

# Weryfikacja poziomu bezpieczeństwa belki zginanej projektowanej z uwzględnieniem różnych reguł kombinacji obciążeń



Dr hab. inż. Mariusz Maślak, prof. PK, Politechnika Krakowska

## 1. Wprowadzenie

Celem niniejszych rozważań jest jakościowa i ilościowa weryfikacja reguł ustalania miarodajnego efektu działania kombinacji oddziaływań zewnętrznych, rekomendowanych w normie PN-EN 1990 [1] do stosowania w przypadku analizy trwałej sytuacji projektowej. Chodzi o to, aby sprawdzić, czy specyfikacja warunku bezpieczeństwa dla stanu granicznego nośności, odniesionego do krytycznego przekroju poprzecznego rozważanego elementu konstrukcyjnego i określonego przez równość w tym przekroju wartości obliczeniowych odpowiednio miarodajnego losowego efektu oddziaływań  $E$ , skojarzonego z najbardziej niekorzystną kombinacją wszystkich obciążeń zewnętrznych przyłożonych do tego elementu i porównywanej z tym efektem losowej nośności przekroju  $R$ , to jest przez zależność  $E_d = R_d$ , prowadzi do zapewnienia wystarczającego poziomu bezpieczeństwa, możliwego do zaakceptowania przy założonych wymaganiach. W analizie przyjmuje się, że globalny wskaźnik niezawodności  $\beta$  jest obiektywną miarą tego poziomu i że wszystkie wartości obliczeniowe, zarówno te wyznaczone dla poszczególnych obciążeń rozważanych w badanej kombinacji, jak i te związane z nośnością krytycznego przekroju poprzecznego są kalibrowane z wykorzystaniem częściowych współczynników bezpieczeństwa o wartościach proponowanych w cytowanej powyżej normie. Ze względu na prostotę i czytelność wyводу oraz jednoznaczność interpretacji do szczegółowych rozważań wybrano przypadek swobodnie podpartej belki stalowej o rozpiętości  $L$ . Zakłada się, że belka ta obciążona jest ciężarem własnym o wartości charakterystycznej  $G_k$  oraz dwoma rodzajami obciążeń zmiennych, z których pierwsze jest zawsze dominujące, z wartością charakterystyczną  $Q_k$ , natomiast drugie jest zawsze obciążeniem towarzyszącym, z wartością charakterystyczną  $W_k$  (obciążenie to może być interpretowane na przykład jako konwencjonalne obciążenie wiatrem). Wszystkie przyłożone do belki obciążenia zewnętrzne są równomiernie rozłożone. Przy tych założeniach, na podstawie rekomendacji podanych w normie [1], częściowe współczynniki bezpieczeństwa odniesione do obciążeń przyłożonych do belki mają wartość odpowiednio  $\gamma_G = 1,35$  i  $\gamma_Q = 1,5$ . Ponadto przyjmuje się, że przy specyfikacji wartości obliczeniowej losowej nośności przekroju poprzecznego rozpatrywanej belki zachodzi  $\gamma_M = 1,0$ .

## 2. Reguły kombinacji oddziaływań rozpatrywane w przykładzie

W dalszej analizie szczegółowo rozważa się trzy wzajemnie różne reguły kombinacji oddziaływań zewnętrznych, oznaczone odpowiednio literami A, B i C. Każda z tych reguł jest rekomendowana do stosowania w normie [1] w przypadku, gdy pod uwagę brana jest trwała sytuacja projektowa. Oczywiście dla badanej belki miarodajnym i reprezentatywnym efektem działania przyłożonych do niej oddziaływań zewnętrznych jest moment zginający identyfikowany w środku rozpiętości przęsła.

Niech reguła oznaczona symbolem A będzie określona następującą formułą:

$$E_d^{(A)} = \frac{L^2}{8} (\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k + \gamma_W \psi_W W_k) \quad (1)$$

reguła oznaczona symbolem B natomiast przez układ dwóch równości (2) i (3), z których miarodajna jest ta prowadząca do większej wartości poszukiwanego efektu:

$$E_d^{(B1)} = \frac{L^2}{8} (\gamma_G G_k + \gamma_Q \psi_Q Q_k + \gamma_W \psi_W W_k) \quad (2)$$

i

$$E_d^{(B2)} = \frac{L^2}{8} (\xi \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k + \gamma_W \psi_W W_k) \quad (3)$$

Reguła oznaczona symbolem C jest regułą częściowo analogiczną do tej specyfikowanej wcześniej równaniami (2) i (3) z tym, że teraz pierwsze z równań zdefiniowane jest dla oddziaływania samego tylko ciężaru własnego, co daje:

$$E_d^{(C1)} = \frac{L^2}{8} (\gamma_G G_k) \quad (4)$$

oraz

$$E_d^{(C2)} = \frac{L^2}{8} (\xi \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k + \gamma_W \psi_W W_k) \quad (5)$$

Zgodnie z rekomendacjami postulowanymi w normie [1] w dalszych rozważaniach przyjmuje się, że  $\xi = 0,85$ . Ponadto założono, że dla wybranych do analizy rodzajów obciążeń zmiennych zachodzi  $\psi_Q = 0,7$  oraz  $\psi_W = 0,6$ .

