

Włodzimierz Przyborowski
Politechnika Warszawska Instytut Maszyn Elektrycznych

PODSTAWY TEORII ELEKTROPIEZOMECHANICZNYCH PRZETWORNIKÓW – SILNIKÓW PIEZOELEKTRYCZNYCH

THE BASICS OF THE THEORY OF ELECTROPIEZOELASTICITY TRANSDUCERS – PIEZOELECTRIC MOTORS

Streszczenie: W pracy przedstawiono elementy teorii elektropiezospężystości w zakresie sprzężonych pól elektrycznego i elastokinetycznego oddziałujących w ustroju o strukturze silnika elektrycznego. Przedstawiono ogólne związki konstytutywne i ich redukcję w odniesieniu do przetworników piezoelektrycznych. Rozpatrzono ogólne struktury pola elektrycznego i pola naprężeń w odniesieniu do silnika piezoelektrycznego o ruchu obrotowym i strukturze cylindrycznej oraz tarczowej.

Abstract: The paper presents elements of the theory of electropiezoelasticity in the motion coupled with the fields of piezoelectric and elastic, joined interacting in the system on the structure of the electric motor. Provides general constitutive relationships and their reduction in respect of piezoelectric transducers. Consideration was also given to the general structure of an electric field and stress field for piezoelectric motor rotary motion and structure of cylindrical and disc-type.

Słowa kluczowe: pola elektropiezospężyste, równania elektropiezospężystości, silnik piezoelektryczny,

Keywords: electropiezoelastic fields, equations of electropiezoelasticity, piezoelectric motor,

1. Wstęp

Silniki piezoelektryczne są nową generacją przetworników elektromechanicznych choć efekt piezoelektryczny znany jest od ponad wieku. Jednakże podstawową trudnością w budowie i teorii tych maszyn elektrycznych były (są) parametry konstytutywne materiałów piezoelektrycznych oraz problemy technologiczne budowy silników. Niewątpliwie teoria piezoelektryczności jest również dość skomplikowana ze względu na silne sprzężenie pola elektrycznego i sprężystego oraz sprzężone związki konstytutywne elektrosprężyste.

Teoria piezoelektryczności obejmująca sprzężenie pola odkształceń z polem elektromagnetycznym została sformułowana przez Voigta [9], choć efekty piezoelektryczny został przewidziany i odkryty znacznie wcześniej. Należy zaznaczyć, że sprzężenie tych pól następuje w pewnego rodzaju kryształach cechujących się polaryzacją elektryczną, wskutek oddziaływań

mechanicznych (sprężystych) $\overset{\leftrightarrow}{\sigma} \Rightarrow E$ (na pole elektryczne) i odwrotnie ciało piezoelektryczne zmienia swoją postać pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego $E \Rightarrow \overset{\leftrightarrow}{\varepsilon}$ (

$\leftrightarrow \leftrightarrow \rightarrow$

ε σ E oznaczają odpowiednio tensor odkształceń, tensor naprężeń i wektor natężenia pola elektrycznego). Kolejnego rozwinięcia tej teorii dokonali R.A. Toupin i R.D. Mindlin [10, 4]. Należy podkreślić, znaczące osiągnięcia w dziedzinie pól sprzężonych polskich uczonych S. Kaliskiego i W. Nowackiego [6].

W ostatnim okresie obserwuje się znaczny wzrost zainteresowania efektami piezoelektrycznymi w szczególności w zastosowaniu do przetworników elektromechanicznych [1, 3, 7, 8], które bez wątplenia można zaliczyć do szeroko rozumianej dziedziny maszyn elektrycznych.

2. Podstawowe równania elektropiezospężystości

Zestaw równań pola elektromagnetycznego i pola sprężystości w zapisie wskaźnikowym z notacją tensorową stosowaną powszechnie w teorii sprężystości [6] ma postać:

