

Bartosz Szelaąg, Adam Kiczko, Lidia Dąbek

Analiza wrażliwości i niepewności modelu hydrodynamicznego (SWMM) do prognozowania odpływu wód opadowych ze zlewni zurbanizowanej – studium przypadku

Obserwowany wzrost ilości wód opadowych przekłada się na zwiększenie liczby zjawisk wylewania ścieków deszczowych na powierzchnię terenu, częstości działania przelewów burzowych, a co za tym idzie – również przepelnień zbiorników retencyjnych. Do ilościowego ujęcia tego problemu potrzebna jest analiza funkcjonowania sieci kanalizacji deszczowej na podstawie wyników wieloletnich badań. Ponieważ są one bardzo kosztowne, dlatego opracowuje się hydrodynamiczne modele zlewni, które w obliczeniach hydrogramu odpływu ścieków deszczowych ze zlewni dają możliwość uwzględnienia dynamiki opadów atmosferycznych, kierunku i szybkości przemieszczania się frontów opadowych, powierzchni zlewni cząstkowych, przebiegu sieci kanalizacyjnej, a także zróżnicowanego sposobu zagospodarowania i ukształtowania powierzchni zlewni. Z danych literaturowych wynika, że jednym z często stosowanych modeli hydrodynamicznych do prognozowania ilości i jakości ścieków deszczowych w zlewniach zurbanizowanych jest program SWMM (storm water management model) [1–5]. Aby jednak model mógł stanowić użyteczne narzędzie do oceny działania sieci kanalizacyjnej, niezbędną jest identyfikacja parametrów zlewni oraz sieci kanalizacyjnej (szerokość drogi spływu, retencja terenowa, udział powierzchni uszczelnionych, współczynniki szorstkości itp.), która opiera się na porównaniu zgodności hydrogramu pomierzonego z uzyskanym w wyniku symulacji.

Identyfikacja parametrów modeli hydrodynamicznych przyjmuje najczęściej postać zadania optymalizacji deterministycznej, gdzie poszukiwana jest kombinacja parametrów, które – na podstawie przyjętych kryteriów – pozwalają na najlepsze dopasowanie danych pomiarowych do wartości pomierzonych. Stosowane są przy tym różne techniki, począwszy od powszechnie stosowanej metody prób i błędów [3], po metody automatyzujące ten proces, jak np. algorytmy genetyczne, ewolucyjne [6–8] czy też liczne metody opierające się na próbkowaniu w symulacji

Monte Carlo [9]. Od 30 lat równolegle rozwijane jest podejście probabilistyczne, którego głównym celem – obok uzyskania zadowalającego odwzorowania rzeczywistego przebiegu procesu – jest również analiza niepewności modelu (prognozy jego dokładności). Autorzy pracy [10] wykazali, że w złożonych modelach identyfikacja parametrów, w przypadku przeważnie niewielkiej liczby danych pomiarowych, jest trudna i często prowadzi do wieloznacznego rozwiązania, w którym zadowalające odwzorowanie wartości pomierzonych uzyskuje się stosując różne kombinacje parametrów. Ze względu na brak możliwości określenia jednego optymalnego zbioru parametrów, poprawniejsze jest rozpatrywanie ich rozkładu prawdopodobieństwa, którego charakter powinien być przedmiotem identyfikacji. Założenie losowości parametrów pozwala dodatkowo na odzwierciedlenie znacznie szerzej interpretowanej niepewności modelu, obejmującej zarówno efekt błędów pomiarowych, jak i przyjętych uproszczeń w opisie matematycznym badanego zjawiska [9].

Jedną z pierwszych prac poświęconych analizie niepewności modeli hydrologicznych opublikował G. Kuczera [11], który wykorzystał formułę Bayesa, przyjmując, że niepewność parametru można opisać za pomocą rozkładu prawdopodobieństwa uwarunkowanego obserwacjami. W przypadku złożonych modeli nieliniowych, pełne wnioskowanie Bayesa jest rzadko stosowane ze względu na trudność w sformalizowaniu modelu błędu [12]. Do modelowania odpływu wód opadowych ze zlewni zurbanizowanych podejście to jest wykorzystywane w przypadku prostych zależności regresyjnych [13]. Dlatego też w praktyce używane są metody o słabszych założeniach formalnych, których przykładem jest uogólniona metoda estymacji niepewności za pomocą funkcji wiarygodności (GLUE – generalised likelihood uncertainty estimation) [9]. Metoda ta jest nieformalną postacią wnioskowania bayesowskiego, opartą na metodzie Monte Carlo, w której parametry są losowane zgodnie z założonym rozkładem zmienności i oceniane względem wiarygodności odpowiadającego im wyniku modelu [14, 15].

Ze względu na liczbę parametrów ujętych w modelach matematycznych, wymagane nakłady obliczeniowe mogą utrudnić estymację parametrów. W związku z tym analiza niepewności wielokrotnie bywa uzupełniana analizą wrażliwości [16, 17], mającą na celu wyznaczenie parametrów istotnie wpływających na wyjście modelu. Pozwala to na określenie głównych źródeł niepewności oraz potencjalne ograniczenie liczby parametrów do tych, które istotnie

Dr inż. B. Szelaąg: Politechnika Świętokrzyska, Wydział Inżynierii Środowiska, Geomatyki i Energetyki, Katedra Geotechniki i Inżynierii Wodnej, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce
bszelaag@tu.kielce.pl

Dr A. Kiczko: Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Katedra Inżynierii Wodnej, ul. Nowoursynowska 159, 02-878 Warszawa
adam_kiczko@sggw.pl

Dr hab. L. Dąbek: Politechnika Świętokrzyska, Wydział Inżynierii Środowiska, Geomatyki i Energetyki, Katedra Technologii Wody i Ścieków, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce
ldabek@tu.kielce.pl

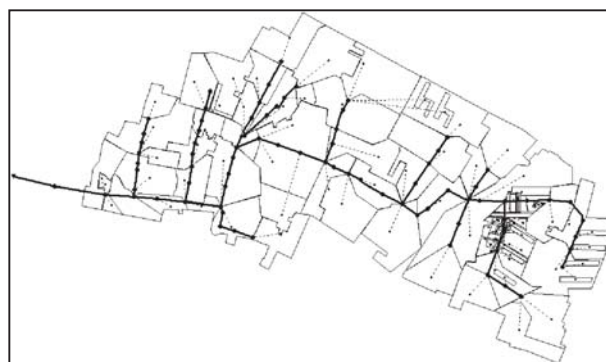
wpływają na wynik obliczeń. Z dostępnych danych literaturowych [18, 19] wynika, że wrażliwość modelu na parametry jest często analizowana z wykorzystaniem metody globalnej analizy wrażliwości (GSA – global sensitivity analysis) [20]. Jest to metoda wariacyjna, która pozwala oszacować udział poszczególnych parametrów w wariancji wyjścia modelu z zastosowaniem metody Monte Carlo. W związku z podobieństwem numerycznym GSA z GLUE, możliwe jest połączenie tych dwóch technik w postaci GSA-GLUE [21]. Przez wykonanie obliczeń metodą Monte Carlo na wspólnej próbie, zwiększa się jej skuteczność obliczeniową oraz możliwe jest wykorzystanie informacji o wiarygodności kombinacji parametrów w analizie wrażliwości, korygując w ten sposób wpływ przeważnie słabego założenia dotyczącego wariancji parametrów.