Aby szczegółowo zbadać relacje pomiędzy weryfikowanym poziomem bezpieczeństwa i stopniem wpływu na wartość globalnego efektu oddziaływań zewnętrznych samych tylko obciążeń zmiennych, do rozważań wprowadza się bezwymiarowe parametry  $\chi$  i  $k$ , specyfikowane zgodnie z zaleceniami [2] zależnościami, odpowiednio:

$$\chi = \frac{Q_k + W_k}{G_k + Q_k + W_k} \quad (6)$$

i

$$k = \frac{W_k}{Q_k} \quad (7)$$

Pozwala to określić przez te parametry, jeśli tylko z góry założono równość  $E_d = R_d = R_k \gamma_M$ , wartości charakterystyczne wszystkich losowych obciążeń przyłożonych do rozpatrywanej belki. Mamy zatem kolejno [2]:

$$G_k = \frac{E_d}{[\xi] \gamma_G + \frac{([\psi_Q] \gamma_Q + k [\psi_W] \gamma_W) \chi}{(1+k)(1-\chi)}} \quad (8)$$

oraz

$$Q_k = \frac{\chi G_k}{(1+k)(1-\chi)} \quad (9)$$

i

$$W_k = k Q_k \quad (10)$$

W formule (8) wielkości  $\psi_Q$  i  $\psi_W$  zapisane w nawiasach kwadratowych mogą być uwzględniane albo jako współczynniki o wartościach odpowiednio  $\psi_Q = 0,7$  i  $\psi_W = 0,6$ , zgodnie z rekomendacjami podanymi w normie [1], albo jako wielkości o wartości zerowej, w zależności od tego, która z reguł kombinacji oddziaływań jest w danym przypadku rozważana. Ponadto w [2] wyznaczone są wartości graniczne  $\chi_{lim}$ , które determinują zakres stosowalności poszczególnych reguł kombinacji oddziaływań rozważanych w przykładzie. W takim podejściu reguła A opisana równaniem (1) okazuje się być miarodajną w całym zakresie  $0 \leq \chi \leq 1$ . Jeżeli analizie poddana zostaje reguła oznaczona wcześniej symbolem B, to stosowalność równania (2) ograniczona jest do zakresu  $0 \leq \chi \leq \chi_{lim,B}$ . Oczywiście w takim przypadku w zakresie  $\chi_{lim,B} \leq \chi \leq 1$  miarodajnym do analizy staje się równanie (3). Podobnie, w odniesieniu do reguły opisanej symbolem C, równanie (4) jest miarodajne jedynie w przypadku, gdy zachodzi  $0 \leq \chi \leq \chi_{lim,C}$ , natomiast w zakresie  $\chi_{lim,C} \leq \chi \leq 1$  do wnioskowania należy wykorzystać równanie (5). Poszczególne formuły pozwalające na wyznaczenie granic  $\chi_{lim}$  specyfikowane są następująco [2]:

$$\chi_{lim,B} = \frac{g_G (1-x)(1+k)}{\gamma_G (1-\xi)(1+k) + \gamma_Q (a - \psi_Q) + \gamma_W k (b - \psi_W)} \quad (11)$$

i

$$\chi_{lim,C} = \frac{\gamma_G (1-\xi)(1+k)}{\gamma_G (1-\xi)(1+k) + \gamma_Q a + \gamma_W k b} \quad (12)$$

gdzie

$$a = 1 \text{ jeżeli } k \leq \frac{1-\psi_Q}{1-\psi_W} \quad (13)$$

lub

$$a = \psi_Q \text{ jeżeli } k > \frac{1-\psi_Q}{1-\psi_W} \quad (14)$$

oraz

$$b = \psi_W \text{ jeżeli } k \leq \frac{1-\psi_Q}{1-\psi_W} \quad (15)$$

lub

$$b = 1 \text{ jeżeli } k > \frac{1-\psi_Q}{1-\psi_W} \quad (16)$$

### 3. Szczegóły probabilistycznego modelu analizy

#### 3.1. Specyfikacja warunku granicznego

Warunek stanu granicznego specyfikowany jest dla losowych wartości zarówno nośności przekroju krytycznego, jak i wszystkich obciążeń zewnętrznych przyłożonych do rozpatrywanej belki. W rozważanym przykładzie ma on postać [3]:

$$Z = K_R R - K_E \frac{L^2}{8} (G + Q + W) = 0 \quad (17)$$

W powyższym równaniu losowe współczynniki  $K_R$  i  $K_E$  są miarami niepewności modelu obliczeniowego, odniesionymi odpowiednio do oceny losowej nośności przekroju krytycznego belki oraz do specyfikacji losowej wartości rozpatrywanego efektu kombinacji oddziaływań zewnętrznych. Jeśli do ich opisu przyjąć normalny rozkład prawdopodobieństwa, to wartości średnie obu tych współczynników będą równe  $\bar{K}_R = \bar{K}_E = 1,0$ , natomiast ich odchylenia standardowe będą niezerowe, co oznacza że  $\sigma_{KR} \neq 0$  oraz  $\sigma_{KE} \neq 0$ . Taka charakterystyka pozwala na to, aby przy wyznaczaniu odchylenia standardowego losowego zapasu bezpieczeństwa  $Z$ , czyli wartości  $\sigma_Z$ , wariacje obu tych współczynników, odpowiednio  $\sigma_{KR}^2$  i  $\sigma_{KE}^2$ , dodawać geometrycznie do pozostałych wariacji wynikających z losowej zmienności wartości poszczególnych obciążeń przyłożonych do belki. W konsekwencji tego typu podejścia, dla losowego zapasu bezpieczeństwa  $Z$  opisanego równaniem (17), globalny wskaźnik niezawodności wyznaczany jest przez stosunek:

$$\beta = \frac{\bar{Z}}{\sigma_Z} = \frac{\bar{R} - \frac{L^2}{8} (\bar{G} + \bar{Q} + \bar{W})}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_{KR}^2 + \left(\frac{L^2}{8}\right)^2 \sigma_G^2 + \left(\frac{L^2}{8}\right)^2 \sigma_Q^2 + \left(\frac{L^2}{8}\right)^2 \sigma_W^2 + \sigma_{KE}^2}} \quad (18)$$

Poszczególne zmienne losowe uwzględniane w niniejszej analizie w zależności od swojej specyfiki są zwykle modelowane z wykorzystaniem różnego rodzaju rozkładów prawdopodobieństwa. Oznacza to, że sprawą podstawową dla praktycznego zastosowania zależności (18) staje się przeliczenie parametrów tych rozkładów na odpowiadające im parametry

rozkładu normalnego, zwłaszcza w odniesieniu do kolejnych wartości średnich  $\bar{X} = m_x$  i odchyłeń standardowych  $\sigma_x$ . W niniejszym przykładzie do tego typu przeliczeń wykorzystano konwencjonalną metodę momentów probabilistycznych [4].

### 3.2. Parametry statystyczne losowej nośności krytycznego przekroju belki

Założmy, że rozważana belka wykonana jest z niskowęglowej stali S235. Do opisu losowej granicy plastyczności stali konstrukcyjnej zwykle stosuje się log-normalny rozkład prawdopodobieństwa. Przyjęcie tego typu charakterystyki i założenie, że wartość charakterystyczna tej granicy, specyfikowana na poziomie  $f_{yk} = 235$  MPa, jest kwantylem tego rozkładu określonym przy 2% prawdopodobieństwie zniżenia pozwala na wyznaczenie wartości mediany opisywanego rozkładu zgodnie z formułą:

$$\tilde{f}_y = 235 \exp(2,05 v_f) \quad (19)$$

Jeśli dalej przyjąć logarytmiczny współczynnik zmienności tej granicy na poziomie  $v_f = 0,08$ , co jest zgodne z przeprowadzonymi dla tego typu stali badaniami statystycznymi raportowanymi na przykład w [4], to w konsekwencji dla poszukiwanej mediany otrzymuje się wartość  $\tilde{f}_y = 276,9$  MPa. Wskaźnik plastycznego zginania  $\tilde{W}_{pl}$  traktuje się tu jako wielkość geometryczną, której losowa zmienność wynika ze zmienności poszczególnych wymiarów przekroju poprzecznego. W niniejszych rozważaniach przyjęto, że odczytana z tabel dla tej wielkości wartość nominalna będzie interpretowana jako wartość mediany log-normalnego rozkładu prawdopodobieństwa tej zmiennej. W takim ujęciu mediana losowej nośności krytycznego przekroju belki wyznaczana jest z zależności:

$$\tilde{R} = \tilde{W}_{pl} \tilde{f}_y \quad (20)$$

Oczywiście trzeba również założyć, że wymiary przekroju poprzecznego rozpatrywanej belki kwalifikują go do klasy 1, zgodnie z wymaganiami normy [5], tak że w stanie granicznym nośności możliwe jest jego pełne uplastycznienie bez wcześniejszej lokalnej utraty stateczności środnika lub pasów. Wartość mediany  $\tilde{f}_y$  wyznaczoną z równania (20) można z wystarczającą precyzją potraktować jako ilościowo równą odpowiadającej jej wartości średniej rozkładu normalnego  $m_R$  (co oznacza, że  $\tilde{f}_y \cong m_R$ ). Traktując równocześnie z dostatecznie dobrym przybliżeniem współczynniki zmienności rozkładu log-normalnego jako ilościowo równe odpowiadającym im współczynnikom zmienności rozkładu normalnego, a zatem akceptując wymiennosc  $v_R \cong v_{m_R}$ , można wyznaczyć wartość średnią rozkładu normalnego losowej nośności krytycznego przekroju belki. Zachodzi bowiem:

$$m_R = R_k + 2\sigma_R \quad (21)$$

Jeżeli do zmienności statystycznej granicy plastyczności stali  $v_f \cong v_{f_y}$  dodać zmienność wymiarów geometrycznych przekroju poprzecznego szacowaną w [4] na poziomie  $v_A = 0,06$ , to współczynnik zmienności losowej nośności krytycznego

przekroju poprzecznego zostanie ustalony na poziomie:

$$v_R = \sqrt{v_f^2 + v_A^2} = \sqrt{0,08^2 + 0,06^2} = 0,10 \quad (22)$$

a to w efekcie da:

$$\sigma_R = m_R v_R = 0,10 m_R \quad (23)$$

Poza tym, zgodnie z wytycznymi opublikowanymi w [6], dla oszacowania stopnia niepewności modelu obliczeniowego odniesionej do kalibracji parametrów rozkładu losowej nośności przekroju krytycznego rozpatrywanej belki można przyjąć, że:

$$\sigma_{KR} = m_{KR} v_{KR} = 1 \cdot 0,06 = 0,06 \text{ MPa} \quad (24)$$

### 3.3. Specyfika przyłożonego do belki obciążenia stałego

Miarodajna wartość ciężaru własnego obciążającego element konstrukcyjny jest zwykle ustalana jako suma ciężarów pochodzących od poszczególnych składników (w tym ciężaru samego elementu, ciężaru opartych na nim warstw stropowych, ciężaru zamontowanej na belce izolacji przeciwoogniowej, ciężaru podwieszonych do belki ewentualnych instalacji itp.). Z tego względu tego rodzaju obciążenie charakteryzowane jest na ogół normalnym rozkładem prawdopodobieństwa zmiennej losowej o stosunkowo małej zmienności i wartości charakterystycznej ilościowo równej wartości średniej, co oznacza, że  $G = m_G = G_k$ . Zgodnie z rekomendacjami podanymi w [6] w niniejszych rozważaniach przyjęto współczynnik zmienności tego rodzaju obciążenia na poziomie  $v_G = 0,06$ . Stąd  $\sigma_G = 0,06 G_k$ .

### 3.4. Obciążenie użytkowe jako dominujące obciążenie zmienne

W rozpatrywanym przykładzie obciążenie użytkowe jest interpretowane jako obciążenie dominujące w każdej z badanych kombinacji oddziaływań. Charakteryzowane jest przy tym rozkładem prawdopodobieństwa Gumbela. Zgodnie z wytycznymi [6] obciążenie to składa się z części długoterminowej  $q$  i krótkoterminowej  $p$ . Długoterminowy składnik  $q$  jest zawsze obecny, natomiast krótkoterminowy  $p$  może być aktywowany bardzo rzadko (na przykład jedynie przez kilka dni w roku). Podstawowymi parametrami opisującymi oba przywołane powyżej składniki są odpowiednio:  $\lambda$  – interpretowany jako intensywność odnowy (powrotu) składnika  $q$ ,  $v$  – stanowiący miarę intensywności odnowy (powrotu) składnika  $p$ , oraz  $d$  – określający typowy czas trwania pojedynczego oddziaływania składnika  $p$ . W konsekwencji przyjęcia takiego modelu formalnego intensywność obciążenia użytkowego jest reprezentowana przez pole losowe  $W(x,y)$  w ogólności opisujące jako suma [6]:

$$W(x,y) = m + V + U(x,y) \quad (25)$$

W powyższej zależności  $m$  – jest globalną średnią intensywnością obciążenia zależną od sposobu użytkowania budynku,  $V$  – jest zmienną losową o rozkładzie normalnym i zerowej wartości średniej,  $U(x,y)$  – jest polem losowym również o zerowej

wartości średniej, wykazującym prawoskośność. W niniejszym przykładzie przyjmuje się, że wielkości  $V$  i  $U(x,y)$  są stochastycznie niezależne.