- równania elektromagnetyzmu

$$\epsilon_{ijk} H_{k,j} = J_i + \dot{D}_i \quad (\Leftrightarrow \text{rot} H = J + \frac{\partial D}{\partial t}) \quad (1)$$

$$\epsilon_{ijk} E_{k,j} = -\dot{B}_i \quad (2)$$

$$B_{k,k} = 0 \quad (\Leftrightarrow \text{div} B = 0) \quad (3)$$

$$D_{k,k} = \rho \quad (4)$$

$$J_{k,k} + \dot{\rho} = 0 \quad (5)$$

gdzie: wielkości H_k, B_k, E_k, D_k, J_k oznaczają składowe wektorów odpowiednio: natężenia pola magnetycznego, indukcji magnetycznej, natężenia pola elektrycznego, indukcji elektrycznej, a ρ oznacza gęstość ładunku, ϵ_{ijk} - symbol permutacyjny Ricciego; przecinek przy dolnych wskaźnikach oznacza różniczkowanie po współrzędnej przestrzennej, a po wskaźnikach powtarzających się dokonuje się sumowanie;

- równania elastokinetyczne

$$\sigma_{ji,j} + f_i = \rho_m \ddot{u}_i \quad \text{oraz} \quad \epsilon_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (6)$$

gdzie: σ_{ij} - tensor naprężeń, u_i wektor przemieszczeń, ϵ_{ij} tensor odkształceń, f_i wektor sił objętościowych, ρ_m gęstość ośrodka; pierwszy wskaźnik w indeksie naprężeń tensorowych oznacza współrzędną normalnej do powierzchni przyłożonego naprężenia, a drugi wskaźnik współrzędną naprężenia.

Główną trudnością w analizie oddziaływań elastopiezoelektrycznych, jak we wszystkich zagadnieniach technicznych pól fizycznych, są związki konstytutywne definiujące rozważane ośrodki i jednocześnie w tym zagadnieniu sprzęgające efekty mechaniczne z elektrycznymi.

Związki konstytutywne mają postać

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} - e_{kij} E_k \quad (7)$$

$$D_i = e_{ikl} \epsilon_{kl} + \beta_{ik} E_k \quad (8)$$

gdzie: C_{ijkl} jest tensorem sztywności o walencji 4 i przy uwzględnieniu symetrii zawiera 21 składowych, e_{ikl} tensor piezoelektryczny o walencji 3, o 18 składowych przy symetrii względem dwu wskaźników kl , β_{ik} tensor przenikalności dielektrycznej o walencji 3, symetryczny o 6 składowych.

Układ równań (1- 6) uzupełnia się warunkami brzegowymi.

W części powierzchni mogą być zadane przemieszczenia, a w części naprężenia

$$u_i = U_i(\xi, t) \quad p_i = \sigma_{ji}(\xi, t) n_j(\xi) \quad (9)^*$$

Dla pola elektrycznego warunki brzegowe mogą być zadane w reprezentacji potencjału elektrycznego V_b lub natężenia pola elektrycznego E , który określa się gradientem tego potencjału

$$E_i = -V_{,i} \quad (E = -grad V), \quad V(\xi_b, t) = V_b(\xi, t) \quad (10)$$

Stosowane są również warunki brzegowe wyrażone przez gęstość powierzchniową ładunków τ

$$D_i n_i = -\tau \quad (11)$$

Ze względu na związki materiałowe (7, 8) zawierające wektory indukcji i natężenia pola elektrycznego w opisie efektów elektropiezospężystych pomija się wektory pola magnetycznego. Tak jak standardowe maszyny elektryczne działają w oparciu o przemiany pola (elektro) magnetycznego i indukcji magnetycznej, tak silniki piezoelektryczne działają na podstawie indukcji elektrycznej. Zatem równania (1-3) w tych zagadnieniach można pominąć.

Cechą różniącą działanie maszyn piezoelektrycznych od elektromagnetycznych (z wyjątkiem silników z toczącym się wirnikiem i elastycznym wirnikiem) jest istnienie kontaktu (styku) bezpośredniego lub pośredniego (w formie pierścieni dystansowych umieszczonych między stojanem a wirnikiem) oraz sprzężenia naprężeniowego (docisku) między stojanem i wirnikiem. Natomiast cechą wspólną jest konieczność wzbudzenia pola elektrycznego wirującego lub postępującego $[\omega t - \lambda \varphi]$, co w reprezentacji składowej wektora natężenia elektrycznego dla ruchu obrotowego można zapisać

$$E(\xi, t) = E_m(\xi) e^{j(\omega t - \lambda \varphi)} \quad (12)$$

gdzie: ω jest częstością zmienności w czasie tego pola, λ współczynnikiem falowym propagacji w kierunku zmiennej φ .

