



Krzysztof ZBOIŃSKI, Milena GOŁOFIT-STAWIŃSKA

BADANIE WPŁYWU PROMIENIA ŁUKU NA ZACHOWANIE POJAZDU SZYNOWEGO 4 – OSIOWEGO W KRZYWEJ PRZEJŚCIOWEJ POWYŻEJ PRĘDKOŚCI KRYTYCZNEJ

Streszczenie

W artykule przedstawiono wyniki badań wpływu promienia łuku na zachowanie pojazdu 4-osowego w krzywej przejściowej przy prędkościach większych od krytycznej. Pokazano wykresy drgań samowzbudnych i związanych z nimi cykli granicznych w zależności od nałożonych wymuszeń początkowych bądź ich braku. Autorzy skupili swoją uwagę na przedstawieniu nowo uzyskanych wyników badań, a także wspomnieli o tych uzyskanych wcześniej przez pierwszego z nich dla obiektów 2-osowych. Główny cel podjętych przez autorów badań to poznanie różnych rodzajów zachowań w krzywej przejściowej dla ruchu powyżej prędkości krytycznej w zależności od wielkości promienia łuku i próba ich sklasyfikowania w sensie postaci.

WSTĘP

W artykule zawarto wyniki badań wpływu promienia łuku na zachowanie pojazdu szynowego 4 – osowego w krzywej przejściowej przy prędkościach większych od krytycznej v_n . Tematyka artykułu jest szczególnie bliska pierwszemu z autorów, który w pracach [5], [7], [8], [9] i [10] przedstawił ograniczoną liczbę przebiegów symulacyjnych dla obiektów 2-osowych będących inspiracją do podjęcia ww. badań. Oprócz zacytowanych tu prac jako przykład innych zawierających analogiczne wyniki podać można [3] oraz nieliczne prace spółki autorskiej H. True i M. Hoffmann. We wszystkich wymienionych tu pracach wyniki symulacji ruchu w krzywej przejściowej nie były bezpośrednim celem. Uzyskiwano je przypadkiem, podczas realizacji innych zadań. Autorzy artykułu nie znają żadnej pracy krajowej i zagranicznej, w której sednem jest dynamika pojazdu szynowego w krzywych przejściowych dla prędkości powyżej v_n . Dokonany przegląd literatury pokazał, że zagadnienie drgań samowzbudnych jest bardzo dobrze opracowane dla ruchu po torze prostym (TP) i łuku kołowym (ŁK). Dla ruchu w krzywych przejściowych (KP) można mówić o niedostatku analogicznych badań pomimo tego, że KP umiejscowiona jest właśnie pomiędzy TP i łukiem kołowym ŁK. Należy jednak uzmysłwić sobie zasadniczą formalną różnicę w tym przypadku. Otóż ciągła zmiana promienia krzywizny i przechyłki w krzywych przejściowych sprawia, że nie można tu oczekiwać rozwiązań statecznych, stacjonarnych i okresowych, typowych dla toru prostego i łuków kołowych. Rozwiązania ogólnie mówiąc mają w KP jednoznacznie przejściowy charakter. O istotności podjętych problemów świadczy fakt zainteresowania analizą ruchu pojazdów szynowych powyżej prędkości krytycznej.

Ogólnie wiadomo, że pojazdy buduje się tak aby ich prędkości eksploatacyjne były niższe od prędkości krytycznej, tzn. takiej powyżej której pojazd wężkuje, a zachowanie jego modelu reprezentują rozwiązania stateczne okresowe. Precyzyjne wyznaczanie prędkości krytycznej v_n opisano w [2], [11], [12]. Ponadto w łukach o mniejszych promieniach prędkości rzeczywistych obiektów mogą być dodatkowo niższe ze względu na występujące tam ograniczenia prędkości. Mimo to, ciągle prowadzi się intensywnie badania stateczności pojazdów szynowych w torze prostym i łukach kołowych. Powodem tych dociekań jest potrzeba dobrego poznania nieliniowych własności układów jakie stanowią pojazdy szynowe oraz to, że przypadki przekroczenia prędkości krytycznej przez pojazd mogą w rzeczywistości wystąpić. Przykładami takich sytuacji mogą być ruch pojazdu z nadmierną prędkością, po awarii czy w złym stanie technicznym. Mogą im odpowiadać uszkodzenia w układzie zawieszenia i nadmierne zużycie pary koło-szyna. Efektem jest obniżenie prędkości v_n , a w konsekwencji ruch wężujący, pomimo pozostawania w nominalnie określonym zakresie prędkości eksploatacyjnych.