Zastosowanie metod analizy wrażliwości i niepewności w modelach zlewni zurbanizowanych jest obecnie przedmiotem licznych publikacji zagranicznych, czego przykładem może być praca przeglądowa [22] czy bardziej aplikacyjna praca [23]. Popularna w innych obszarach hydrologii metodologia GSA-GLUE, rzadko bywa jednak stosowana w obliczeniach hydrogramu odpływu wód opadowych ze zlewni zurbanizowanych. W literaturze krajowej jest stosunkowo niewiele prac poświęconych analizie wrażliwości i niepewności modeli hydrodynamicznych zlewni zurbanizowanych [4, 24]. Analizy zlewni na terenie Częstochowy wykazały dużą wrażliwość modelowanego hydrogramu odpływu (przepływu maksymalnego podczas kulminacji i objętości) na szerokość drogi spływu [4], co znalazło również potwierdzenie w innych pracach [25–27].

Mając na względzie złożoność modeli hydrodynamicznych zlewni zurbanizowanych, w niniejszym artykule przedstawiono przykład wykorzystania metody GSA-GLUE do analizy niepewności i wrażliwości modelu do prognozowania spływu powierzchniowego na parametry zlewni cząstkowych i sieci kanalizacyjnej (retencja i współczynnik szorstkości terenów uszczelnionych i nieuszczelnionych, udział powierzchni uszczelnionych, szerokość pasa spływu, spadek terenu, współczynnik szorstkości ścian kanałów). Do analiz wykorzystano model zlewni miejskiej opracowany w programie SWMM. Przeprowadzone badania miały na celu wskazanie parametrów mających najistotniejszy wpływ na obliczony hydrogram odpływu wód opadowych.

Obiekt badań

Analizowana zlewnia, o powierzchni 62 ha, leży w centralno-wschodniej części Kielc (rys. 1). Główny kolektor (Si9) ma długość 1569 m, a jego średnica na odcinku od początku do wylotu zmienia się od 600 mm do 1250 mm. Kanał ten odbiera ścieki deszczowe z 17 kanałów bocznych, przy czym łączna długość sieci wynosi 5583 m. Zbudowę zlewni stanowią przede wszystkim osiedla mieszkaniowe, budynki użyteczności publicznej i ulice. Ogółem dachy stanowią 14,3%, chodniki 8,4%, a parkingi 11,2% powierzchni zlewni kolektora. Powierzchnia dachów z odpływem wód opadowych bezpośrednio do kanałów stanowi 72,5% powierzchni wszystkich dachów. W odległości 3,0 m od wlotu kolektora Si9 do komory rozdzielacza zamontowany jest przepływomierz ultradźwiękowy TELEDYNE ISCO 2150, a w odległości około 2 km od północnej granicy zlewni zlokalizowany jest posterunek opadowy. Szczegółowy opis analizowanej zlewni i zastosowanych urządzeń pomiarowych znajduje się w pracy [28].



Rys. 1. Schemat zlewni zurbanizowanej kolektora Si9 w programie SWMM

Fig. 1. Schematic diagram of the channel Si9 urbanized basin in SWMM

Do obliczeń ilości ścieków deszczowych wykorzystano model hydrodynamiczny zlewni kanału Si9 wykonany w programie SWMM 5.0.022. Obszerny opis zastosowanego narzędzia i zasady wyznaczania parametrów zlewni cząstkowych można znaleźć w pracy [29]. Rozpatrywany model był już poddany kalibracji deterministycznej (bez uwzględnienia niepewności parametrów), której opis znajduje się w pracy [3]. Średni spadek powierzchni terenu, stopień uszczelnienia oraz powierzchnie poszczególnych zlewni cząstkowych zostały określone na podstawie map w skali 1:500, natomiast średnice, spadki, długości kanałów, rzędne dna i włączów poszczególnych studni kanalizacyjnych wyznaczono na podstawie informacji otrzymanych od eksploatatora sieci kanalizacyjnej (Miejski Zarząd Dróg w Kielcach). Uzyskane w ten sposób wartości poszczególnych parametrów posłużyły do określenia zakresów ich zmienności na potrzeby metody GSA-GLUE. Model składał się z 92 zlewni cząstkowych o powierzchni od 0,12 ha do 2,10 ha, 200 studni kanalizacyjnych oraz 72 odcinków przewodów. Udział powierzchni uszczelnionych w poszczególnych zlewniach cząstkowych zmieniał się od 5% do 95%, przy czym w odniesieniu do całkowitej powierzchni zlewni wynosił 53%, natomiast średni spadek terenu zmieniał się w zakresie 0,5÷10%. Do kalibracji i walidacji modelu wykorzystano wyniki pomiarów wysokości opadów i przepływów prowadzonych w latach 2009–2011.

Metody

Filarem techniki GSA-GLUE jest probabilistyczne sformułowanie zadania identyfikacji parametrów w myśl techniki GLUE. W podejściu najczęściej stosowanym w praktyce poszukuje się jednego zdeterminowanego zbioru parametrów, który pozwala na uzyskanie najlepszego dopasowania wyników symulacji otrzymanych za pomocą modelu do wartości pomierzonych. Ujęcie probabilistyczne wynika ze spostrzeżenia, że w przypadku modeli o znacznej liczbie parametrów, przeprowadzenie rozwiązania odwrotnego, mającego na celu wyznaczanie wartości parametrów na podstawie danych pomiarowych, może prowadzić do wielu równoznacznych rozwiązań [10]. Istnienie różnych kombinacji parametrów, które pozwalają na uzyskanie zadowalającego odwzorowania dynamiki analizowanego procesu przez model, wynika z braku dostatecznych danych potrzebnych do ich jednoznacznego określenia. Jednym z możliwych rozwiązań tego problemu jest przyjęcie probabilistycznej postaci zadania identyfikacji parametrów. W takim przypadku odrzuca się istnienie

jednej optymalnej kombinacji na rzecz losowego rozkładu parametrów, którego właściwości są określane w procesie identyfikacji. Probabilistyczny opis przestrzeni parametrów w metodzie GLUE służy również do opisu niepewności samego modelu, gdzie zmienność parametrów jest utożsamiana nie tylko z niewystarczającą liczbą danych, ale również niedoskonałością odwzorowania rzeczywistego procesu (niedokładność danych, nieadekwatność opisu matematycznego, wprowadzone uproszczenia [30]).