Ograniczając rozważania do ośrodka materialnego typu piezoelektrycznego, układy równań (4-6) redukują się do układu równań stanu sprężystego i elektrycznego

$$\sigma_{ji,j} + f_i = \rho_m \ddot{u}_i \quad (13)$$

¹ *) $\langle \xi, \varphi, \zeta \rangle$ oznaczają współrzędne dowolnego układu współrzędnych związanego z częścią stojanową przetwornika. Odnosząc wskazane zmienne przestrzenne

do układu parametryzującego przetwornik cylindryczny można przyjąć oznaczenia, $\langle r, \varphi, z \rangle$.

$$D_{i,i} = 0$$

natomiast związki konstytutywne (7, 8) pozostają bez zmian.

Uwzględniając związek konstytutywny dla indukcji elektrycznej i natężenia pola elektrycznego, oraz wyrażając pole elektryczne przez potencjał, oraz wykorzystując naprężeniowy związek konstytutywny piezo-sprężystości i zastępując tensor odkształceń przez przemieszczenia, równania piezoelektryczności mają postać

$$C_{ijkl} u_{k,lj} + e_{kij} V_{,kj} + f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (14)$$

$$e_{ikl} u_{k,li} - \beta_{ik} V_{,ki} = 0$$

Dalsze rozwinięcie teorii piezoelektryczności zostało dokonane przez R. D. Mindlina [4] i R.A. Toupin [11] na przypadek ośrodka piezoelektrycznego cechującego się wektorem polaryzacji dielektrycznej P , który określony jest zależnością

$$P_i = D_i - \beta_0 E_i \quad (15)$$

gdzie: β_0 jest przenikalnością dielektryczną próżni.

Wprowadzenie wektora polaryzacji dielektrycznej powoduje zmodyfikowanie podstawowych równań i warunków brzegowych. W analizach stanu pracy silników piezoelektrycznych rozważane są związki bez efektu polaryzacji, chociaż należy nadmienić, że w większości prac dotyczących silników piezoelektrycznych (ultrasonicznych) nie są explicite wypisywane ogólne równania. Ostatecznie można uznać, że opis działania silnika piezoelektrycznego o dowolnej formie kinetycznej ujmują równania (14), stanowiące cztery równia dość silnie sprzężone.

3. Rozszerzone równania elektropiezospężystości

W klasycznej teorii piezosprężystości nie uwzględnia się w pełni dwu efektów, które mogą zachodzić w urządzeniach konstrukcyjnych przetworów elektromechanicznych, gdzie część ustroju doznaje oddziaływania elastopiezoelektrycznego, a część oddziaływań może być przenoszona przez tensor Maxwella pola elektrycznego (a więc oddziaływań dielektrycznych), zdefiniowanego wzorem

$$T_{ij} = 0.5[E_i D_j + D_i E_j - \delta_{ij} 0.5(D_k E_k)] \quad (16)$$

W układzie równań brzegowych należy również uwzględnić kinematyczny warunek brzegowy dla indukcji elektrycznej i warunek powierzchniowej gęstości ładunku na przemieszczającej się powierzchni.

Warunek ten ma postać

$$[v \times [D^{(1)} - D^{(2)}]] = -[\tau_s v]_{\perp} \quad (17)$$

gdzie: v jest względną prędkością przemieszczania się ustrojów przetwornika i wzbudzonego pola elektrycznego.

Wprowadzenie elektrycznego tensora Maxwella skutkuje również rozszerzeniem równań brzegowych

$$[T_{ij}^{(1)} - T_{ij}^{(2)}] n_j = p_i \quad (18)$$

i zmodyfikowaniem równań naprężeniowo-przemieszczeniowych przez włączenie objętościowej siły elektrycznej wyrażonej dywergencją tensora Maxwella

$$\sigma_{ji,j} + T_{ji,j} = \rho \ddot{u}_i \quad (19)$$

Nie można wykluczyć, że wobec nadzwyczajnego rozwoju technologii materiałowej mogą zostać zsyntetyzowane materiały o znaczących obu efektach indukcji elektrycznej, co pozwoli skonstruować silniki hybrydowe z zastosowaniem tych zjawisk.

