrym stanie – 0,010;
- ◆ szosa betonowa w średnim stanie – 0,013;
- ◆ szosa żwirowa w średnim stanie – 0,023;
- ◆ kostka kamienna – 0,014;
- ◆ droga gruntowa sucha ubita – 0,05–0,14;
- ◆ droga gruntowa po deszczu – 0,08–0,15;
- ◆ piasek 0,15–0,30;

$C$  – współczynnik zależy od stanu nawierzchni (gładka, wyboista) –  $C = (4,5 \div 10) \cdot 10^{-5}$  (h/km)<sup>2</sup>.

➤ **Opory ruchu trolejbusów wg [10]:**

$$F_{res} = \frac{a}{R_k} \cdot m_{trol} \cdot g + C_x \cdot S_{czol} \cdot v^2 \quad (14)$$

gdzie:

$F_{res}$  – wartość siły oporów ruchu [N];  
 $m_{trol}$  – masa trolejbusu [t];  
 $a$  – ugięcie opony koła pojazdu, zależnie od ciśnienia w oponach i masy pojazdu [mm];  
 $R_k$  – promień koła [mm];  
 $C_x$  – współczynnik kształtu czoła, zwykle  $C_x = 0,4$  [-];  
 $S_{czol}$  – powierzchnia przekroju czołowego pojazdu [m<sup>2</sup>];  
 $v$  – prędkość trolejbusu [m/s];  
 $g$  – przyspieszenie ziemskie  $g = 9,80665$  [m/s<sup>2</sup>].

➤ **Względne opory ruchu trolejbusów wg [10]:**

◆ dla siły pociągowej  $F_p > 0$  (rozruch):

$$f_{res} = 12 + 0,004 \cdot v^2 \quad (15)$$

◆ dla siły pociągowej  $F_p \leq 0$  (hamowanie):

$$f_{res} = 16 + 0,004 \cdot v^2 \quad (16)$$

gdzie:

$f_{res}$  – względna wartość siły oporów ruchu [N/t];  
 $v$  – prędkość pojazdu [m/s].

➤ **Opory zasadnicze kołowych pojazdów drogowych wg [11]:**

$$F_{res} = a_{tocz} \cdot m_{poj} \cdot g + C_x \cdot S_{czol} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \quad (17)$$

gdzie:

$F_{res}$  – wartość siły oporów ruchu [N];  
 $a_{tocz}$  – współczynnik oporu toczenia [-];  
 $m_{poj}$  – masa pojazdu [t];  
 $C_x$  – współczynnik oporu aerodynamicznego [-];  
 $v$  – prędkość jazdy pojazdu [m/s];  
 $S_{czol}$  – pole powierzchni czołowej pojazdu [m<sup>2</sup>]: dla autobusów i trolejbusów zwykle  $S_{czol} = 8,5$  m<sup>2</sup>;  
 $\rho$  – gęstość właściwa powietrza [kg/m<sup>3</sup>]:

$$\rho = 1,2255 \cdot \frac{p}{1013} \cdot \frac{288}{\theta + 273} \quad \text{– dla temperatury } 291 \text{ K}$$

i ciśnienia 0,1 MPa  $\rho = 1,2$  kg/m<sup>3</sup>;  
 $p$  – ciśnienie atmosferyczne [hPa];  
 $\theta$  – temperatura powietrza [°C];  
 $g$  – przyspieszenie ziemskie  $g = 9,80665$  [m/s<sup>2</sup>].

➤ **Średnie wartości współczynnika oporu toczenia  $a_{tocz}$  dla pojazdów drogowych wg [11] dla wzoru (17):**

Rodzaj nawierzchni	Wartość współczynnika $a_{tocz}$
Gładki asfaltobeton	0,010...0,012
Szorstki beton	0,013...0,015
Droga brukowana w dobrym stanie	0,023...0,025
Droga gruntowa w średnim stanie	0,050...0,140
Suchy piasek	0,150...0,300
Grunt trawiasty	0,060...0,110
Śnieg	0,040...0,150

Dla opon o obniżonym współczynniku oporu toczenia przyjmuje się jako  $a_{tocz} = 0,01$ .