Problem identyfikacji parametrów w metodzie GLUE został sformułowany w myśl estymacji bayesowskiej w postaci zależności:

$$M(X|Q) = \frac{M(X)M(Q|X)}{M(Q)} \quad (1)$$

w której:

X – wektor parametrów modelu

$M(X)$ – rozkład *a priori* parametrów

Q – wektor zmierzonych wartości przepływu

$M(Q|X)$ – funkcja wiarygodności

$M(X|Q)$ – wynikowy rozkład *a posteriori*

$M(Q)$ – czynnik skalujący (określany w taki sposób, że $\sum M(X|Q) = 1$)

Rozkład *a priori* $M(X)$ odzwierciedla początkowe założenie o zmienności parametrów. W przypadku modeli matematycznych stosowanych do opisu spływu powierzchniowego przeważnie brak jest wiedzy o strukturze jego rozkładu i znany jest co najwyżej zakres dopuszczalnych wartości parametrów, wynikający z ich fizycznej interpretacji. W analizowanym przypadku przyjęto, że rozkład ten ma charakter jednostajny, co jest częstą praktyką w tego typu zastosowaniach [30, 31].

Identyfikacja parametrów modelu w metodzie GLUE polega na transformacji rozkładu *a priori* do rozkładu *a posteriori* za pomocą funkcji wiarygodności, warunkującej prawdopodobieństwo kombinacji parametrów w zależności od jakości dopasowania wyniku obliczeń do wartości pomierzonych. W niniejszych rozważaniach zastosowano następującą postać funkcji wiarygodności [12, 28]:

$$M(Q|X) = \exp\left[\frac{-r}{kV(r)}\right] \quad (2)$$

w której:

k – parametr skalujący

$V(\cdot)$ – wariancja

r – średnia sumy kwadratów odchyłeń wartości symulowanej od pomierzonej, obliczona z zależności:

$$r = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (Q_{m,k} - Q_{s,k})^2 \quad (3)$$

w której:

$Q_{m,k}$ – pomierzona wartość strumienia objętości ścieków deszczowych w przekroju zamykającym rozpatrywaną zlewnię z krokiem $k=1$ min, m^3/s

$Q_{s,k}$ – prognozowana wartość strumienia objętości ścieków deszczowych z użyciem programu SWMM, m^3/s

Zgodnie z założeniami GLUE, równanie (1) jest rozwiązywane z wykorzystaniem metody Monte Carlo. W pierwszym kroku tworzona jest próba parametrów z zakładanego rozkładu *a priori*. Model jest uruchamiany przy każdej kombinacji parametrów stanowiącej wektor $X=[x_1, x_2, \dots, x_i]$ i na podstawie obliczonych oraz pomierzonych hydrogramów odpływu (Q) wyznaczane są wartości funkcji wiarygodności, a co za tym idzie – również rozkłady *a posteriori*.

W niniejszych rozważaniach uzupełnienie analizy niepewności metodą GLUE stanowiła analiza wrażliwości wykonana za pomocą metody GSA (global sensitivity analysis) [20]. Analiza wrażliwości pozwala na określenie wpływu wariancji parametrów na wariancję wyjścia modelu. Dzięki temu możliwe jest określenie tych parametrów, które mają zasadniczy wpływ na niepewność całego modelu. Metoda GSA należy do grupy metod wariacyjnych i opiera się na dekompozycji wariancji w postaci [32]:

$$V(Y) = V[E|X_i=x_i^*] + E[V(Y|X_i=x_i^*)] \quad (4)$$

w której:

Y – wyjście z modelu

$E(Y|X_i=x_i^*)$ i $V(Y|X_i=x_i^*)$ – odpowiednio wartość oczekiwana i wariancja wyjścia modelu przy ustalonej wartości i -tego parametru X_i na x_i^*

Funkcje $E(\cdot)$ i $V(\cdot)$ są określone względem parametru X_i przyjmującego różne wartości w swoim przedziale zmienności. Jeśli ustalony zostanie parametr, na który model jest wysoce wrażliwy, oczekiwana przy różnych wartościach X_i wariancja wyjścia $E[V(Y|X_i=x_i^*)]$ powinna być stosunkowo nieduża, gdyż w członie $V(Y|X_i=x_i^*)$ nie uwzględnia się zmienności tego parametru. Znaczenie parametru objawi się dużą wariancją członu $V[E|X_i=x_i^*]$ wówczas, gdy wraz z parametrem X_i zmianie będzie ulegała wartość oczekiwana wyjścia. Wariancja wyjścia modelu opisywana drugim członem równania (4) wiąże się z bezpośrednim oddziaływaniem wariancji parametru X_i . Na tej podstawie w metodzie GSA zaproponowano miarę wrażliwości modelu na i -ty parametr, tzw. wskaźnik wrażliwości pierwszego rzędu (S_i) [20]:

$$S_i = \frac{V[E(Y|X_i=x_i^*)]}{V(Y)} \quad (5)$$

Dekompozycję wariancji przedstawioną równaniem (4) można również wykonać ustalając wartości wszystkich innych parametrów ($X_{-i}=x_{-i}^*$) niż X_i , otrzymując:

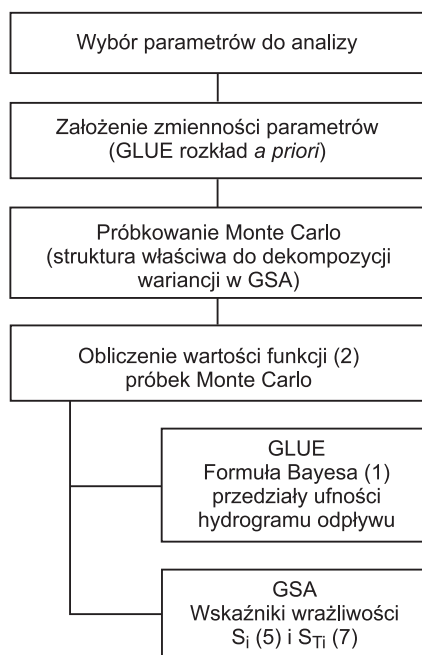
$$V(Y) = V[E|X_{-i}=x_{-i}^*] + E[V(Y|X_{-i}=x_{-i}^*)] \quad (6)$$