Gdyby efekt momentu elektrostatycznego był znaczący, to w silniku obrotowym o osi obrotu zgodnej z osią z , układu parametryzującego obszar ustroju silnika, znaczenie miałyby w silniku cylindrycznym składowe tensorów $T_{r\varphi}, T_{\varphi\varphi}$, przy polaryzacji radialnej i tangencjalnej indukcji elektrycznej i formie pola wirującego względem zmiennej φ -

$$D_{(r,\varphi)}(r,t) = D_m(r) e^{j(\omega t - \lambda \varphi)}$$

Natomiast w silniku tarczowym znaczenie miałyby składowe tensorów $T_{z\varphi}, T_{\varphi\varphi}$, przy polaryzacji tangencjalnej i aksjalnej indukcji elektrycznej i formie pola wirującego, również względem zmiennej φ - $D_{(\varphi,z)}(r,t) = D_m(r) e^{j(\omega t - \lambda \varphi)}$

4. Redukcja stałych materiałowych i składowych pola naprężeń

Rzeczywisty rozwój technologii materiałowej może spowodować nieoczekiwany postęp w dziedzinie nowych materiałów o bardzo uogólnionych właściwościach lub „ukierunkowanych” na wzmożony efekt momentu elektropiezospężystego. Natomiast obecnie znane materiały - kryształy

piezoelektryczne cechują się charakterystyczną strukturą osi i płaszczyzn symetrii, co umożliwia redukcję stałych materiałowych zarówno w zakresie parametrów sprężystych, piezoelektrycznych jak i elektrycznych [2, 5].

Bez szczegółowej charakterystyki klas kryształów można przedstawić przykładowe liczebności poszczególnych stałych materiałowych dla wybranych układów o jedno- lub dwukrotnych osiach symetrii równoległych do wybranej osi układu.

Układ jednoskośny odznacza się następującym układem stałych materiałowych

$$\{C_{ijkl} [c_{1111}, c_{1122}, c_{1133}, c_{1123}, c_{2222}, c_{2233}, c_{2223}, c_{3333}, c_{3323}, c_{23231}, c_{3131}, c_{3112}, c_{1212}] < 13 >, \\ \{e_{ijk} [e_{111}, e_{122}, e_{133}, e_{123}, e_{231}, e_{331}, e_{212}, e_{312}] < 8 > \\ , \{\beta_{ij} [\beta_{11}, \beta_{22}, \beta_{33}, \beta_{12}], < 4 >\}$$

W przypadku kryształów o osiach dwukrotnych liczebności stałych materiałowych są przykładowo następujące:

$$\{C_{ijkl} < 11 >, e_{ijk} < 7 >, \beta_{ij} < 3 >, \\ \{C_{ijkl} < 9 >, e_{ijk} < 3 >, \beta_{ij} < 3 >, \\ \text{przy czym mogą być różne indeksy tych stałych dla poszczególnych klas.}$$

Należy zauważyć, że ze względu na płaszczyzny symetrii i wielokrotność osi materiałów (kryształów) piezoelektrycznych, parametry konstytuwne C , e , β odznaczają się wielokrotną symetrią względem pary wskaźników. W związku z tym można uprościć notację zespalaając w jedno oznaczenie pary indeksów, względem których tensory są symetryczne o jednakowej i różnej wartości wskaźników. Zmniejszają się jednocześnie liczby stałych materiałowych w związkach konstytutywnych (7, 8).

Dla naprężeń i odkształceń przyjmuje się odpowiednio oznaczenia $t_n = \sigma_{ij}$, $d_n = \varepsilon_{ij}$

$$t_n = \begin{cases} \sigma_{ij} & \text{dla } n = 1, 2, 3; i = j \\ \sigma_{ij} & \text{dla } n = 4, 5, 6; i \neq j \end{cases} \\ d_n = \begin{cases} \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} & \text{dla } n = 1, 2, 3; i = j \\ 2 \varepsilon_{ij} & \text{dla } n = 4, 5, 6; i \neq j \end{cases}$$

W publikacjach z dziedziny silników piezoelektrycznych w miejsce naprężenia t_n stosuje się oznaczenie N_n .

Pomimo uproszczenia związków materiałowych w wyniku utożsamienia (redukcji) parametrów konstytutywnych, równania piezoelektryczności są nadal złożone.