Wariancja zmienności składnika  $q$  w tego typu modelu obciążenia wyrażona jest zależnością [6]:

$$\sigma_q^2 = \sigma_v^2 + \sigma_U^2 \frac{A_0}{A} \kappa \quad (26)$$

w której:  $\sigma_v$  – jest odchyleniem standardowym całkowitej intensywności obciążenia,  $\sigma_U$  – jest odchyleniem standardowym pola losowego o zerowej wartości średniej, opisującego przestrzenną zmienność obciążenia,  $A_0$  – jest powierzchnią odniesienia,  $A$  – jest powierzchnią wpływu, czyli rzeczywistą powierzchnią obciążenia,  $\kappa$  – jest współczynnikiem kształtu o wartości zależnej od sposobu przestrzennego rozłożenia obciążenia oraz od warunków brzegowych. Relacja analogiczna do tej z równania (26) może zostać wykorzystana do specyfikacji wartości wariancji  $\sigma_p^2$  odniesionej do składnika obciążenia krótkoterminowego  $p$ .

Niech w rozpatrywanym przykładzie dominującym obciążeniem zmiennym będzie obciążenie użytkowe typowe dla pomieszczenia biurowego. Na podstawie [6] przyjęto, że w takim przypadku:  $1/\lambda = 5$  lat,  $1/v = 0,3$  roku,  $d = 1-3$  dni oraz  $A_0 = 20$  m<sup>2</sup>. Powyższe parametry należy skojarzyć z wartościami obciążenia użytkowego specyfikowanymi dla 5-letniego okresu odniesienia. Założono je na poziomie:  $\bar{Q}_5 = 0,5$  kN/m<sup>2</sup>,  $\sigma_{v5} = 0,30$  kN/m<sup>2</sup> oraz  $\sigma_{U5} = 0,60$  kN/m<sup>2</sup> [6]. Poza tym przyjęto, że  $A = 40$  m<sup>2</sup>, a także że  $\kappa = 2$ , co jest wartością typową dla obciążenia rozłożonego na kształt zbliżony do bryły dwuwymiarowego normalnego rozkładu prawdopodobieństwa. Powyższe dane prowadzą do oszacowania:

$$\sigma_{Q5} = \sqrt{0,30^2 + 0,60^2 \times \frac{20}{40} \times 2} = 0,67 \text{ kN/m}^2 \quad (27)$$

W następnym kroku obliczeniowym przelicza się obciążenia 5-letnie na odpowiadające im wartości skojarzone z 50-letnim okresem odniesienia, co daje:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{50} &= \bar{Q}_5 + 0,78\sigma_{Q5} \ln\left(\frac{50}{5}\right) = 0,50 + 0,78 \cdot 0,67 \cdot \ln(10) = \\ &= 10 \text{ kN/m}^2 \end{aligned} \quad (28)$$

oraz

$$\sigma_{Q50} = \sigma_{Q5} \quad (29)$$

Na tej podstawie wyznacza się wartość charakterystyczną obciążenia użytkowego interpretowanego jako kwantyl rozkładu Gumbela z prawdopodobieństwem nieprzewyższenia na poziomie 98%:

$$Q_k = \tilde{Q}_{50} - u_Q \ln(-\ln(0,98)) \quad (30)$$

przy czym wartość modalna (najbardziej prawdopodobne maksimum 50-letnie):

$$\tilde{Q}_{50} = \bar{Q}_{50} - 0,45\sigma_{Q50} \quad (31)$$

natomiast gumbelowskie odchylenie standardowe:

$$u_Q = 0,78\sigma_{Q50} \quad (32)$$

Po podstawieniu założonych wcześniej danych liczbowych otrzymano  $Q_k = 3,43$  kN/m<sup>2</sup>. To oznacza, że  $\bar{Q}_{50} \cong 0,5 Q_k$ , a także, że  $\sigma_{Q50} = 0,195Q_k$ .

### 3.5. Obciążenie wiatrem jako towarzyszące obciążenie zmienne

Losowe obciążenie wiatrem, modelowane również przez rozkład prawdopodobieństwa Gumbela, jest w prezentowanym przykładzie traktowane jako niedominujące obciążenie towarzyszące. Z tego względu, zgodnie z zasadą sformułowaną przez Turkstrę, w badanych kombinacjach oddziaływań w miejsce większych wartości reprezentatywnych obciążeń 50-letnich uwzględnia się jedynie znacznie od nich mniejsze wartości maksimum jednorocznych. Niech wartość średnia jednorocznego maksimum prędkości wiatru estymowana z próby jako średnia rozkładu normalnego będzie równa  $\bar{v}_1 = 25$  m/s natomiast odpowiadające jej gaussowskie odchylenie standardowe osiągnie poziom  $\sigma_{v1} = 5$  m/s. Przeliczenie tych wartości na maksima 50-letnie modelowane rozkładem prawdopodobieństwa Gumbela daje odpowiednio wartość modalną  $\tilde{v}_{50} = 38,01$  m/s i gumbelowskie odchylenie standardowe  $u_{v50} = 3,90$  m/s. W konsekwencji wyznacza się wartość charakterystyczną losowego 50-letniego maksimum prędkości wiatru jako odpowiedni kwantyl rozkładu Gumbela otrzymując  $v_{k50} = 53,22$  m/s. Do praktycznego zastosowania wzoru (18) potrzebna jest jednak znajomość wartości średniej losowego jednorocznego maksimum obciążenia wiatrem  $\bar{W}_1$  oraz odpowiadającego tej wartości odchylenia standardowego  $\sigma_{W1}$  wyrażonych w funkcji wartości charakterystycznej losowego 50-letniego maksimum obciążenia  $W_{k50}$ . Obie te relacje otrzymano w sposób przybliżony, zakładając proporcjonalność:

$$\left(\frac{\bar{W}_1}{W_{k50}}\right) = \left(\frac{\bar{v}_1}{v_{k50}}\right)^2 \quad (33)$$

co dało:

$$\bar{W}_1 = \left(\frac{25}{53,22}\right)^2 W_{k50} = 0,22W_{k50} \quad (34)$$

oraz, po wykorzystaniu zasady geometrycznego sumowania:

$$\frac{\sqrt{2}\sigma_{v1}}{v_{k50}} = \frac{\sigma_{W1}}{W_{k50}} \quad (35)$$

Po wstawieniu danych liczbowych proporcja (35) prowadzi do oszacowania  $\sigma_{v1} = 0,133 W_{k50}$ .

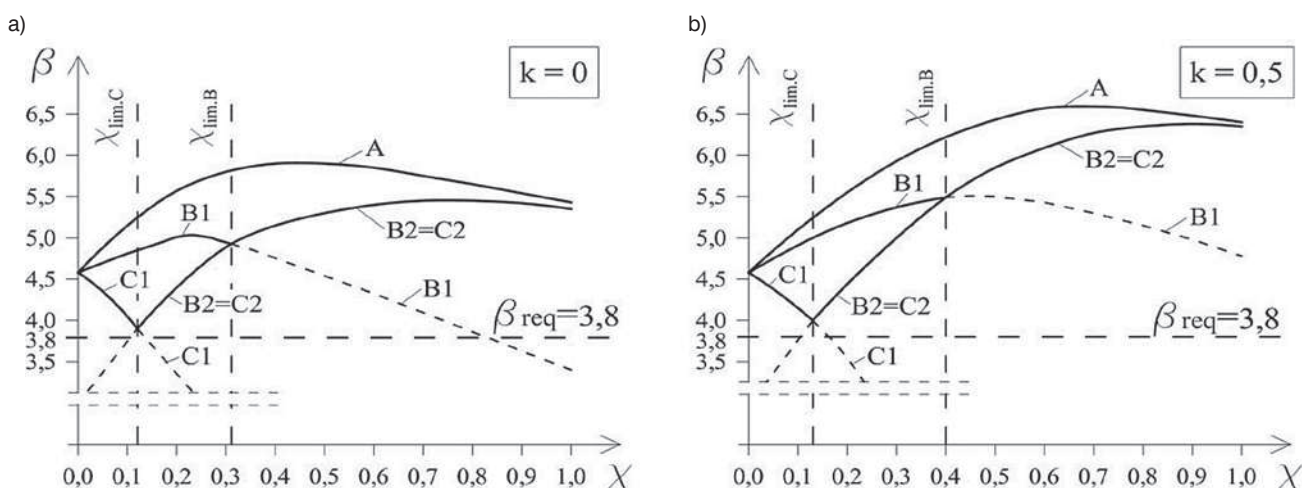
W odniesieniu do współczynnika  $K_E$  będącego miarą niepewności modelu obliczeniowego skojarzonej z wyznaczaniem miarodajnego efektu przyłożonych do belki oddziaływań zewnętrznych, na podstawie wytycznych [6], przyjęto wartość  $\sigma_{KE} = 0,10$  kN/m<sup>2</sup>.