Jedną z kilku przyczyn, które dodatkowo skłoniły autorów do badań nad ww. problematyką najbardziej złożonego przypadku kształtu toru, jakim jest krzywa przejściowa to dysponowanie przez autorów odpowiednimi narzędziami badawczymi, tj. programami do symulacji dynamiki pojazdu szynowego w dowolnych warunkach ruchu (w tym w KP). Autorzy patrzą na KP szerzej niż to jest na ogół, mianowicie jako na element toru istotny z punktu widzenia ogółu zjawisk dynamicznych przy przejściu tor prosty – łuk kołowy (i odwrotnie).

W celu wstępnego określenia własności użytych modeli zostały wykonane symulacje ruchu w szerokim zakresie prędkości oraz promieni łuków (pełny zakres promieni stosowany w praktyce). Wielkościami, które poddano w artykule obserwacji są przemieszczenia poprzeczne zestawów kołowych i ram wózków. Analiza zmian wartości tych przemieszczeń, prowadzona jest w funkcji drogi pokonywanej przez model. Przy czym prędkość ruchu jest zawsze stała ale różna dla każdej z wykonanych symulacji.

1. MODELE SYMULACYJNE I OBIEKTY WYKORZYSTANE W BADANIACH

Narzędziem użytym w pracy jest model symulacyjny opisany w [5]. Reprezentuje on 4-osiowy (wózkowy) wagon pasażerski MK111. Model wagonu uzupełniony jest dyskretnymi modelami toru, poprzecznie i pionowo podatnego. Przyjęto przy tym zerowe nierówności geometryczne toru. Struktura wagonu MK111 (o brytyjskim rodowodzie) przedstawiona jest na rys. 1 a modele toru na rys. 2a i 2b. Dla modelu obiektu i toru założono liniowe charakterystyki elementów sprężystych i tłumiących. Zasada budowy modelu matematycznego dla wymienionego układu pojazd-tor zgodna jest z opisanymi w [5] i [6]. W pracy [5] omówiono też zastosowany sposób modelowania kontaktu koło-szyna. Uwzględnia on nieliniowe wyznaczanie sił kontaktowych stycznych w oparciu o procedurę FASTSIM, np. [4]. Uwzględnia również nieliniową geometrię profili koła i szyny. Jest to ważne w rozpatrywanym zagadnieniu gdyż przemieszczenia poprzeczne zestawów kołowych mogą przyjmować znaczne wartości. Opieranie się na liniowej geometrii i pojęciu ekwiwalentnej stożkowatości byłoby tu zatem niewystarczające. Opis nieliniowej geometrii kontaktu dotyczy pary rzeczywistych nieużytych profili koło-szyna S1002-UIC60. Model wagon MK111-tor posiada 38 stopni swobody. Wygenerowany został programem ULYSSES do automatycznej generacji równań ruchu, np. [1]. Parametry modelu obiektu i toru podano m.in. w [5]. Część parametrów wagonu MK111 uzyskano w British Rail Research, Derby.

Tab. 1. Parametry tras testowych

Promień łuku R [m]	TP parametry [m]	KP parametry [m]	ŁK parametry [m]	Prędkość v [m/s]	Warunki początkowe $y_j(0)$ $j=1, 2, 3, 4, b1,$ $b2, p$ [m]
600	$l=50$	$l=180,46$ $R_{\min}=600$ $H_{\max}=0,15$	$l=100$ $R=600$ $H=0,15$	10 15 20 25 30 35	0
600	$l=150$	$l=180,46$ $R_{\min}=600$ $H_{\max}=0,15$	$l=100$ $R=600$ $H=0,15$	10 15 20 25 30 35	0,004
1200	$l=150$	$l=180,46$ $R_{\min}=1200$ $H_{\max}=0,075$	$l=100$ $R=1200$ $H=0,075$	15 20 25	0
1200	$l=150$	$l=180,46$ $R_{\min}=1200$ $H_{\max}=0,075$	$l=100$ $R=1200$ $H=0,075$	15 20 25	0,004
2000	$l=150$	$l=180,46$ $R_{\min}=2000$ $H_{\max}=0,045$	$l=100$ $R=2000$ $H=0,045$	15 20 25	0
2000	$l=150$	$l=180,46$ $R_{\min}=2000$ $H_{\max}=0,045$	$l=100$ $R=2000$ $H=0,045$	15 20 25	0,004
6000	$l=150$	$l=180,46$ $R_{\min}=6000$ $H_{\max}=0,015$	$l=100$ $R=6000$ $H=0,015$	15 20 25	0
6000	$l=150$	$l=180,46$ $R_{\min}=6000$ $H_{\max}=0,015$	$l=100$ $R=6000$ $H=0,015$	15 20 25	0,004