Kolejna redukcja może być uzyskana przy założeniu zadanych pól elektrycznego i przemieszczeń oraz uwzględnieniu tylko istotnych oddziaływań (sił) piezoelektrycznych.

W silnikach o ruchu obrotowym można rozpatrywać dwie podstawowe struktury: walcową i tarczową, oraz oczywiście mieszaną walcowo-tarczową. W przypadku struktury walcowej powierzchnią styku ze stojanem jest pobocznica walca wirnika. A w przypadku tarczowej powierzchnia czołowa wirnika. Tak więc naprężenie dociskające w silniku cylindrycznym charakteryzuje się składową $\pm p_r$, a w silniku tarczowym $\pm p_z$. W obu strukturach główne pole elektryczne może być zorientowane aksjalnie E_z i radialnie E_r , prostopadle do liniowej prędkości obwodowej. Naprężeniami znaczącymi w strukturze cylindrycznej są $\langle \sigma_{r\varphi}, \sigma_{\varphi\varphi} \rangle$ oraz $\langle \sigma_{rr} \rangle$, ze względu na radialne obciążenie zewnętrzne. Naprężeniami znaczącymi w strukturze tarczowej są $\langle \sigma_{z\varphi}, \sigma_{\varphi\varphi} \rangle$ oraz $\langle \sigma_{zz} \rangle$, ze względu na aksjalne obciążenie zewnętrzne. Składowymi przemieszczeń są odpowiednio $\langle u_r, u_\varphi \rangle$ oraz $\langle u_\varphi, u_z \rangle$.

5. Oddziaływania i momenty obrotowe silnika

W układzie współrzędnych cylindrycznych moment piezoelektryczny powstaje od naprężeń tangencjalnych na pobocznicy walca wirnika silnika cylindrycznego

$$p_\varphi = \sigma_{r\varphi} n_r + \sigma_{\varphi\varphi} n_\varphi \\ \vec{T}_e = \frac{m}{\tau} \int_0^{\tau/2} \int_0^L \int_{\alpha 1}^{\alpha 2} R p_\varphi r d\varphi dz dt \quad (20)$$

gdzie: m liczba segmentów elektrod silnika, $\langle \alpha 1, \alpha 2 \rangle$ rozmiar obwodowy strefy potencjałowej elektrod, R średni promień pobocznicy walca z zlokalizowanymi naprężeniami stycznymi, L długość wirnika;

a w silniku tarczowym od naprężeń na powierzchniach czołowych

$$p_\varphi = \sigma_{z\varphi} n_z + \sigma_{\varphi\varphi} n_\varphi \\ \vec{T}_e = \frac{2m}{\tau} \int_0^{\tau/2} \int_{R1}^{R2} \int_{\alpha 1}^{\alpha 2} p_\varphi r d\varphi dr dt \quad (21)$$

przy czym $R1$, $R2$ oznacza wewnętrzny i zewnętrzny promień tarczy.

Z formy naprężeń powierzchniowych wynika warunek ustalenia naprężeń brzegowych o

wielkościach p_r dla silnika cylindrycznego i p_z dla silnika tarczowego. Forma fali wirującej wzbudzonej polaryzacją układu elektrod winna mieć formę analogiczną jak w przypadku oddziaływań elektrycznych,

$$E_{(r,\varphi)}(r,t) = E_m(r) e^{j(\omega t - \lambda \varphi)} \quad (22)$$

a więc o zmienności przestrzenno-czasowej postaci $\omega t - \lambda \varphi$ wzbudzonej układem dwupotencjałowym (dwupolaryzacyjnym), jako najprostszym albo wielopotencjałowym z odpowiednimi przesunięciami w dziedzinie czasu i rozkładzie przestrzennym elektrod.

Oczywiście musi następować sprzężenie częstotliwościowe z modami drgań mechanicznych ustroju wirnika silnika.

Na rysunku 1 zobrazowano symbolicznie lokalizację naprężeń w obszarze powierzchni wirników o formie walcowej i tarczowej.