➤ **Wartości współczynnika oporu aerodynamicznego  $C_x$  dla różnych pojazdów drogowych wg [11] dla wzoru (17):**

Typ pojazdu	Wartość współczynnika $C_x$
Samochody ciężarowe	0,80...1,00
Autobusy i trolejbusy	0,60...0,80
Samochody osobowe terenowe	0,45...0,70
Samochody osobowe o opływowych liniach nadwozia	0,28...0,43
Samochody sportowe	0,20...0,28
Motocykle, zależnie od pozycji kierowcy	0,60...1,20

Opór toczenia przyczepy oblicza się tak, jak dla autobusu czy trolejbusu – pod warunkiem, że wszystkie koła są toczone.

### Standaryzowana procedura oceny przejazdu pojazdów

Wyznaczanie wartości siły oporów ruchu autobusów elektrycznych i trolejbusów jest elementem składowym oceny sprawności energetycznej pojazdu. Standaryzowana metoda oceny pojazdów, w tym pojazdów z napędem hybrydowym, została opracowana przez International Association of Public Transport (UITP) pod nazwą **Standardised On-Road Test Cycles (SORT)** [23, 24, 25, 26]. Procedura ta w chwili obecnej jest opracowana zarówno dla pojazdów z silnikami spalinowymi (benzynowymi, na olej napędowy, gaz), pojazdów z napędem hybrydowym, jak i z napędem elektrycznym (zasobnikiem energetycznym, baterią, ogniwem paliwowym). Istota metody polega na zmierzeniu parametrów pojazdu dla 3 standardowych cykli przejazdu: miejskiego „lekkiego” (*easy urban*), miejskiego „ciężkiego” (*heavy urban*) i podmiejskiego „lekkiego” (*easy suburban*). Parametry przejazdów przedstawiono w tab. 1 i na rys. 1.

Procedura testowa SORT precyzuje warunki i dokładności pomiarów, parametry pojazdu i otoczenia. W praktyce realizacji przejazdów

należy zwrócić szczególną uwagę na utrzymywanie parametrów przyspieszeń/opóźnień i utrzymywanie stałej prędkości. W wielu przypadkach otrzymane wyniki różniły się dość znacząco w zależności od osoby kierującej pojazdem. Eliminacja tego czynnika jest możliwa

Tab. 1. Parametry przejazdów SORT

CYKLE	SORT 1 „heavy urban”	SORT 2 „easy urban”	SORT 3 „easy suburban”	jednostka
<b>TRAPEZ NR 1</b>				
przyspieszenie	1,03		0,77	m/s <sup>2</sup>
stała prędkość	20		30	km/h
opóźnienie	-0,8		-0,8	m/s <sup>2</sup>
droga	100		200	m
czas postoju	20		20	s
<b>TRAPEZ NR 2</b>				
przyspieszenie	0,77	0,62	0,57	m/s <sup>2</sup>
stała prędkość	30	40	50	km/h
opóźnienie	-0,8	-0,8	-0,8	m/s <sup>2</sup>
droga	200	220	600	m
czas postoju	20	20	10	s
<b>TRAPEZ NR 3</b>				
przyspieszenie	0,62	0,57	0,46	m/s <sup>2</sup>
stała prędkość	40	50	60	km/h
opóźnienie	-0,8	-0,8	-0,8	m/s <sup>2</sup>
droga	220	600	650	m
czas postoju	20	20	10	s
droga całkowita	520	920	1 450	m

przez zadawanie cyklu jazdy z komputera zewnętrznego, wyposażonego w odpowiedni program sterująco-diagnostyczny.