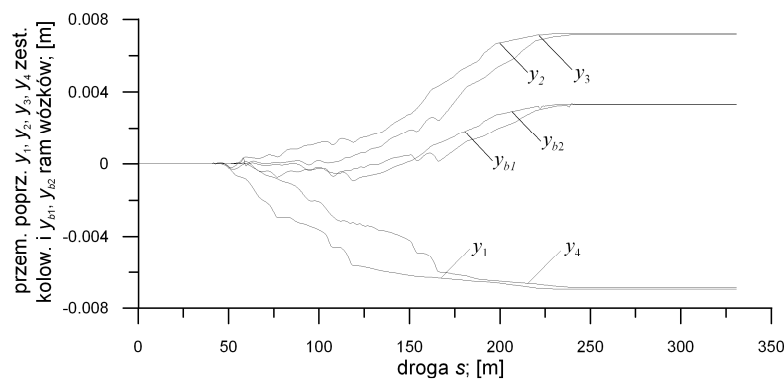
Symulacje ruchu rozpoczęto od niewielkiej prędkości $v=10$ m/s zakładając najpierw zerowe warunki początkowe, a następnie niezerowe dla łuku kołowego o promieniu $R=600$ m. Rys. 3, 4 i 5 przedstawiają przykładowy charakter zmian przemieszczeń poprzecznych zestawów kołowych i ram wózków przy zerowych warunkach początkowych dla ruchu z prędkościami 10, 20 i 30 m/s. Dla porównania, zakładając ten sam promień łuku i te same prędkości ale niezerowe warunki początkowe, wyniki przedstawiono na rys. 6, 7 i 8. Porównując wyniki przy zerowych i niezerowych warunkach początkowych widać, że sposób wymuszenia drgań (wjazd w łuk lub niezerowe warunki) ma wpływ na zachowanie obiektu w krzywej przejściowej. Widać to porównując odpowiednio rys. 3, 4 i 5 z rys. 6, 7 i 8, które odnoszą się do tych samych prędkości. Na rys. 7 widać wyraźne drgania w KP, podczas gdy na rys. 4 prawie ich nie widać. Dla żadnej z badanych prędkości z zakresu od 10 do 35 m/s i obu typów warunków początkowych nie uzyskano cyklu granicznego w ŁK. Faktem jednak jest to, że promień łuku jest względnie mały. Dodatkowo, analizując wykresy można zauważyć, że prędkość krytyczna v_n pojazdu w torze prostym leży w pobliżu 20 m/s. Charakter zmian przemieszczeń poprzecznych zestawów kołowych i ram wózków wraz ze wzrostem prędkości dla łuku kołowego o promieniu $R=600$ m przy niezerowym wymuszeniu początkowym o wartości 0,004 m pokazano na rys. 6, 7 i 8. Można zauważyć, że w miarę

zwiększania prędkości ruchu rosną maksymalne wychylenia zestawu od położenia środkowego na analogicznych odcinkach drogi toru prostego i krzywej przejściowej.

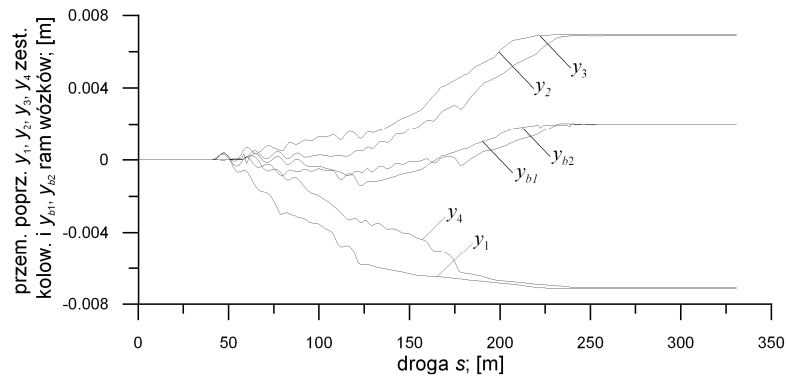
Wpływ zmian promienia łuku na wartości ustalonych przemieszczeń poprzecznych zestawów kołowych i ram wózków przedstawiono na rys. 7, 9, 10 i 11. Reprezentacyjne wyniki symulacji ruchu przy stałej prędkości 20 m/s i wymuszeniu początkowym o wartości 0,004 m. Badania zostały przeprowadzone na trasach o promieniach odpowiednio 600, 1200, 2000, 6000 m. Można zauważyć, że wraz ze wzrostem promienia łuku przemieszczenia zestawów kołowych i ram wózków w przypadku łuków o promieniach 600, 1200 m mają coraz mniejsze wartości a po wygaśnięciu drgań co widać na rys. 7 i 9 zestaw zbliża się coraz bardziej do położenia środkowego. Na torze prostym (pierwsze 150 m trasy), zmiany przemieszczeń są symetryczne względem linii zerowej ale mają charakter malejący a wartości międzyszczytowe maleją od około 8 mm na początku trasy do około 4 mm tuż przed wjazdem w KP. Obrazują to rys. 7, 9, 10 i 11. Następnie ruch odbywa się w KP, co autorów interesuje najbardziej, gdzie widoczne jest przejście do asymetrii przemieszczeń i stopniowe zmniejszanie wartości międzyszczytowych, szczególnie w przypadkach gdzie mamy do czynienia z ciasnym łukiem kołowym. Im promień krzywizny jest większy tym zmniejszanie wartości międzyszczytowych jest mniejsze. Widać to na rys. 7, 9 i 10. Dla promieni wielkich ($R=6000$ m) utrzymuje się stała bądź bliska stałej wartość międzyszczytowa jak na rys. 11 dla łuku kołowego zbliżonego do toru prostego. Ostatni odcinek trasy to ruch po łuku kołowym. Tu przemieszczenia gasną jak na rys. 7 i 9, a na rys. 10 i 11 wygasają, a niektóre reprezentują cykle graniczne o ustalonych wartościach międzyszczytowych.