#### 4. Etapy proponowanej procedury obliczeniowej

Podstawowym celem procedury obliczeniowej użytej w przykładzie prezentowanym w niniejszym artykule jest weryfikacja przebiegu relacji  $\beta = \beta(\chi)$  specyfikowanej osobno dla każdej reguły kombinacji oddziaływań zewnętrznych wybranej do szczegółowej analizy (reguły te oznaczono kolejno symbolami A, B i C). Aby to uczynić, w zależności (18) wszystkie wartości średnie jak również wszystkie odchylenia standardowe odniesione do normalnego rozkładu prawdopodobieństwa zostały zamienione na odpowiadające im wyrażenia, z których każde zależy jedynie od stowarzyszonej z tymi wartościami wartości charakterystycznej. Te wyrażenia zostały w tekście szczegółowo wyprowadzone dla każdego typu obciążenia przyłożonego do belki. W następnym kroku proponowanej procedury efektywnie stosuje się formuły (8–10), co pozwala na wyznaczenie wartości charakterystycznych kolejnych obciążeń zewnętrznych, odpowiednio  $G_k, Q_k$  i  $W_k = W_{k,1}$ , na podstawie skojarzonych z nimi wyrażen zależnych jedynie od bezwymiarowych parametrów  $\chi$  i  $\kappa$ . Po tych zamianach wynikiem zastosowania równania (18) jest poszukiwana funkcja  $\beta = \beta(\chi)$ , o przebiegu zdeterminowanym wybraną wartością parametru  $k$ . Wartości tej funkcji w całym zakresie  $0 \leq \chi \leq 1$  odnosi się w końcu do wymaganej wartości  $\beta_{req}$ , w prezentowanym przykładzie przyjętej na poziomie  $\beta_{req} = 3,8$ , aby sprawdzić, czy gwarantowany poziom bezpieczeństwa jest wystarczający (to znaczy czy zachodzi  $\beta \geq \beta_{req}$ ). Oczywiście otrzymane wyniki ilościowe zależą od gatunku stali, z której rozpatrywana belka została wykonana oraz od typu, rozmiaru i proporcji kształtu przekroju poprzecznego zastosowanego na nią dwuteownika.

#### 5. Omówienie wyników uzyskanych na podstawie przeprowadzonych obliczeń

W przykładzie analizowanym w niniejszej pracy weryfikuje się uzyskany poziom bezpieczeństwa przy założeniu że rozważana belka została wykonana z dwuteownika IPE300. Poszczególne relacje  $\beta = \beta(\chi)$  otrzymane po zastosowaniu rekomendowanej procedury obliczeniowej prezentowane są na rysunku 1. Szczegółowo rozważa się przy tym i wzajemnie porównuje dwa jakościowo różne przypadki obciążenia. Pierwszy z nich, pokazany na rysunku 1a, dotyczy sytuacji, dla której założono że  $k = 0$ , co oznacza że losowe obciążenie użytkowe było jedynym obciążeniem zmiennym przyłożonym do belki. Drugi natomiast, zilustrowany na rysunku 1b, skojarzono z sytuacją, gdy  $k = 0,5$ , a więc gdy losowemu obciążeniu użytkowemu towarzyszyło losowe obciążenie wiatrem o wartości charakterystycznej o połowę mniejszej od tego, którą wyznaczono wcześniej dla obciążenia dominującego. Jak łatwo zauważyć, w obu rozpatrywanych przypadkach, w całym zakresie  $0 \leq \chi \leq 1$ , uzyskany poziom bezpieczeństwa okazał się być wystarczający spełnia bowiem założone wymagania niezależnie od przyjętej do analizy reguły kombinacji oddziaływań zewnętrznych. W ogólności, reguła A jest zawsze regułą najbardziej konserwatywną. Wynika to z faktu, że przy jej stosowaniu redukcji nie podlega ani efekt oddziaływań pochodzący od obciążenia stałego (czyni się to na ogół przy użyciu współczynnika  $\xi = 0,85$ ), ani też efekt oddziaływania dominującego obciążenia zmiennego (co można osiągnąć przez zastosowanie współczynnika odniesionego do wartości kombinacyjnej tego obciążenia  $\psi_0 = 0,7$ ). Zauważmy przy tym, że wyższa wartość gwarantowanego poziomu bezpieczeństwa osiągnięta jest w tym przypadku przy odpowiednio dużej wartości parametru  $\chi$ , a więc wtedy, gdy wpływ oddziaływania obciążenia stałego jest już niewielki. Ten efekt wydaje się być wyraźniejszy w przypadku belki obciążonej



**Rys. 1.** Poziomy gwarantowanego bezpieczeństwa otrzymane dla belki rozważanej w przykładzie przy zastosowaniu różnych reguł ustalania miarodajnego efektu kombinacji oddziaływań zewnętrznych (oznaczanych odpowiednio literami A, B i C), w tym: a) przypadek, gdy obciążenie użytkowe było jedynym obciążeniem zmiennym przyłożonym do belki, b) przypadek, gdy obciążenie użytkowe było dominującym obciążeniem zmiennym, natomiast obciążenie wiatrem było obciążeniem towarzyszącym

dwoma rodzajami obciążenia zmiennego, na przykład gdy zachodzi  $k = 0,5$ , co pokazano na rysunku 1b. Jeżeli rozpatrywana belka obciążona jest jedynie jednym obciążeniem zmiennym o charakterze obciążenia użytkowego, wtedy poziom bezpieczeństwa w całym zakresie  $0 \leq \chi \leq 1$  okazuje się być bardziej wyrównany (rys. 1a). Porównanie wyników otrzymanych dla kombinacji oddziaływań oznaczonej symbolem B z odpowiadającymi im wynikami skojarzonymi z analogiczną kombinacją opisaną symbolem C prowadzi do wniosku, że druga z tych kombinacji jest wykalibrowana znacząco bardziej ryzykownie. Konkluzja ta staje się szczególnie dobrze uzasadniona, gdy parametr  $\chi$  osiąga wartości zbliżone do wartości granicznej  $\chi = \chi_{limC}$ .

