

# Optymalizacja przetworników A/D typu Sigma-Delta dla systemów pomiarowych i akustycznych

Tadeusz Sidor

Wyższa Szkoła Zarządzania Ochroną Pracy w Katowicach, Wydział Nauk Technicznych, ul. Bankowa 8, 40-007 Katowice

**Streszczenie:** Przetworniki A/D są niezbędne we współczesnych systemach automatyki, wykorzystujących sterowanie komputerowe. Chociaż przetworniki typu Sigma-Delta są obecnie powszechnie stosowane w układach rejestracji cyfrowej sygnałów akustycznych, to m.in. ze względu na ich popularność mogą być również używane w systemach pomiarowych. Jednak wymagania co do jakości przetwarzania przetworników A/D są inne dla zastosowań w systemach akustycznych i pomiarowych, co wynika z diametralnie różnej dynamiki przetwarzanych sygnałów i różnych kryteriów oceny jakości. Niniejszy artykuł ma na celu przybliżenie problematyki optymalizacji struktur takich przetworników dla aplikacji w systemach akustycznych i pomiarowych.

**Słowa kluczowe:** przetwornik A/D, modulator Sigma-Delta, nadpróbkowanie, szum kwantowania, stosunek sygnału do szumu S/N

## 1. Wprowadzenie

Nie istnieją prawdopodobnie obecnie żadne systemy automatyki bez przetworników A/D, tj. przetworników Analog/Cyfra stosowanych do zamiany sygnałów analogowych generowanych przez czujniki, kontrolowanych wielkości fizycznych, do postaci nadających się do współpracy z komputerem. Istnieje wielka różnorodność systemów takich przetworników, np. przetworniki z sukcesywną aproksymacją, z podwójnym całkowaniem, typu flash i z przetwarzaniem na częstotliwość. Synchroniczne przetworniki tego typu wraz z układem cyfrowej obróbki impulsów nazywane są przetwornikami Sigma-Delta pierwszego rzędu.

Przetworniki A/D typu Sigma-Delta są przede wszystkim powszechnie stosowane w układach rejestracji cyfrowej sygnałów akustycznych i ze względu na olbrzymi rynek zastosowań są ciągle ulepszane i istnieje bogate piśmiennictwo na ten temat. Przetworniki takie mogą oczywiście być również używane w systemach pomiarowych. Jednak wymagania co do jakości przetwarzania przetworników A/D są inne dla zastosowań w systemach akustycznych i pomiarowych, co wynika z diametralnie różnej dynamiki przetwarzanych sygnałów i różnych kryteriów oceny jakości. Dla sygnałów pomiaro-

wych istotny jest stosunek błędów przetwarzania (np. błędów kwantowania) do amplitudy sygnału, natomiast w zastosowaniach akustycznych stosunek amplitudy sygnału do szumu (kwantowania).

Wydawać by się mogło, że powiększenie rozdzielczości próbek wyjściowych przetwornika, czyli zmniejszenie błędów kwantyzacji, powinno skutkować również poprawą stosunku sygnału do szumu, ale okazuje się, że rozkład widma szumu kwantyzacji na osi częstotliwości dla przetworników Sigma-Delta nie jest wcale równomierny. Przetworniki typu Sigma-Delta generują bowiem periodyczne sekwencje błędów kwantyzacji, które powodują powstawanie dodatkowych tonów, słyszalnych przy niskiej amplitudzie odtwarzanych dźwięków.

Aby zagwarantować wysoką jakość dźwięku w cyfrowych systemach akustycznych nie wystarcza więc zapewnienie wysokiej rozdzielczości próbek wyjściowych przetwornika A/D, ale trzeba zastosować dodatkowe środki dla otrzymania odpowiedniego stosunku sygnału do szumu. Podstawowe przetworniki tego typu umożliwiają uzyskanie bardzo dużej rozdzielczości próbek wyjściowych, jednakowoż przy ograniczeniu wyjściowej częstotliwości próbkowania. Dla podstawowych typów przetworników Sigma-Delta iloczyn wyjściowej częstotliwości próbkowania i rozdzielczości próbek jest wielkością stałą.

Podstawowa struktura przetwornika Sigma-Delta (rys. 1) składa się z modulatora – w wersji podstawowej przetwornika napięcie/częstotliwość oraz bloku cyfrowej obróbki impulsów wyjściowych modulatora – w wersji podstawowej licznika o wejściu szeregowym i wyjściu równoległym. Periodycznie odczytywany i kasowany licznik daje na wyjściu równoległym wielobitowe próbki napięcia wejściowego modulatora.