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że cykl graniczny występuje w przypadku przejazdu z TP w ŁK przy większych prędkościach dla łuków kołowych o dużych promieniach i wymuszeniu początkowym. W przypadku łuku ciasnego, gdy promień wynosi 600 m dla żadnej prędkości i obu typów warunków początkowych nie uzyskano cyklu granicznego w ŁK. Dla łuku o promieniu $R=1200$ m uzyskano cykl graniczny przy prędkości $v=25$ m/s i obu rodzajach warunków początkowych (rys. 12 i 13). Dla łuku o promieniu $R=2000$ m uzyskano cykl graniczny w łuku tylko przy niezerowych warunkach początkowych i prędkościach $v=20$ i 25 m/s (rys. 10 i 14). Dla łuku o promieniu $R=6000$ m również uzyskano cykl graniczny w łuku tylko przy niezerowych warunkach początkowych i tych samych prędkościach $v=20$ i 25 m/s (rys. 11 i 15).

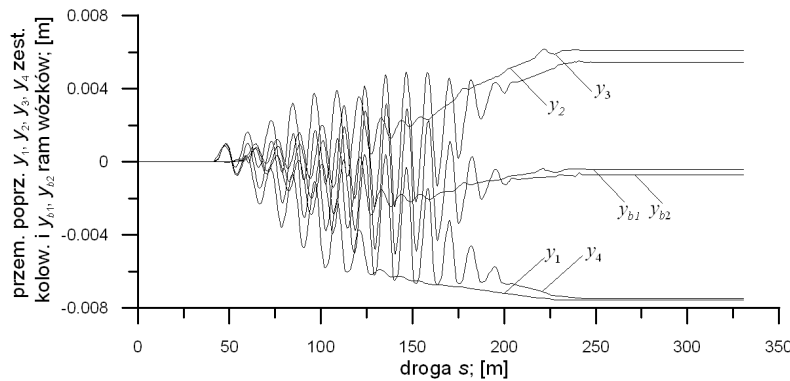
Zauważalne na wszystkich wykresach gdzie występują cykle graniczne jest to, że na każdej trasie o promieniach łuku od 1200 do 6000 m wraz ze wzrostem prędkości ruchu rosną wartości maksymalne z bezwzględnych wartości przemieszczeń poprzecznych zestawów kołowych i ram wózków. Rosną również wartości amplitud tych przemieszczeń.



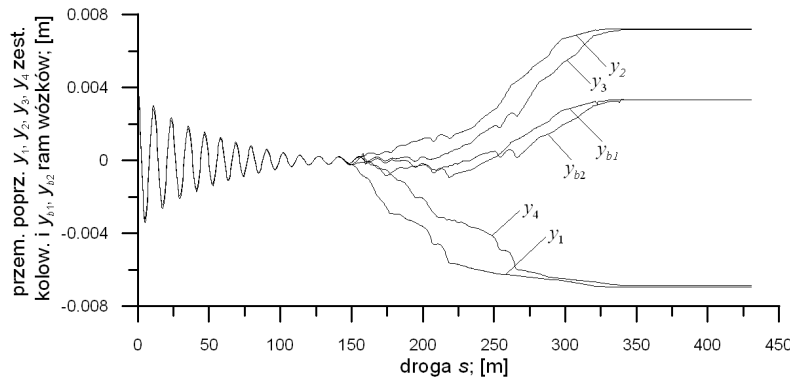
Rys. 3. Dynamika wagonu 4-osowego MK111 na trasie TP ($l=50$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=600$ m; $H_{\max}=0,15$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=600$ m; $H=0,15$ m); $v=10$ m/s; zerowe warunki początkowe