Ruch obrotowy silnika piezoelektrycznego może być również osiągnięty w wyniku sprzężenia rezonansowego fali naprężeniowej o postaci

$$p_\zeta = p_m e^{j(\omega_\zeta t - \lambda \zeta)} e^{j(\omega_\varphi t - \lambda \varphi)} \quad (23)$$

czyli skierowanej i przemieszczającej się wzdłuż osi obrotu o częstotliwości ω_ζ , doznającej jednocześnie przemieszczenia obwodowego o prędkości obrotowej $\omega_\varphi = 2\pi f_\varphi / \lambda_\varphi$. Liczbę falową λ_φ utożsamia się z liczbą elektrod potencjału elektrycznego. Efekt obrotowy następuje w wyniku sprzężenia rezonansowego obu częstotliwości.

Można więc przyjąć, że potencjał elektryczny jest funkcją dwu zmiennych i czasu $\phi(\varphi, \zeta, t)$. W silniku cylindrycznym ζ odpowiada współrzędnej radialnej r , a w silniku tarczowym ζ opowiada współrzędnej aksjalnej z . Składowe przemieszczenia $u_\varphi(\varphi, \zeta, t)$, $u_\zeta(\varphi, \zeta, t)$ są również odpowiednio funkcjami tych zmiennych. Przedstawione rozważania można w sposób bezpośredni uogólnić na inne struktury przetworników piezoelektrycznych, spośród których bezpośrednią aplikacją jest układ napędu o dwu stopniach swobody charakteryzujący się ruchem posuwisto-obrotowym.

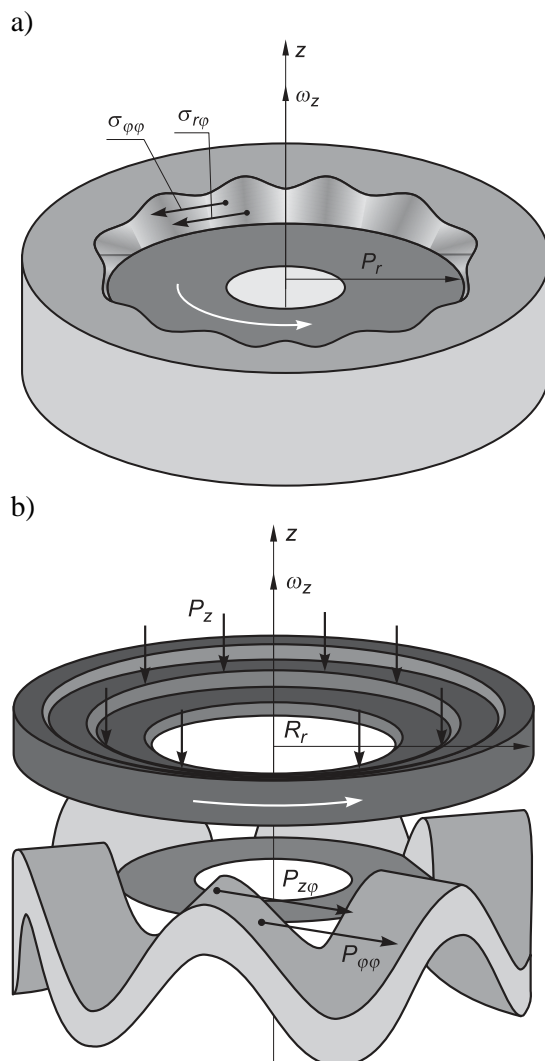
Na zakończenie należy podkreślić, że ważną cechą działania silników piezoelektrycznych jest sprzężenie rezonansowe oddziaływań elektrycznych z częstotliwością ustroju wirnika, co

jest związkiem odrębnym, ponieważ częstotliwość ta zależy od jego wymiarów i parametrów konstytutywnych, co można określić symbolicznym wzorem postaci

$$f = \frac{\langle d \rangle}{\langle l^2 \rangle} \sqrt{\frac{\langle E_y \rangle}{\langle \nu \rangle \rho}}$$

gdzie: nawias $\langle \cdot \rangle$ oznacza wyrażenie algebraiczne odpowiednio: wymiarów d (grubości) i l (długości), $\langle \nu \rangle$ parametru Poissona; E_y jest modułem sprężystości (Younga), ρ gęstością materiału.

Wzór ten oznacza bardzo ważny aspekt algorytmu obliczeniowego tych silników od strony mechanicznej i wskazuje na szeroki zakres wariantowych konstrukcji.