W równaniu (6), tak jak poprzednio w zależności (4), pierwszy człon opisuje część wariancji modelu, będącej efektem bezpośredniego oddziaływania parametrów X_{-i} na wyjście Y . Drugi człon określa natomiast udział parametru X_i z uwzględnieniem jego interakcji z pozostałymi (X_{-i}). Na tej podstawie definiowany jest wskaźnik wrażliwości całkowitej (S_{Ti}), opisujący całkowitą wrażliwość modelu na parametr X_i , opisany wzorem [20]:

$$S_{Ti} = \frac{V[E(Y|X_{-i}=x_{-i}^*)]}{V(Y)} \quad (7)$$

Zasadniczy problem w określaniu wartości wskaźników wrażliwości we wzorach (5) i (7) polega na tym, że do ich wyznaczenia konieczna jest znajomość wariancji parametrów. Jednym z możliwych rozwiązań jest połączenie analizy wrażliwości z identyfikacją parametrów z zastosowaniem metody GSA-GLUE [10]. Analiza wrażliwości jest przeprowadzana względem wskaźnika przyjmującego tę samą formę, jaką przyjmuje funkcja wiarygodności stosowana w metodzie GLUE, co pozwala na analizę wariancji modelu utożsamianej w tej metodzie z niepewnością. Dekompozycja wariancji jest wykonywana techniką Monte Carlo, przy czym konieczne jest zachowanie odpowiedniej struktury próby, ze względu na ustalanie poszczególnych wartości grup parametrów $X_i=x_i^*$ oraz $X_{-i}=x_{-i}^*$, zgodnie

z równaniami (4) i (6). Najczęściej odpowiednio przygotowaną próbę stosuje się zarówno do identyfikacji parametrów metodą GLUE, jak i analizy wrażliwości. Poszczególne etapy techniki GSA-GLUE obrazuje rysunek 2.



Rys. 2. Schemat techniki GSA-GLUE
Fig. 2. Schematic diagram of a typical GSA-GLUE application

W niniejszym artykule do analizy wrażliwości i niepewności zastosowano metodę GSA-GLUE, która obejmowała identyfikację rozkładów *a posteriori* parametrów modelu i ocenę wpływu współczynnika szorstkości (n_u, n_n) oraz retencji terenów uszczelnionych (d_u) i nieuszczelnionych (d_n), szerokości drogi spływu (W), udziału powierzchni uszczelnionej (U), spadku powierzchni zlewni cząstkowych (J), a także współczynnika szorstkości przewodów sieci kanalizacyjnej (n_k) na hydrogram odpływu wód opadowych ze zlewni. Zakresy zmienności poszczególnych parametrów w modelu SWMM, jako definicji rozkładu *a priori*, wyznaczono na podstawie danych literaturowych zawartych w pracach [8, 33, 34]. W rozważaniach przyjęto odpowiednio: $d_u = 1,0 \div 2,0$ mm, $d_n = 2,0 \div 5,0$ mm, $n_u = 0,010 \div 0,035$ m^{-1/3}s, $n_n = 0,025 \div 0,90$ m^{1/3}s, $n_k = 0,013 \div 0,03$ m^{-1/3}s, αU oraz βJ (α i β – wartości liczbowe parametrów w zakresie 0,8 ÷ 1,2). W literaturze opisywane są różne metody wyznaczania szerokości drogi spływu, jednakże w wielu przypadkach narzucają one konieczność jej określania w każdej zlewni cząstkowej indywidualnie, w zależności od jej kształtu, układu kolektora w planie itp. W analizie niepewności stanowi to istotne utrudnienie i znaczne wydłużenie czasu obliczeń. Dlatego też szerokość drogi spływu opisano zależnością $W = \varepsilon A^{0,5}$ (A – pole powierzchni zlewni cząstkowej), w której przyjęto $\varepsilon = 0,05 \div 4,0$.

Wyniki rozważań

W przyjętych zakresach (jednostajnych rozkładów *a priori*) liczbowych parametrów modelu ($n_u, n_n, \varepsilon, \alpha, \beta$), identycznych we wszystkich zlewniach cząstkowych, wylosowano 10000 kombinacji ich wartości, stosując technikę Monte Carlo. Zachowano przy tym strukturę próby, wymaganą do przeprowadzenia dekompozycji wariancji w metodzie GSA. W przypadku każdej pojedynczej próbk

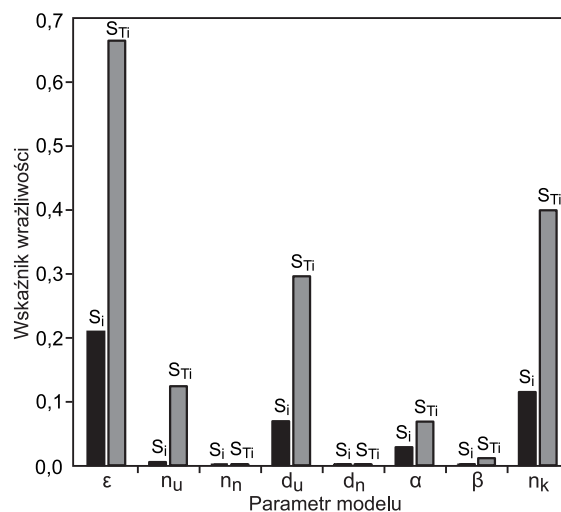
Monte Carlo obliczono z użyciem modelu SWMM hydrogramy odpływu wybranych zdarzeń opadowych (tab. 1) i na podstawie wartości pomierzonych przepływów $Q(t_j)$ podczas wezbrań 15 września 2010 r. oraz 8 lipca 2011 r. wyznaczono wartości funkcji wiarygodności. Obliczone wartości tej funkcji posłużyły do określenia (zgodnie z GSA) wskaźników wrażliwości oraz metodą GLUE przedziałów ufności symulowanych hydrogramów odpływu.

Tabela 1. Charakterystyki rozpatrywanych zdarzeń opadowych oraz objętości hydrogramów odpływu wód deszczowych ze zlewni
Table 1. Characteristics of analyzed rainfall events including the total basin outflow hydrograms

| Data | H_d , mm | t_d , min | V_d , m ³ |
|------------|------------|-------------|------------------------|
| 30-05-2010 | 12,5 | 107 | 1908 |
| 30-07-2010 | 16,5 | 270 | 3415 |
| 15-09-2010 | 9,2 | 286 | 2221 |
| 08-07-2011 | 8,6 | 60 | 1733 |

H_d – wysokość opadu deszczu, t_d – czas trwania deszczu, V_d – objętość hydrogramu odpływu wód deszczowych