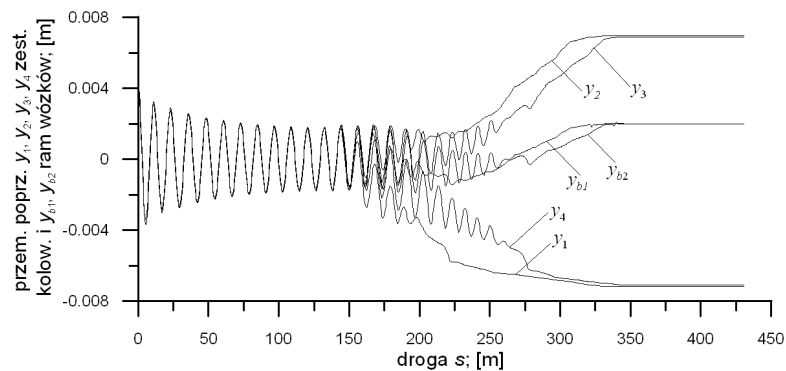
Rys. 4. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=50$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=600$ m; $H_{\max}=0,15$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=600$ m; $H=0,15$ m); $v=20$ m/s; zerowe warunki początkowe



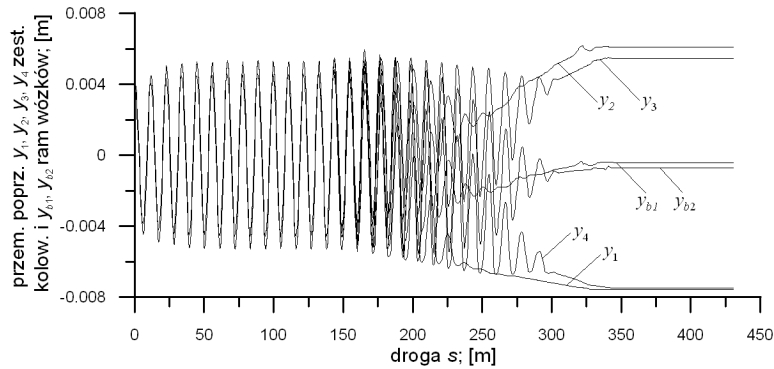
Rys. 5. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=50$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=600$ m; $H_{\max}=0,15$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=600$ m; $H=0,15$ m); $v=30$ m/s; zerowe warunki początkowe



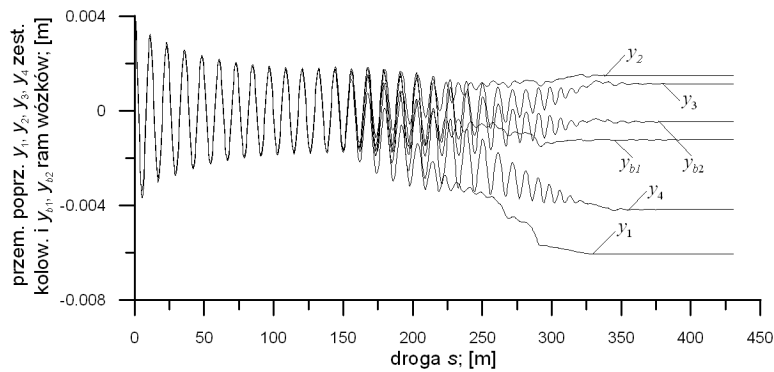
Rys. 6. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=150$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=600$ m; $H_{\max}=0,15$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=600$ m; $H=0,15$ m); $v=10$ m/s; niezerowe warunki początkowe



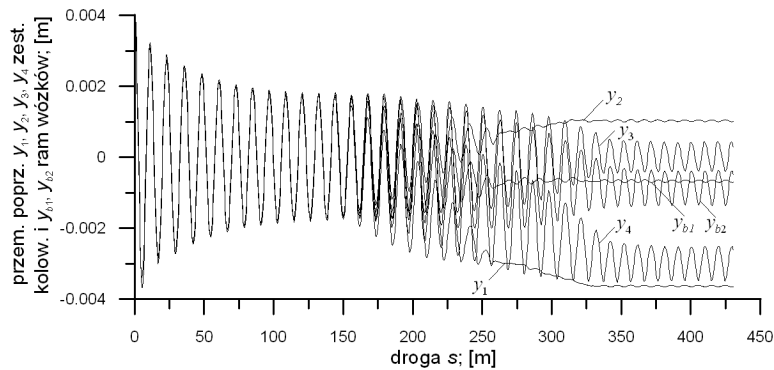
Rys. 7. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=150$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=600$ m; $H_{\max}=0,15$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=600$ m; $H=0,15$ m); $v=20$ m/s; niezerowe warunki początkowe