Rys.1. Poglądowy szkic lokalizacji naprężeń w silniku o formie: a) cylindrycznej, b) tarczowej

6. Uwagi końcowe

Z przedstawionych równań i związków materiałowych wynika bardzo szeroka możliwość aplikacji pól sprzężonych w dziedzinie przetworników elektromechanicznych, a silników elektrycznych w szczególności.

Z przedstawionych rozważań wynika, że dziedzina pól sprzężonych (elektromagnetycznego i sprężystego) jest bardzo skomplikowana (w szczególności po dołączeniu pola termicznego) przez związki konstytutywne, ale jest niezwykle fascynująca pod względem poznawczym i zadziwiająca w różnych zastosowaniach.

Brak pełnych danych dla parametrów konstytutywnych uniemożliwia dokonanie klasyfikacji sił oddziałujących w tych ośrodkach i oceny znaczenia oddziaływań – naprężeń maxwellowskich. Można również rozważyć niezbadane oddziaływania strykcyjne, wzorem magnetostrykcji, tym bardziej, że w tych silnikach następuje ściskanie warstw granicznych stojana i wirnika.

Na zakończenie należy z satysfakcją stwierdzić, że maszyny elektryczne są aplikacją różnych zjawisk fizycznych i tworzonych teorii fizycznych, stanowiąc doniosłą dziedzinę o wielkim znaczeniu (jednym z największych) w całej technosferze.

W zakończeniu autor chciałby wyrazić uznanie profesorowi Witoldowi Nowackiemu za zachętę do podjęcia badań w dziedzinie pól sprzężonych, których początki dotyczyły pól magneto-sprężystych. Profesor był uczonym w dziedzinie szeroko rozumianej mechaniki ośrodków ciągłych i pól sprzężonych, więc dostrzegł ogromne pola badań poznawczych i aplikacyjnych w tej dziedzinie.

8. Literatura *)

[1] Dąbrowski M.: Evolution of the theory and application of ultrasonic motors. Prace Instytutu Elektrotechniki, zeszyt 208, 2001.

[2] R.A. Heising: Quartz Crystals for Electrical Circuits their Design and Manufacture. NY Nostrand Company 1946.

[3] M. Hao, W. Chen: Analysis and Design of a Ring-type Traveling Ultrasonic Motor, Proceeding of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Luoyang China.

[4] R.D. Mindlin: On the equation of motion piezoelectric crystals, Problem of Continuum Mechanics, SIAM Philadelphia, Pensylwania 1961.

[5] J. F. Ney: Własności fizyczne kryształów. PWN, Warszawa 1962.

[6] W. Nowacki: Efekty elektromagnetyczne w stałych ciałach odkształcalnych, PWN, Warszawa 1983.

[7] R. Ryndzionek, J-F.Rouchon, M. Ronkowski: Koncepcja realizacji i analiza nowego typu silnika piezoelektrycznego o strukturze wielokomórkowej. Zeszyty BOBRME Komel nr100, 4/2013.

[8] Y. Ting, Y. Tsai, B-K. Hou, S-C. Lin, C-C. Lu; Stator Design of a New Type of Spherical Piezoelectric Motor. IEEE Transaction on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, Vol. 57, No 10, 2010.

[9] W. Voigt: Lehrbuch der Kristall-physik, Taubner, Leipzig 1910.

[10] R.A. Toupin: The elastic dielectrics, J. Rat. mech. Anal. 5, 849, 1956.

[11] R.A. Toupin: A dynamical theory of elastic dielectrics, Int. J. Engn. Sci. 1, 101, 1963.

*) Z komunikatów prywatnych autorowi jest znane, że poniższe pozycje literatury są bardzo znaczące w dziedzinie silników piezoelektrycznych.

[12*)] Lawrenko W. W.: Piezo-elektricheskie dwigateli, Energija, Moskwa, 1980.

[13*)] Ueha S., Tomikawa M., Kurosawa M., Nakamura N.: Ultrasonic Motors. Theory and Application, Clarendon Press, Oxford, 1993.

Autor

Dr hab. inż. Włodzimierz Przyborowski
e-mail: W.Przyborowski@ime.pw.edu.pl
Instytut Maszyn Elektrycznych
Politechnika Warszawska
00-662 Warszawa, Pl. Politechniki 1