Napięcie wejściowe przetwornika jest przetwarzane przez modulator (synchroniczny przetwornik napięcie/częstotliwość) w ciąg zero-jedynkowych impulsów o częstotliwości zegara  $f_c = f_s$

### Autor korespondujący:

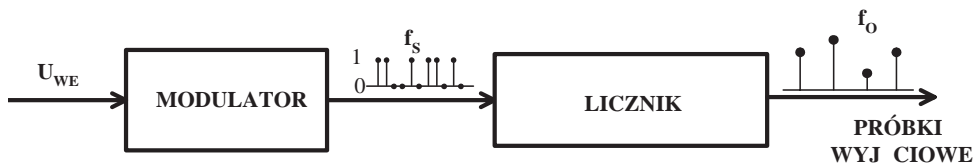
Tadeusz Sidor, sidor@agh.edu.pl

### Artykuł recenzowany

nadesłany 07.04.2018 r., przyjęty do druku 29.05.2018 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0



Rys. 1. Schemat blokowy podstawowej wersji przetwornika A/D typu Sigma-Delta  
 Fig. 1. Block diagram of basic structure of Sigma-Delta type A/D converter

znacznie wyższej niż minimalna częstotliwość próbkowania  $2f_B$  wymagana dla poprawnego przetworzenia sygnału wejściowego o paśmie  $f_B$  do postaci cyfrowej.

Stosunek  $f_s/2f_B$  jest nazywany nadpróbkowaniem (ang. *oversampling*)  $K$  (1).

$$K = f_s/2f_B \quad (1)$$

Wyjściowe impulsy modulatora, które nie są równomiernie rozmieszczone na osi czasu, są następnie zliczane w przedziale czasu określonym przez pewną liczbę  $M$  impulsów zegarowych i tworzą wielobitowe próbki sygnału wejściowego o rozdzielczości określonej przez  $M$ . Można wykazać [1], że licznik o wejściu szeregowym i wyjściu równoległym jest równocześnie filtrem dolnoprzepustowym redukującym szumy kwantyzacji i oczywiście decymatorem redukującym liczbę próbek.

## 2. Podstawowe struktury przetworników Sigma-Delta

Początki przetworników A/D typu Sigma-Delta mają źródło w synchronicznym przetworniku napięcie-częstotliwość [2, 7], przedstawionym w swojej klasycznej formie na rys. 2. Taka struktura jest również nazywana przetwornikiem A/D typu Sigma-Delta pierwszego rzędu. Przetwornik taki ma dwie istotne częstotliwości:  $f_c$  – częstotliwość zegara równą  $f_s$  – częstotliwości próbkowania modulatora z jednobitowym komparatorem i  $f_o$  – częstotliwość wielobitowych próbek wyjściowych przetwornika.

Gęstość jednobitowych próbek wyjściowych modulatora jest proporcjonalna do amplitudy napięcia wejściowego  $U_{we}$ . Jeżeli więc próbki zostaną zliczone w stałym przedziale czasu równym  $M$  impulsom zegarowym, suma ich, która pojawia

się na wyjściu przetwornika w postaci  $N$  multibitowych próbek, reprezentuje wartość napięcia wejściowego. Częstotliwość  $f_o$  wyjściowych próbek jest równa częstotliwości zegarowej  $f_c$  podzielonej przez  $M$  – zależność (2).

$$f_o = f_c/M = f_s/M \quad (2)$$

Wartość  $M$  określa liczbę bitów (rozdzielczość) próbek wyjściowych, ponieważ zależność (3) musi być spełniona