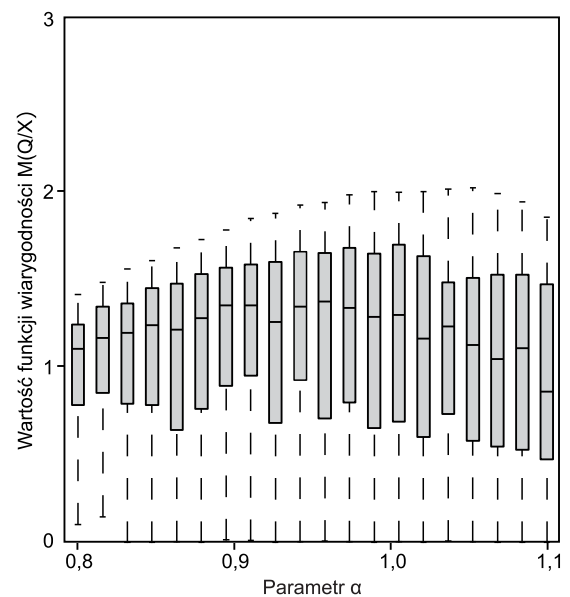
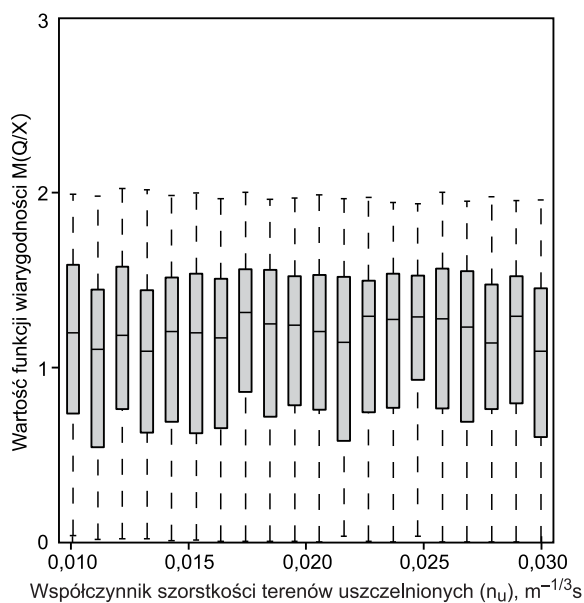
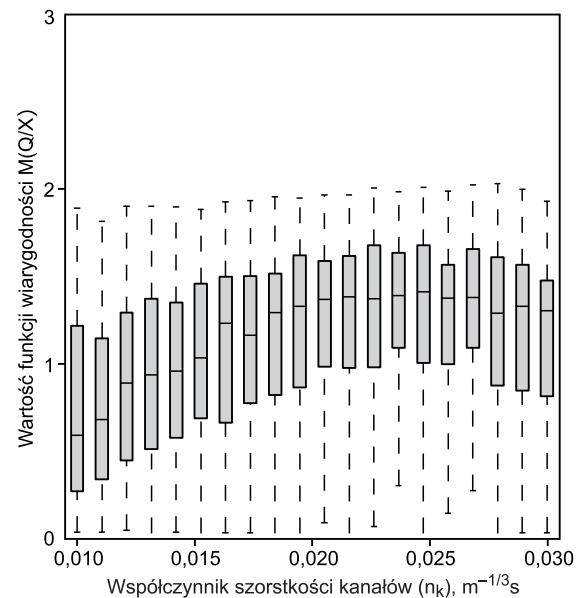
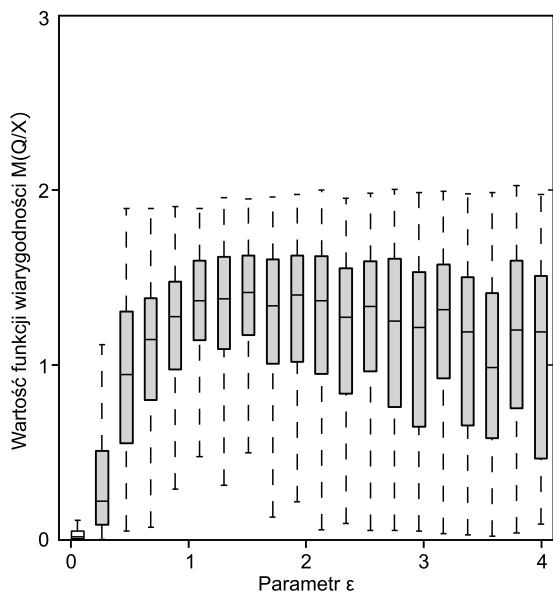
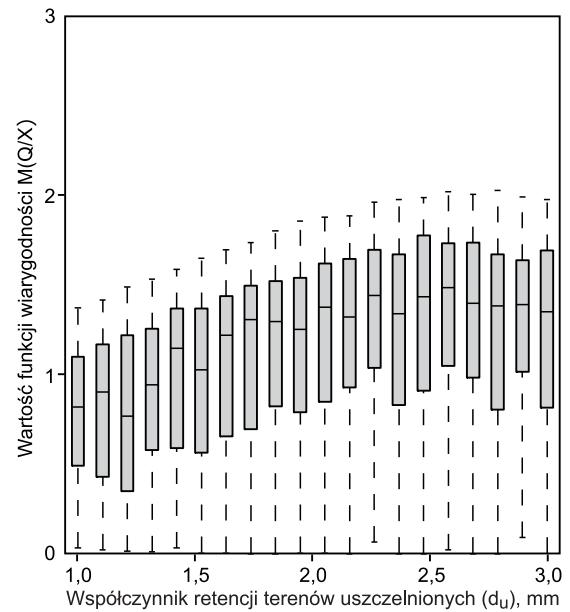
W celu weryfikacji modelu, niepewność oszacowano również dla zdarzeń opadowych: 30 maja i 30 lipca 2010 r. W tym przypadku obliczenia przeprowadzono dla parametrów z tej samej próby Monte Carlo, dla której wcześniej wyznaczono wartości funkcji wiarygodności. Otrzymałone wartości wskaźników wrażliwości S_i oraz S_{Ti} , określone wzorami (5) i (7), przedstawiono na rysunku 3. Na tej podstawie można stwierdzić, że największe wartości wskaźników wrażliwości całkowitej i pierwszego rzędu uzyskano w przypadku szerokości drogi spływu, współczynnika szorstkości kanałów oraz retencji terenowej powierzchni uszczelnionych, które wynosiły odpowiednio $S_{Ti} = 0,68$ i $S_i = 0,21$, $S_{Ti} = 0,41$ i $S_i = 0,12$ oraz $S_{Ti} = 0,30$ i $S_i = 0,08$. Znacznie mniejsze wartości wskaźników otrzymano w przypadku współczynnika szorstkości terenów uszczelnionych ($S_{Ti} = 0,13$ i $S_i = 0,01$), udziału powierzchni uszczelnionych ($S_{Ti} = 0,07$ i $S_i = 0,03$) i spadku podłużnego zlewni cząstkowych ($S_{Ti} = 0,02$ i $S_i = 0,00$). Pomijalny wpływ na całkowitą wariancję modelu stwierdzono zarówno w przypadku współczynnika szorstkości i retencji terenów nieuszczelnionych, jak i spadku terenu w poszczególnych zlewniach cząstkowych.