W przypadku autobusów elektrycznych lub hybrydowych, zdolnych do pokonywania dużych odległości w trybie pełnego zasilania elektrycznego, należy w procesie oceny obliczać zarówno całkowite zużycie energii w trybie hybrydowym, jak i przy zasilaniu wyłącznie energią elektryczną. Procedura pomiarowa określa, że pomiary będą wykonywane na torze testowym pojazdem, którego zasobnik energetyczny lub bateria są naładowane w takim stopniu, by umożliwić hamowanie odzyskowe w pełnym zakresie (bez włączania rezystora hamowania). Następnie dokonuje się przejazdu w wybranym cyklu (cyklach), mierząc i rejestrując przepływ energii między podzespołami, co daje możliwość wyznaczenia jednostkowego zużycia energii na przejazd w [kWh/km] lub określenie zasięgu w [km]. Co ważne, pomiary zużycia dla każdego odpowiedniego cyklu muszą być powtarzane do momentu, gdy trzy kolejne pomiary zmieszczą się w granicach dokładności  $\pm 2\%$ . Dodatkowo do określenia całkowitego zużycia energii ocenia się sprawność ładowania zasobnika/baterii, biorąc pod uwagę energię konieczną do uzyskania określonego stanu naładowania SOC (State of Charge).

### Podsumowanie

Przedstawione powyżej wzory zostały opracowane dla określonego typu autobusu elektrycznego czy trolejbusu – większość zależności jest związana z masą pojazdu. Wartości te, w warunkach eksploatacyjnych, są określane z dokładnością co najwyżej  $\pm 10-15\%$ , co wprowadza pierwsze niedokładności w szacowaniu wartości wynikowej. Z tego powodu obliczone wartości oporów należy traktować jako szacunkowe [10, 14]. Podobnie jest w przypadku siły oporów aerodynamicznych. Wartość wypadkowa siły oporów ruchu w funkcji prędkości jazdy, z uwagi na złożoność zjawisk fizycznych, w zasadzie uniemożliwia teoretyczne wyznaczenie współczynników A, B, C w równaniu Davisa; z tego powodu wykorzystuje się zależności opracowane na podstawie wyników badań przejazdów doświadczalnych.

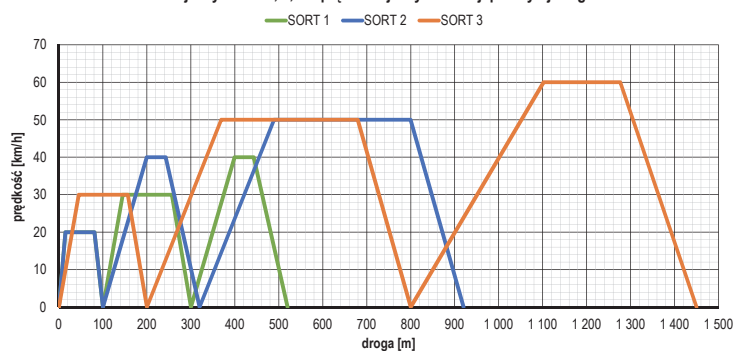
W przypadku wykorzystania tych zależności do obliczania zużycia energii w czasie przejazdu na określonej trasie pojawiają się następujące przybliżenia. W obliczeniach przejazdów teoretycznych zakłada się stałą wartość sprawności silników trakcyjnych, stałą wartość sprawności falowników trakcyjnych, stałą wartość napięcia zasilania trakcji/zasobnika energii/baterii, równą napięciu znamionowemu. W rzeczywistości wartości cząstkowe sprawności urządzeń nie są stałe i zmieniają się w dość szerokich zakresach:

- ♦ dla silnika trakcyjnego – w zależności od obciążenia i prędkości obrotowej;
- ♦ dla falowników trakcyjnych – w zależności od mocy pobieranej/oddawanej, częstotliwości i współczynnika mocy;
- ♦ dla źródeł zasilania – w zależności od zmienności napięcia zasilania i spadków napięć w obwodach;
- ♦ dla silników spalinowych – w zależności od obciążenia i prędkości obrotowej.