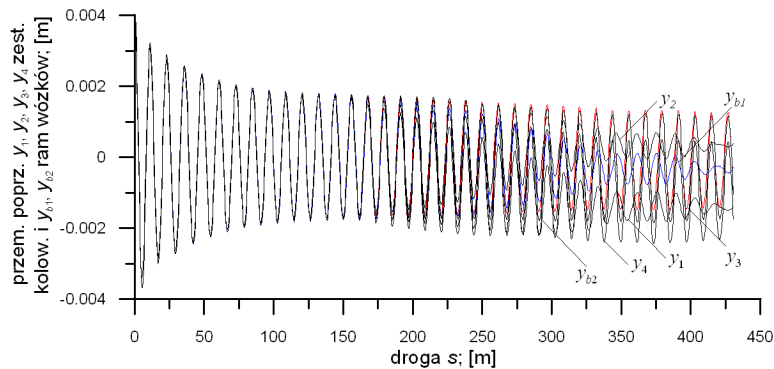
Rys. 8. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=150$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=600$ m; $H_{\max}=0,15$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=600$ m; $H=0,15$ m); $v=30$ m/s; niezerowe warunki początkowe



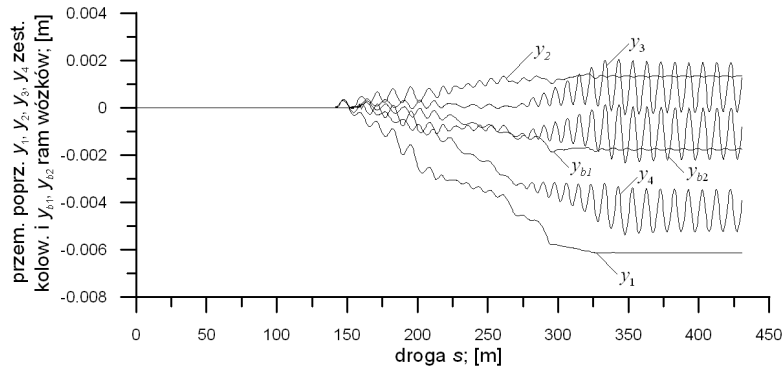
Rys. 9. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=150$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=1200$ m; $H_{\max}=0,075$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=1200$ m; $H=0,075$ m); $v=20$ m/s; niezerowe warunki początkowe



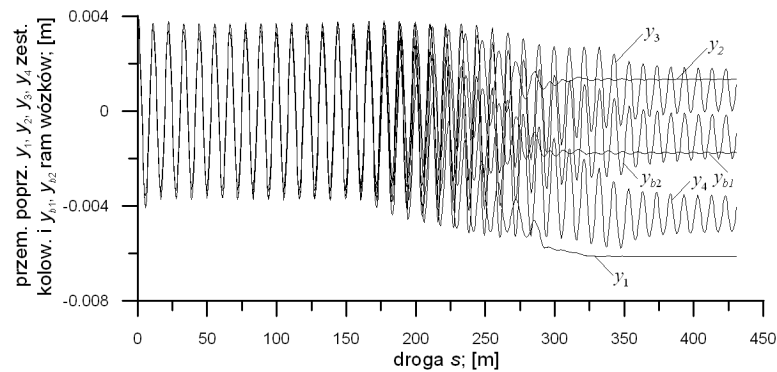
Rys. 10. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=150$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=2000$ m; $H_{\max}=0,045$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=2000$ m; $H=0,045$ m); $v=20$ m/s; niezerowe warunki początkowe



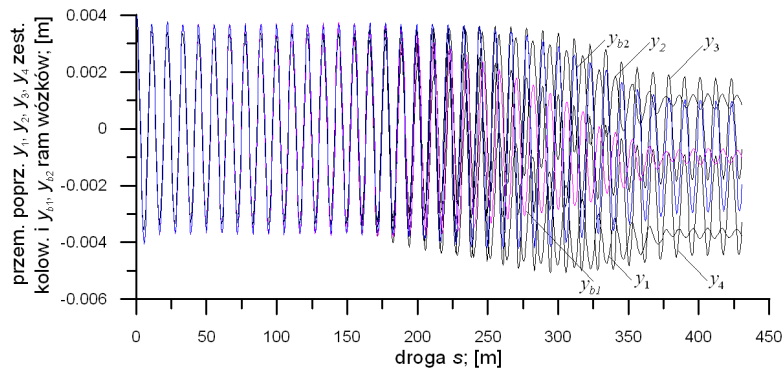
Rys. 11. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=150$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=6000$ m; $H_{\max}=0,015$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=6000$ m; $H=0,015$ m); $v=20$ m/s; niezerowe warunki początkowe