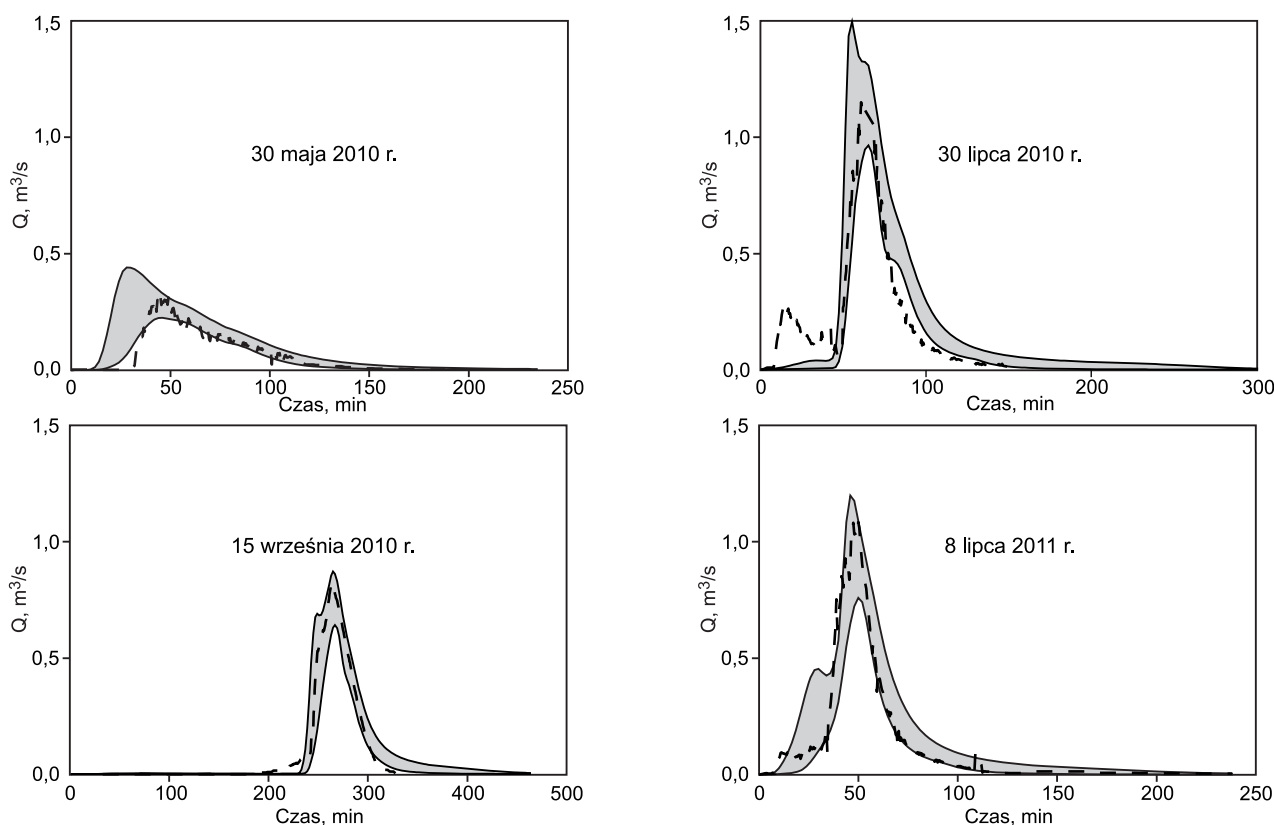
Rys. 3. Wartości wskaźników wrażliwości (S_i, S_{Ti}) analizowanych parametrów
Fig. 3. Sensitivity indexes (S_i, S_{Ti}) of the analyzed parameters

Ponadto, na podstawie wykonanych obliczeń na rysunku 4 przedstawiono zależność między wartością funkcji wiarygodności $M(Q/X)$ a wartościami wybranych parametrów. Na uwagę zasługuje fakt, że otrzymane wykresy pozwalają na analizę uzyskiwanego dopasowania (w sensie probabilistycznym wiarygodności) modelu w poszczególnych przedziałach wartości parametrów. Maksymalna wartość funkcji $M(Q/X)$ względem rozpatrywanego parametru świadczy o jego najwyższej wiarygodności.

W przypadku szerokości pasa spływu wzrost ε od 0,05 do 1,45 prowadził do zwiększenia średnich i maksymalnych wartości funkcji wiarygodności od 0 do odpowiednio 1,41 i 1,95. W przedziale $\varepsilon=0,05 \div 0,80$ wiarygodność modelu była wyraźnie najniższa, co wskazuje, że ten obszar wartości parametru jako mało prawdopodobny. Z kolei w przypadku wysokości retencji terenów uszczelnionych, współczynnika szorstkości ścian kanałów i udziału powierzchni uszczelnionych stwierdzono, że wzrost wartości rozpatrywanych parametrów w zakresach $d_u=1,0 \div 2,6$ mm, $n_k=0,010 \div 0,023$ $m^{-1/3}s$ i $\alpha=0,80 \div 0,96$ prowadził do zwiększenia średnich wartości (nieznormalizowanych) funkcji



Rys. 4. Zmienność wartości funkcji wiarygodności analizowanych parametrów w modelu hydrodynamicznym
 Fig. 4. Variability of the likelihood function of the analyzed parameters in the hydrodynamic model



Rys. 5. Porównanie pomierzonych hydrogramów odpływu wód opadowych ze zlewni z wyznaczonymi przedziałami ufności 95% modelu SWMM

Fig. 5. A comparison of measured hydrograms of the basin outflow with the 95% confidence bands determined in the SWMM

wiarygodności od 0,78 do 1,53 oraz od 0,45 do 1,20 i od 1,1 do 1,4. Ponadto zauważono, że wartości odchyłek standardowych funkcji wiarygodności w analizowanych zakresach zmienności wielkości d_u , n_k i α wynosiły odpowiednio $0,40 \pm 0,70$ oraz $0,40 \pm 0,97$ i $0,28 \pm 0,97$. W przypadku większych wartości α , ε , d_u i n_k średnia wartość funkcji $M(Q/X)$ malała i rosło jej odchylenie standardowe.