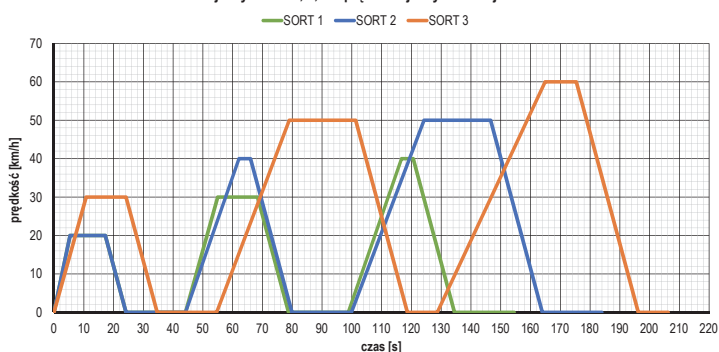
Jak przedstawiono w [10], przybliżone wartości obliczeń oporów trakcji oraz sprawności energetycznej urządzeń prowadzą jedynie do przybliżonych wartości mocy i energii pobieranej z sieci trakcyjnej, z zasobnika lub z baterii dla danego przejazdu. Zasadniczo można przyjąć, że bardzo dobrym wynikiem jest uzyskanie zgodności wyników symulacyjnych z rzeczywistymi (z różnicą  $\pm 15-30\%$ ).

Szczególnie trudnym zagadnieniem jest oszacowanie współczynników w równaniu Davisa dla autobusów elektrycznych, trolejbusów, które znajdują się w fazie projektowania. W wielu przypadkach w przetargowych kryteriach oceny wymogiem jest określenie zużycia energii podczas przejazdu na określonej trasie, która to wartość

Przejazdy SORT 1, 2, 3 – prędkość jazdy w funkcji przebytej drogi



Przejazdy SORT 1, 2, 3 – prędkość jazdy w funkcji czasu



Rys. 1. Wykresy prędkości jazdy w funkcji drogi i czasu w cyklach SORT

jest punktowana w procesie oceny. Dyskusyjna pozostaje realność deklarowanych danych dla pojazdów aktualnie projektowanych, biorąc pod uwagę całkowitą dokładność oszacowania oporów ruchu, sprawności zespołów układu napędowego i spadku napięcia zasilania. W przypadku przejazdu teoretycznego po zdefiniowanej matematycznie trasie zakłada się, że odzwierciedla ona stan rzeczywistości. W praktyce parametry trasy odbiegają od przyjętych wartości długości odcinków, promieni łuków, profilu poziomego i pionowego, ograniczeń prędkości. Rozbieżności między modelem trasy a parametrami trasy rzeczywistej wprowadzają dodatkowe różnice w symulacji zużycia energii na przejazd. Oznacza to, że wyniki uzyskane w procesie symulacji będą w istotny sposób różniły się od wartości uzyskanych w czasie przejazdu po rzeczywistej trasie pojazdu skonstruowanego do celów pomiarowych. Także sposób jazdy ma istotny wpływ na wartość zużytej energii (strategia najkrótszego czasu dyskusji w wielu publikacjach. Podsumowując, można stwierdzić, że zebrane dotychczas doświadczenia stanowią solidną podstawę do dalszego rozwoju konstrukcji autobusów elektrycznych i trolejbusów, jednakże badania podstawowe będą musiały być kontynuowane w szerokim zakresie tematycznym.