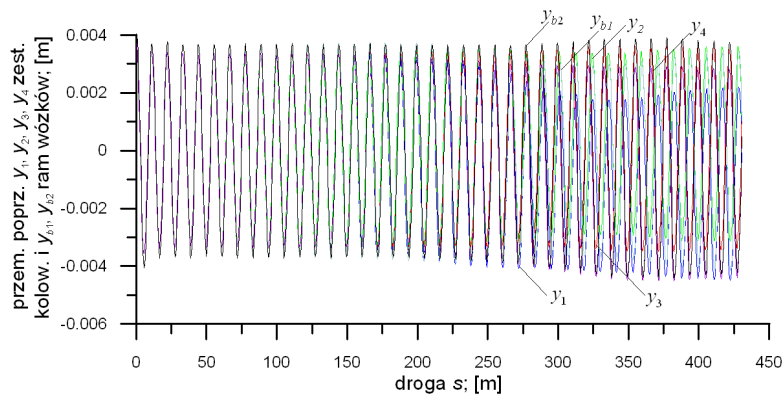
Rys. 12. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=150$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=1200$ m; $H_{\max}=0,075$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=1200$ m; $H=0,075$ m); $v=25$ m/s; zerowe warunki początkowe



Rys. 13. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=150$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=1200$ m; $H_{\max}=0,075$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=1200$ m; $H=0,075$ m); $v=25$ m/s; niezerowe warunki początkowe



Rys. 14. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=150$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=2000$ m; $H_{\max}=0,045$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=2000$ m; $H=0,045$ m); $v=25$ m/s; niezerowe warunki początkowe



Rys. 15. Dynamika wagonu 4-osiowego MK111 na trasie TP ($l=150$ m), KP ($l=180,46$ m; $R_{\min}=6000$ m; $H_{\max}=0,015$ m), ŁK ($l=100$ m; $R=6000$ m; $H=0,015$ m); $v=25$ m/s; niezerowe warunki początkowe

PODSUMOWANIE

Na podstawie przedstawionych wyników można sformułować cele najbliższych badań. Byłoby to poznanie możliwie jak największej liczby rodzajów zachowań w KP dla ruchu powyżej prędkości krytycznej v_n w zależności od wielkości promienia łuku oraz wymuszeń początkowych. Kolejne byłoby sklasyfikowanie tych rodzajów w sensie postaci. Następne w kolejności, to wyjaśnienie przyczyn (okoliczności) występowania lub nie występowania tych postaci. Wyjaśnienie (zbadanie) na ile moment wjazdu w KP (pojawienia się KP) po odcinku poprzedzającym (TP lub ŁK) może mieć wpływ na zachowanie w KP. Zauważmy, że ruch powyżej prędkości v_n po odcinku poprzedzającym stanowi warunki początkowe dla wzbudzenia drgań w KP. Stąd różne momenty wjazdu w KP (odpowiadające innej aktualnej wartości przemieszczeń na odcinku poprzedzającym) stanowią odmienne warunki początkowe, być może mogące skutkować różnym zachowaniem układu.

Wymienione wyżej cele zostaną osiągnięte stosując metodę wykorzystaną w artykule. Postawione zadanie to symulacyjne badanie nieliniowej dynamiki pojazdu szynowego w KP. W omawianym zagadnieniu zjawiska mają przejściowy charakter. Dlatego ich badanie jest inne niż badanie stateczności. Mimo to, związek pomiędzy obu wymienionymi zadaniami jest niepodważalny. Powoduje to, że można w pewnym stopniu przenieść korzyści wynikające z badań stateczności w łuku na planowane prowadzone badania. Stąd uzasadnieniem dla rozwijania omawianej tematyki mogą być elementy eksponujące związek stateczności z bezpieczeństwem. W szczególności mamy na myśli wyższe prędkości krytyczne oraz dążenie do lepszego powiązania prędkości fizycznego wykolejenia pojazdu z tzw. wykolejeniem numerycznym, oznaczającym zatrzymanie obliczeń symulacyjnych. W uzupełnieniu można wyeksponować pewne ważne korzyści, jakie zostaną uzyskane zakładając, że cele sformułowane wyżej da się osiągnąć. Otóż informacją o takim ważnym, wręcz fundamentalnym, znaczeniu byłoby wyjaśnienie, w jakich okolicznościach amplitudy drgań w KP są większe niż w TP i ŁK oraz w jakich drgania w KP zanikają całkowicie, mimo ruchu z prędkością większą od v_n . Jest oczywiste, że poznanie i zrozumienie przyczyn i okoliczności tak diametralnie różnych zachowań może potencjalnie zaowocować podjęciem działań (do działań projektowych włącznie) zmierzających do eliminacji pierwszego ze zjawisk (stan bardzo niekorzystny) i do wywołania drugiego ze zjawisk (stan najbardziej korzystny).