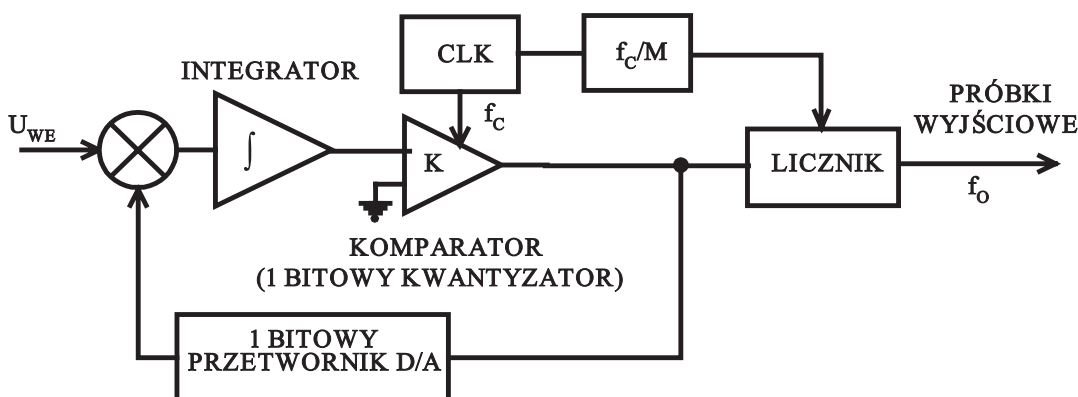
$$M = f_s/f_o = 2^N \quad (3)$$

Zgodnie z twierdzeniem Shannona częstotliwość próbek wyjściowych przetwornika musi być co najmniej dwa razy wyższa niż najwyższa częstotliwość sygnału napięcia wejściowego  $f_B$ . Jeżeli  $f_o$  jest ustalone na wartość  $2f_B$ , liczba bitów  $N$  próbek wyjściowych przetwornika nie może być większa niż wynika to z zależności (3). Wartość  $M$  jest więc równa  $K$  – stosunkowi nadpróbkowania (4).

$$M = f_s/f_o = f_s/2f_B = K = 2^N \quad (4)$$

Aby uzyskać lepszą rozdzielczość próbek wyjściowych przetwornika trzeba albo podnieść częstotliwość zegarową przetwornika, albo zmniejszyć częstotliwość próbek wyjściowych. Ze względów praktycznych częstotliwość próbkowania nie może być nadmiernie zwiększana, a częstotliwość próbek wyjściowych nie może być zmniejszana poniżej niezbędnego minimum dla spełnienia warunku Shannona dla danego sygnału wejściowego.

Można stwierdzić, że przetworniki A/D typu Sigma-Delta w wersji podstawowej umożliwiają wybór między rozdzielczością próbek wyjściowych a częstotliwością próbkowania. Rozdzielczość próbek wyjściowych może być zwiększona jedynie razem ze zmniejszeniem częstotliwości próbkowania. Pewnym



Rys. 2. Schemat blokowy przetwornika A/D bazującego na synchronicznym przetworniku napięcie/częstotliwość  
 Fig. 2. Block diagram of A/D converter based on synchronous voltage to frequency converter

sposobem na zwiększenie rozdzielczości próbek wyjściowych przetwornika może być zastosowanie modulatora z wielobitowym komparatorem na wyjściu.

Komparator przedstawiony na rys. 2 jest klasycznym komparatorem o wyjściu zero-jedynkowym. Zamiast takiego komparatora można zastosować wielobitowy komparator, który daje wielobitowe próbki na wyjściu. Rozwiązanie takie wymaga jednak również użycia wielobitowego przetwornika Analog/Cyfra w pętli sprzężenia zwrotnego. Stwarza to problem, ponieważ dokładność przetwarzania takiego przetwornika musi być większa niż wartość LSB w finalnych próbkach wyjściowych całego przetwornika A/C. Dlatego stosowanie wielobitowych komparatorów jest praktycznie ograniczane do 3–4 bitów wyjściowych.

Dalsze zwiększenie rozdzielczości próbek wyjściowych można uzyskać stosując równoległe układy liczników – dekodowników na wyjściu [3, 4]. Finalna rozdzielczość próbek wyjściowych uzyskana przez wysoką częstotliwość zegarową, związane z tym wysokie nadpróbkowanie i równoległe zliczanie może sięgać 24 bitów.

### 3. Zastosowanie przetworników Sigma-Delta w systemach akustycznych

Przetworniki typu Sigma-Delta mają właściwości pozwalające podnosić wartość stosunku sygnału do szumu S/N w próbkach wyjściowych. Są to: naturalnie występujące nadpróbkowanie i efekt kształtowania szumu (ang. *noise shaping*) wynikający z obecności integratora (integratorów) w pętli sprzężenia zwrotnego dla sygnału szumu kwantowania (rys. 2). Dlatego są szeroko stosowane w systemach akustycznych, dla których stosunek sygnału do szumu jest wielkością krytyczną.