## Bibliografia:

1. Andrzejewski R., *Dynamika pneumatycznego koła jezdnego*, WNT, Warszawa 2010.
2. Bergiel K., *Podstawy trakcji elektrycznej* (wykłady), Zakład Trakcji Elektrycznej, Instytut Elektroenergetyki, Politechnika Łódzka, Łódź 2006.
3. Dębicki M., *Teoria samochodu. Teoria napędu*, WNT, Warszawa 1974.
4. Edstrand J., *Calculation method for powering a tramway network (M.Sc thesis)*. Dept of Energy and Environment, Division of Electric Power Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg 2012.
5. Ejsmont J., Sjoegren L., Świeczko-Żurek B., Ronowski G., *Influence of Road Wetness on Tire-Pavement Rolling Resistance*, „Journal of Civil Engineering and Architecture” 2015, No. 9.
6. Emadi A., *Advanced Electric Drive Vehicles*, Taylor & Francis Group, CRC PRESS, 2015.
7. Gaşowski W., *Aerodynamika pociągu*, Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Pojazdów Szynowych, Poznań 1998.
8. Gent A. N., Walter J. D. (eds.), *The Pneumatic Tire*, NHTSA, Washington 2005.
9. ISO 80000-3:2006. Quantities and units - Part 3: Space and time.
10. Kacprzak J., *Teoria trakcji elektrycznej*, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1996.
11. Karwowski K. (red.), *Energetyka transportu zelektryfikowanego*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2018.
12. Khajepour A., Fallah S., Goodarzi A., *Electric and Hybrid Vehicles – Technologies, Modeling and Control: A Mechatronic Approach*, John Wiley & Sons Ltd, 2014.
13. Miller J. M., *Propulsion Systems for Hybrid Vehicles*, 2nd Ed., The Institution of Engineering and Technology, London 2010.
14. Miszewski M., Marczak M., *Hamowanie odzyskowe miejskich autobusów elektrycznych*, „Maszyny Elektryczne. Zeszyty Problemowe” 2018, nr 3 (119).
15. Mitschke M., Wallentowitz H., *Dynamik des Kraftfahrzeuges*, Springer Verlag,
16. Orzelowski S., *Budowa podwozi i nawozi samochodowych*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa, 2010.
17. Pieczonka K., *Inżynieria Maszyn Roboczych. Część I. Podstawy urabiania, jazdy, podnoszenia i obrotu*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2007.
18. PN-EN 14531-1+A1:2019-01. *Kolejnictwo. Metody obliczania dróg hamowania do zatrzymania lub do określonej prędkości oraz metody obliczania hamulca postojowego. Część 1: Algorytmy ogólne z zastosowaniem średniej wartości obliczeniowej dla pociągów lub pojedynczych pojazdów*.
19. Popławski E., *Samochody z napędem elektrycznym*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1994.
20. Prugar E., Ciesiołkiewicz A., Jeszka P., Żmuda Z., Śładkowski S., *Określenie parametrów kinematycznych i wyznaczenie oporów ruchu pojazdu samochodowego metodą wybiegu*, „Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Energetyka” 1987, z. 101.
21. Szczyłak P., Napiórkowski J., Rykowski K., *Wpływ ciśnienia w ogumieniu na opory toczenia kół pojazdów*, „Autobusy – Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe” 2016, nr 6.
22. Ślaski G., *Badania szacunkowe oporów ruchu pojazdu użytkowego w drogowej próbie wybiegu*, „Logistyka” 2011, nr 3.
23. UITP project „SORT” cycle for electric vehicles (addendum). International Association of Public Transport (UITP), 2017.
24. UITP Project „SORT”: SORT calculation for double deck vehicles (Addendum). International Association of Public Transport (UITP), 2015.
25. UITP Project „SORT”: SORT calculation for gas vehicles (Addendum). International Association of Public Transport (UITP), 2016.
26. UITP project “SORT”: Standardised On-Road Test Cycles. International Association of Public Transport (UITP), 2014.

## Drag Resistance of Electric Buses and Trolleybuses – Empirical formulae

The article presents empirical formulae, describing the drag resistance of various types of traction vehicles such as electric buses and trolleybuses. It is presented formulas, based on Davis equation, describing the vehicle's resistance to motion as a square function of driving speed. Most of the equations are related to the mass or axle load of the vehicle and to the aerodynamic resistance during the movement of the vehicle. The article is an attempt to systematize the existing mathematical descriptions of drag resistance, which are presented in the several publications on the subject and were developed by many authors. Such a comparison is helpful in engineering calculations of estimated energy consumption, used in the design phase of the vehicle as well as in the process of evaluating energy consumption for traction purposes. This paper presents the SORT procedures, which are used in order to evaluate energy consumption of electric vehicles, taking into consideration the efficiency of the on board energy storage system. This article discusses the estimation of the accuracy of theoretical calculations of resistance forces with the indication of the need to verify the results of the simulation with the results obtained under conditions of actual operation.

**Keywords:** drag resistance, electric buses, trolleybuses.

## Autorzy:

dr inż. **Janusz Biliński** – MEDCOM sp. z o.o. w Warszawie  
 inż. **Maciej Błażejowski** – MEDCOM sp. z o.o. w Warszawie  
 mgr inż. **Marta Malczewska** – MEDCOM sp. z o.o. w Warszawie  
 inż. **Marta Szczepiórkowska** – MEDCOM sp. z o.o. w Warszawie