Wydaje się, że powodzenie w realizacji celów zadania może w pewnym stopniu zmienić postrzeganie kolejowych krzywych przejściowych, tak przez środowisko zajmujące się dynamiką pojazdów jak i to zajmujące się budową dróg kolejowych. Osiągnięcie celów byłoby z pewnością ważnym i oczekiwanym uzupełnieniem bardzo skromnej wiedzy, dotyczącej dynamiki pojazdów szynowych w KP powyżej prędkości krytycznej. Prezentacja otrzymanych wyników przyczyni się zapewne do ożywienia zainteresowania tą tematyką na świecie.

STUDY OF THE CURVE RADIUS INFLUENCE ON BEHAVIOUR OF 4 - AXLE RAILWAY VEHICLE IN TRANSITION CURVE AT VELOCITIES HIGHER THAN CRITICAL ONE

Abstract

This article presents results of the study on curve radius influence on behaviour 4-axle railway vehicles in transition curve at velocities higher than critical one. The plots of self-exciting vibrations

and limits cycles connected with them are presented taking account of the imposed initial conditions or their lack. The authors have focused their attention on the presentation of new research results and also have mentioned results obtained previously by the first of them for 2-axle rail vehicles. The main object of the authors' research is to present different types of behavior in transition curves at velocities higher than critical one and depending on value of the curve radius and to undertake attempt to classify these behaviours.

BIBLIOGRAFIA

1. Choromański W., Zboiński K.: *Pakiet softwarowy do automatycznej generacji równań ruchu i analizy dynamiki pojazdu*. Materiały X Konferencji Naukowej Pojazdy Szynowe, tom 3, str. 34-55, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1994.
2. Dusza M.: *Badania symulacyjne stateczności ruchu pojazdu szynowego w łuku z uwzględnieniem wpływu zmian wybranych parametrów układu*. Rozprawa doktorska, Wydział Transportu Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
3. Hoffmann M.: *Dynamics of European two-axle freight wagons*. PhD thesis, Technical University of Denmark, Informatics and Mathematical Modelling, Lyngby, Denmark 2006.
4. Kalker J. J.: *A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact*. Vehicle System Dynamics, 11, str. 1-13, 1982.
5. Zboiński K.: *Metodyka modelowania i dynamiki pojazdów szynowych z uwzględnieniem zadanego ruchu unoszenia i jej zastosowania*. Prace naukowe Transport, z. 43, Oficyna Wyd. PW, 2000.
6. Zboiński K.: *Modelling dynamics of certain class of discrete multi-body systems based on direct method of the dynamics of relative motion*. Meccanica, 47(6), str. 1527-1551, 2012, Springer, DOI: 10.1007/s11012-011-9530-1.
7. Zboiński K., *Dynamical investigation of railway vehicles on a curved track*. European Journal of Mechanics, Part A Solids, 17(6), str. 1001-1020, 1998.
8. Zboiński K., *Selected problems of non-linear (non-smooth) dynamics of rail vehicles in a curved track*, str. 87-99. W pracy pod red.: Thomsen P.G., True H., Non-smooth problems in Vehicle Systems Dynamics, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 2010.
9. Praca zbior. kier. Zboiński K., *Komputerowe badania układu tor-pojazd szynowy na łuku kołowym i krzywej przejściowej*. Raport końcowy Grant KBN nr 3 0546 91 01, Wydział Transportu PW, Warszawa 1994.
10. Zboiński K., Dusza M., *Symulacyjne badania dynamiki pojazdów szynowych w torze zakrzywionym*. XV Konferencja Naukowo-Techniczna Pojazdy Szynowe, Prace Naukowe Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej, Nr 86, Konferencje Nr 26, tom 2, str. 343÷352, 2002.
11. Zboiński K., Dusza M., *Self-exciting vibrations and Hopf's bifurcation in non-linear stability analysis of rail vehicles in curved track*, European Journal of Mechanics, Part A/Solids, 29(2), str. 190-203, 2010.
12. Zboiński K., Dusza M., *Extended study of rail vehicle lateral stability in a curved track*, Vehicle System Dynamics, 49(5), str. 789-810, 2011.

Autorzy:

prof. nzw. dr hab. inż. Krzysztof ZBOIŃSKI – Politechnika Warszawska
mgr inż. Milena GOŁOFIT-STAWIŃSKA – Politechnika Warszawska