Dla dowolnego przetwornika A/D o wyjściowych próbkach o rozdzielczości N i kwancie q maksymalną amplitudę sinusoidalnego sygnału przetwarzanego można przybliżyć wartością  $q2^{(N-1)}$ , a amplitudę szumu kwantowania rozłożonego równomiernie wzdłuż osi częstotliwości przyjąć równą  $q/2$ . Można wykazać [5], że wartość skuteczną szumu  $e_{sk}$  określa wzór (5), a maksymalną wartość skuteczną  $U_{sk}$  zależność (6). Stosunek sygnału do szumu jest dany wzorem (7)

$$e_{sk} = \frac{q}{\sqrt{12}} \quad (5)$$

$$U_{sk} = \frac{q \times 2^N}{2\sqrt{2}} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} S/N &= 20 \log \frac{q \times 2^N \sqrt{12}}{2\sqrt{2} \times q} = 20 \log \frac{2^N \times 2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \\ &= 20 \log 2^N \times \sqrt{1,5} = 6,02 \times N + 1,76 \text{ dB} \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie: N – liczba bitów w próbkach wyjściowych przetwornika

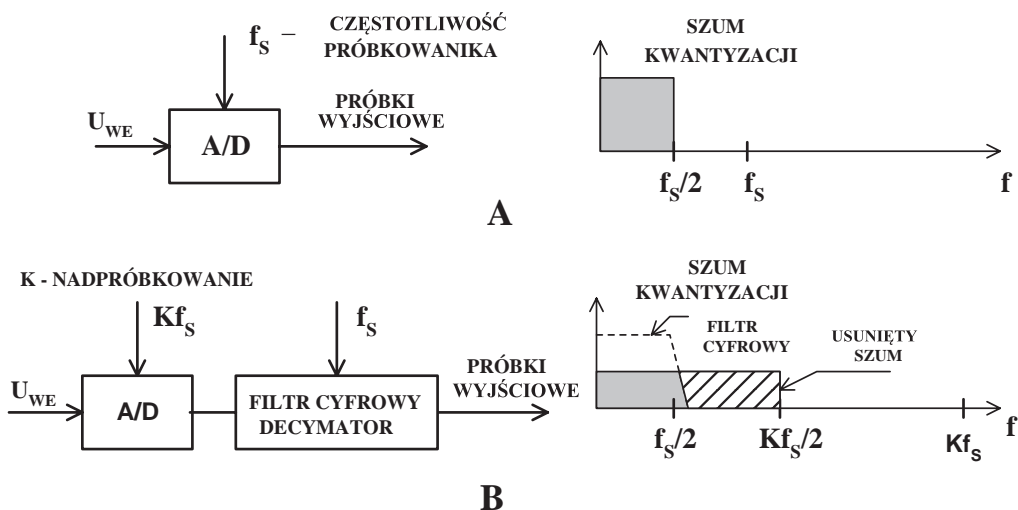
Konwertery typu Sigma-Delta dodatkowo redukują poziom szumów kwantyzacji, ponieważ nadpróbkowanie powoduje rozciągnięcie widma szumów wzdłuż osi częstotliwości aż do wartości  $f_s$  i eliminację szumów powyżej częstotliwości  $f_s/2$  przez dolnoprzestawowy filtr cyfrowy. Moc szumów kwantyzacji zostaje więc zredukowana zgodnie ze współczynnikiem nadpróbkowania  $K = f_s/2f_B$  i w konsekwencji stosunek sygnału do szumu zostaje powiększony o wartość (8)

$$S/N = 10 \log \frac{f_s}{2f_B} = 10 \log K \text{ dB} \quad (8)$$

Ponadto można wykazać [13], że integrator w pętli sprzężenia zwrotnego modulatora dla szumów kwantyzacji działa jak filtr górnoprzestawowy dla tych szumów, przemieszczając część ich widma do pasma wyższych częstotliwości, gdzie podobnie jak dla nadpróbkowania są eliminowane przez cyfrowy filtr dolnoprzestawowy.

Taki proces i jego efekt nazywany jest kształtowaniem szumów i powoduje dalsze zwiększenie stosunku S/N wyrażone przez (9)

$$S/N = 10 \log \frac{3K^3}{\pi^2} \text{ dB} \quad (9)$$



Rys. 3. Szum kwantyzacji: A – dla dowolnego przetwornika A/D i efekt nadpróbkowania na zmniejszenie poziomu szumu – B (wg [3])  
Fig. 3. Quantising noise: A – for any kind of A/D converter and result of oversampling effect on reduction of noise level – B (acc. to [3])

Efekt nadpróbkowania na poziom stosunku sygnału do szumu dla dowolnego typu przetworników A/C jest zilustrowany na rys. 3B i porównany z poziomem szumów dla przetwornika bez nadpróbkowania przedstawionym na rys. 3A.