obciążeń zmiennych. W każdej z analizowanych kombinacji redukcja globalnego efektu oddziaływań zewnętrznych przebiegała inaczej, co wynikało z różnego rozpisania wpływów wymienionych powyżej współczynników. Jak widać, rozważne sterowanie tymi parametrami umożliwi odpowiednio, ale zarazem bezpieczne różnicowanie poziomu bezpieczeństwa gwarantowanego użytkownikowi danego ustroju nośnego. Należy jednak przyznać, że uzyskanie odpowiednio wysokiej wartości globalnego wskaźnika niezawodności  $\beta$  jest warunkowane tym, że częściowe współczynniki bezpieczeństwa rekomendowane do stosowania w normie [1] w odniesieniu do obciążeń przyłożonych do belki zostały wcześniej wykalibrowane na wystarczająco wysokim poziomie.

## 6. Podsumowanie

Obliczenia przeprowadzone w niniejszym artykule, na podstawie procedury zaproponowanej w pracy [2], pokazały, że każda z reguł kombinacji oddziaływań zewnętrznych rekomendowana do użycia w normie [1] w przypadku analizowania trwałej sytuacji projektowej, jest dobrze wykalibrowana, ponieważ jej stosowanie w całym zakresie  $0 \leq \chi \leq 1$  zapewnia wymagany poziom bezpieczeństwa. Jest to ważny wniosek, bowiem w regulacjach definiujących te reguły stosowane są rozmaite współczynniki redukcyjne, począwszy od współczynnika  $\xi = 0,85$  redukującego wartość charakterystyczną losowego efektu oddziaływania obciążenia stałego, a kończąc na współczynnikach  $\psi_0$  specyfikujących wartości kombinacyjne losowych efektów oddziaływania poszczególnych

Referat prezentowany na konferencji KRYNICA 2018

### BIBLIOGRAFIA

- [1] PN-EN 1990 Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji
- [2] Gulvanessian H., Holicky M., Reliability based calibration of Eurocodes considering a steel member, JCSS Workshop on Reliability Based Code Calibration, Zurich, Switzerland, marzec 21–22, 2002
- [3] Maślak M., Niezawodność belki stalowej projektowanej według EN1990 przy różnych regułach kombinacji obciążeń, Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej Konstrukcje Metalowe ZK2014, Kielce – Suchedniów, 2–4.07.2014
- [4] Murzewski J., Niezawodność konstrukcji inżynierskich, Warszawa, Arkady, 1989
- [5] PN-EN 1993-1-1 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków
- [6] JCSS, Probabilistic Model Code, Joint Committee of Structural Safety, ([www.jcss.byg.dtu.dk](http://www.jcss.byg.dtu.dk))



**ORGANIZATOR KONFERENCJI:**  
 POLSKA IZBA GOSPODARCZA RUSZTOWAŃ

**WSPÓŁORGANIZATOR:**  
 Konsorcjum naukowe projektu ORKWIZ

**II KONFERENCJA NAUKOWO-TECHNICZNA  
RUSZTOWANIA**

**TEMATYKA PRZEWODNIA EDYCJI:**  
 Praktyczne aspekty funkcjonowania rusztowań

**22-23 listopada 2018**  
**Sala konferencyjna Hotel WODNIK**  
**Słok k/Bełchatowa**

**Konsorcjum naukowe projektu  
ORKWIZ**  
  
**DLA CHĘTNYCH DODATKOWY MODUŁ:**  
 Warsztat dla projektantów rusztowań.  
  
 Więcej informacji na temat konferencji oraz formularz zgłoszeniowy znajdą Państwo na stronie [www.pigr.pl](http://www.pigr.pl)  
  
**Zapraszamy!**

Konferencja podsumowująca projekt PBS3/A2/19/2015 „Model oceny ryzyka wystąpienia katastrof budowlanych, wypadków i zdarzeń niebezpiecznych na stanowiskach pracy z wykorzystaniem rusztowań budowlanych” finansowany przez NCBiR w ramach PBS3.


 II KONFERENCJA  
 NAUKOWO-TECHNICZNA  
 RUSZTOWANIA