W przypadku współczynnika szorstkości terenów uszczelnionych stwierdzono, że w zakresie wartości parametru $n_u = 0,01 \pm 0,03 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$, średnie wartości funkcji wiarygodności zmieniały się od 1,02 do 1,28, a jej odchylenia standardowe, w odniesieniu do poszczególnych wartości n_n , były w zakresie $0,65 \pm 0,80$. Ponadto stwierdzono, że w przypadku współczynnika szorstkości ścian kanałów, retencji i udziału powierzchni uszczelnionych, wartości funkcji wiarygodności osiągają maksimum ($d_u = 2,60 \pm 2,80 \text{ mm}$; $n_k = 0,025 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$, $\alpha = 1,05$), w którym uzyskuje się najlepsze dopasowanie hydrogramów pomierzonych do otrzymanych z symulacji. W pozostałych przypadkach (ε , n_n) nie odnotowano zauważalnej zależności między funkcją wiarygodności a wartością parametru. Wyniki te mają również odzwierciedlenie w znacznych wartościach wskaźnika wrażliwości całkowitej i wynikającej z interakcji (rys. 3).

Hydrogramy odpływu z określonymi 95% przedziałami ufności, zgodnie z metodą GLUE, zamieszczono na rysunku 5. Na podstawie danych pomiarowych oraz otrzymanych wyników obliczeń wartości Q zobrazowanych na tym rysunku można stwierdzić, że w przypadku zdarzeń opadowych 8 lipca 2011 r. niepewność hydrogramów odpływu uzyskanych na drodze symulacji była największa, podczas gdy 15 września 2010 r. była najmniejsza, co wskazuje, że niniejszy model z zadowalającą dokładnością prognozuje przebieg zmienności wartości Q .

Podsumowanie

Modelowanie ilości ścieków, zmienności hydrogramów odpływu wód opadowych ze zlewni oraz napełnienia kanałów stanowi istotny element oceny działania sieci kanalizacyjnej. Jednakże ze względu na znaczną liczbę parametrów ujętych w modelach, występują trudności z identyfikacją ich wartości liczbowych. W praktyce często nie jest możliwe znalezienie jednej kombinacji parametrów warunkujących zadowalające wyniki prognoz, lecz jest ich wiele. Jednym z możliwych rozwiązań jest sformułowanie problemu identyfikacji parametrów w postaci probabilistycznej, gdzie zmienność parametrów (i w efekcie zmienność wyniku modelu) jest utożsamiana z niepewnością.

W niniejszej pracy do tego celu zastosowano metodę GSA-GLUE. Przeprowadzone analizy wykazały, że metoda ta stanowi użyteczne narzędzie zarówno do oceny wrażliwości parametrów modelu hydrodynamicznego wykonanego w programie SWMM na hydrogram odpływu wód opadowych ze zlewni, jak również identyfikacji parametrów zlewni cząstkowych i sieci kanalizacyjnej. Na podstawie wykonanych badań stwierdzono, że decydujący wpływ na kształt i dynamikę hydrogramu odpływu wód opadowych z analizowanej zlewni zurbanizowanej miały takie parametry, jak szerokość drogi spływu, współczynnik szorstkości przewodów oraz wysokość retencji terenowej i współczynnik szorstkości terenów uszczelnionych, natomiast znacznie mniejszy wpływ miały udział powierzchni uszczelnionej oraz spadek podłużny zlewni cząstkowych. Pomijalnie mały wpływ na kształt hydrogramu odpływu wód opadowych ze zlewni stwierdzono w przypadku wysokości retencji oraz współczynnika szorstkości terenów nieuszczelnionych.

W analizowanej zlewni, w szerokim zakresie parametrów opisujących zlewnie cząstkowe i sieć przewodów kanalizacyjnych, uzyskano zadowalające dopasowanie hydrogramów odpływu wód opadowych pomierzonych i uzyskanych z symulacji w programie SWMM. Z wykonanych analiz wynika, że w przypadku wysokości retencji terenowej ($d_u=2,60\pm 2,80$ mm), współczynnika szorstkości ścian kanałów ($n_k=0,025\text{ m}^{-1/3}\text{ s}$) oraz udziału powierzchni uszczelnionych powiększonego o 5% w stosunku do wartości określonych z map topograficznych, wiarygodność modelu była największa.

LITERATURA

1. B. KAŹMIERCZAK, A. KOTOWSKI, A. DANCEWICZ: Weryfikacja metod wymiarowania kanalizacji deszczowej za pomocą modelu hydrodynamicznego (SWMM) w warunkach wrocławskich (Verification of storm sewerage sizing methods with the hydrodynamic model SWMM 5.0 for the municipality of Wrocław). *Ochrona Środowiska* 2012, vol. 34, nr 2, ss. 25–31.
2. M. ZAWILSKI, A. BRZEZIŃSKA: Areal rainfall intensity distribution over an urban area and its effect on a combined sewerage system. *Urban Water Journal* 2013, Vol. 11, No. 7, pp. 532–542.
3. B. SZELĄG, J. GÓRSKI, Ł. BAŃK, K. GÓRSKA: Modelling of stormwater quantity and quality on the example of urbanized catchment in Kielce. *Ecological Chemistry and Engineering A* 2013, Vol. 20, No. 11, pp. 1305–1316.
4. M. MROWIEC: Efektywne wymiarowanie i dynamiczna regulacja kanalizacyjnych zbiorników retencyjnych. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2009.
5. M. MROWIEC, R. MALMUR: Comparative analysis of methods for dimensioning of storage reservoirs in sewage systems. *Annual Set The Environment Protection* 2013, Vol. 15, pp. 272–286.
6. Q. J. WANG: The genetic algorithm and application to calibrating conceptual rainfall runoff models. *Water Resources Research* 1991, Vol. 27, No. 9, pp. 2467–2471.
7. Z. MICHAŁEWICZ: Genetic Algorithms + Data Structure = Evolution Programs. Springer, New York 1994.
8. T. FANG, J. E. BALL: Evaluation of spatially variable parameters in a complex system: An application of genetic algorithm. *Journal of Hydroinformatics* 2007, Vol. 9, No. 3, pp. 163–173.
9. R. Y. RUBINSTEIN, D. P. KROESE: The Cross-Entropy Method. A Unified Approach to Combinatorial Optimization, Monte-Carlo Simulation and Machine Learning. Springer Science + Business Media, New York 2004.
10. K. BEVEN, A. BINLEY: The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction. *Hydrological Processes* 1992, Vol. 6, No. 3, pp. 279–298.
11. G. KUCZERA: Improved parameter inference in catchment models: 1. Evaluating parameter uncertainty. *Water Resources Research* 1983, Vol. 19, No. 5, pp. 1151–1162.
12. R. J. ROMANOWICZ, K. BEVEN: Comments on generalised likelihood uncertainty estimation. *Reliability Engineering & System Safety* 2006, Vol. 91, No. 10–11, pp. 1315–1321.
13. B. C. BATES, E. P. CAMPBELL: A Markov Chain Monte Carlo scheme for parameter estimation and interference in conceptual rainfall – runoff modeling. *Water Resources Research* 2001, Vol. 37, No. 4, pp. 937–947.
14. S. THORNDACHL: Stochastic long term modelling of a drainage system with estimation of return period uncertainty. Proc. of 11th International Conference on Urban Drainage, Edinburgh (Scotland, UK) 2008.
15. W. ZHANG, T. LI: The influence of objective function and acceptability threshold on uncertainty assessment of an urban drainage hydraulic model with generalized likelihood uncertainty estimation methodology. *Water Resources Management* 2015, Vol. 29, No. 6, pp. 2059–2072.
16. M. K. MULETA, J. W. NICKLOW: Sensitivity and uncertainty analysis coupled with automatic calibration for a distributed watershed model. *Journal of Hydrology* 2005, Vol. 306, No. 1–4, pp. 127–145.
17. A. KICZKO, R. J. ROMANOWICZ, M. OSUCH, E. KARAMUZ: Maximising the usefulness of flood risk assessment for the River Vistula in Warsaw. *Natural Hazards and Earth System Sciences* 2013, Vol. 13, pp. 3443–3455.
18. X. SONG, J. ZHANG, C. ZHAN, Y. XUA, M. YE, C. XU: Global sensitivity analysis in hydrological modeling: Review of concepts, methods, theoretical framework, and applications. *Journal of Hydrology* 2015, Vol. 523, pp. 739–757.
19. A. BRANDYK, A. KICZKO, G. MAJEWSKI, M. KLENIĘWSKA, M. KRUKOWSKI: Uncertainty of Deardorff's soil moisture model based on continuous TDR measurements for sandy loam soil. *Journal of Hydrology and Hydromechanics* 2016, Vol. 64, No. 1, pp. 23–29.
20. G. ARCHER, A. SALTELLI, I. M. SOBOL: Sensitivity measures, Anova-like techniques and the use of bootstrap. *Journal of Statistical Computation and Simulation* 1997, Vol. 58, No. 2, pp. 99–120.
21. M. RATTO, S. TARANTOLA, A. SALTELLI: Sensitivity analysis in model calibration: GSA-GLUE approach. *Computer Physics Communications* 2001, Vol. 136, No. 3, pp. 212–224.
22. C. B. DOTTO, G. MANNINA, M. KLEIDORFER, L. VEZZARO, M. HENRICH, D. T. MCCARTHY, I. A. DELETIC: Comparison of different uncertainty techniques in urban stormwater quantity and quality modelling. *Water Research* 2012, Vol. 46, No. 8, pp. 2545–2558.
23. I. FRAGA, L. CEA, J. PUERTAS, J. SUÁREZ, V. JIMÉNEZ, A. JÁCOME: Global sensitivity and GLUE-based uncertainty analysis of a 2D-1D dual urban drainage model. *Journal of Hydrologic Engineering* 2016, Vol. 21, No. 2.
24. M. SKOTNICKI, M. SOWIŃSKI: The sensitivity analysis of runoff from urban catchment based on the nonlinear reservoir rainfall – runoff model. *Publications of the Institute of Geophysics Polish Academy Science* 2006, Monographic Volume E-6 (390), pp. 129–137.
25. F. A. BELING, J. I. B. GARCIA, E. M. C. D. PAIVA, G. A. P. BASTOS, J. B. D. PAIVA: Analysis of the SWMM model parameters for runoff evaluation in periurban basins from southern Brazil. Proc. of 12nd International Conference on Urban Drainage, Porto Alegre (Brazil) 2011, pp. 1–8.
26. C. LI, W. WANG, J. XIONG, P. CHENG: Sensitivity analysis for urban drainage modeling using mutual information. *Entropy* 2014, Vol. 16, pp. 5738–5752.
27. J. BARCO, K. M. WONG, M. K. STENSTROM: Automatic calibration of the U.S. EPA SWMM model for large urban catchment. *Journal of Hydraulic Engineering* 2008, Vol. 134, No. 4, pp. 466–474.
28. S. L. DĄBKOWSKI, K. GÓRSKA, J. GÓRSKI, B. SZELĄG: Wstępne wyniki badań ścieków deszczowych w jednym z kanałów w Kielcach. *Gaz Woda i Technika Sanitarna* 2010, nr 10, ss. 20–24.
29. L. A. ROSSMANN: Stormwater Management Model. User's Manual. Version 5.0. U.S. EPA, Cincinnati 2004.
30. R. J. ROMANOWICZ, K. BEVEN: Estimation of flood inundation probabilities as conditioned on event inundation maps. *Water Resources Research* 2003, Vol. 39, No. 3, pp. 4–12.
31. K. BEVEN: How far can we go in distributed hydrological modelling? *Hydrology and Earth System Sciences* 2001, Vol. 5, No. 11, pp. 1–12.
32. A. SALTELLI, S. TARANTOLA, F. CAMPOLONGO: Sensitivity analysis as an ingredient of modelling. *Statistical Science* 2000, Vol. 15, No. 4, pp. 377–395.
33. W. HUBER, R. DICKINSON: Stormwater Management Model. Version 4, Part A. User's Manual. U.S. EPA, Cincinnati 1988, EPA/600/3-88/001a.
34. M. ZAWILSKI: Integracja zlewni zurbanizowanej w symulacji spływu ścieków deszczowych. *Gaz Woda i Technika Sanitarna* 2010, nr 6, ss. 28–32.

Szelag, B., Kiczko, A., Dabek, L. Sensitivity and Uncertainty Analysis of Hydrodynamic Model (SWMM) for Storm Water Runoff Forecasting in an Urban Basin – A Case Study. *Ochrona Srodowiska* 2016, Vol. 38, No. 3, pp. 15–22.

Abstract. Modeling of sewage volume and sewer system filling-ups is an important element that allows performance assessment of a rainfall drainage system from a basin area. The complex nature of physical processes being simulated and limited amount of observation data available for calibration make the model outcomes highly uncertain. The presented case study demonstrates an application of the GSA-GLUE technique (global sensitivity – generalized uncertainty estimation) to the sensitivity analysis and probabilistic identification of parameters (surface runoff width, water capacity of impervious

and pervious surfaces, impervious surface fraction, the Manning roughness coefficient of channels and longitudinal basin slope) for the urban catchment model designed with the SWMM software. Measurement data of rainfall intensity and rain water flow from the period of 2009 to 2011 was used for calibration and validation of the basin model. The numerical experiments revealed that the channel roughness coefficient and water capacity measures of impervious surfaces had the highest impact on shape of the calculated hydrograph for storm water runoff in an urban basin. The simulation results confirmed that the sensitivity analysis and parameter identification methods applied might be useful in calibration of urbanized basin hydrodynamic models.

Keywords: GSA-GLUE, uncertainty and sensitivity analysis, SWMM, storm water.