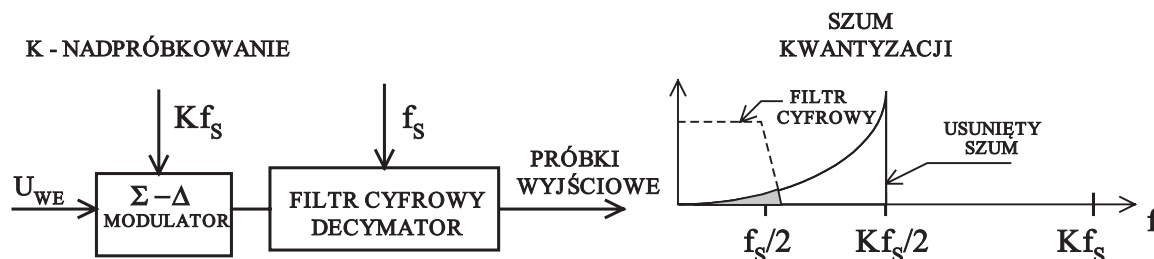
Na rys. 4 przedstawiono skumulowany efekt redukcji szumów przez nadpróbkowanie i kształtowanie szumów dla konwertera z modulatorem Sigma-Delta.

Stosując wzory (7), (8), (9) do oceny stosunku sygnału do szumu konkretnego przetwornika otrzymuje się znacznie przeszacowane wyniki. Spośród wielu przyczyn jedna wydaje się najistotniejsza.

nie są konieczne w przetwornikach, które mają być stosowane w systemach pomiarowych. W takich przetwornikach nie tyle poziom szumów, ale sam błąd kwantowania jest istotny.

Wiele artykułów publikowanych na temat przetworników Sigma-Delta pomija w ogóle ten aspekt właściwości przetworników i stosując wyłącznie analizę w dziedzinie częstotliwości wykazuje, że przetworniki z modulatorami wyższych rzędów są znacznie lepsze, bo zapewniają lepszy stosunek sygnału do szumu.

Może prowadzić to do błędnego przekonania, że takie przetworniki zapewniają również redukcję błędów kwantowania w próbkach będących rezultatem przetwarzania.



Rys. 4. Skumulowany efekt redukcji szumów przez nadpróbkowanie i kształtowanie szumów dla konwertera z modulatorem Sigma-Delta (wg [3])  
 Fig. 4. Cumulative effect of noise level reduction due to oversampling and noise shaping for A/D converter with Sigma-Delta modulator (acc. to [3])

Szum kwantyzacji nie jest, tak jak uprzednio założono, równomiernie rozłożony wzdłuż osi częstotliwości, ale występują w tym szumie pewne dominujące częstotliwości. Jest to istotna właściwość przetworników Sigma-Delta, szczególnie z modulatorami pierwszego rzędu, że dla pewnych wartości sygnału wejściowego generują okresowe składowe w widmie szumu kwantyzacji. Te składowe mogą być słyszalne jako dodatkowe tony w sygnale akustycznym o niskiej amplitudzie.

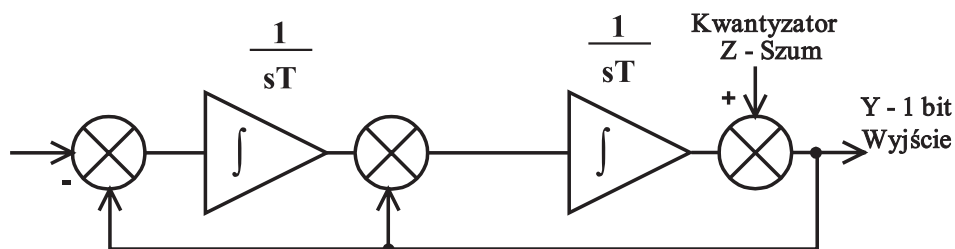
Teoretycznie takie okresowe składowe widma mogą zostać wyeliminowane przez dodatkowy szum dodany do sygnału wejściowego (ang. *dithering*), ale praktycznie walczy się z tym zjawiskiem stosując modulatory Sigma-Delta wyższych rzędów, aż do piątego włącznie.

Układy przetworników z modulatorami wyższych rzędów są jednak niestabilne i w praktyce integratory takich modulatorów są zastępowane przez odpowiednie filtry dolnoprzepustowe. Przykładowy, blokowy schemat modulatora drugiego rzędu przedstawiono na rys. 5.

Naturalną metodą oceny niepewności przetwarzania przetworników stosowanych w systemach pomiarowych jest analiza w dziedzinie czasu. Nie tylko daje ona możliwość określenia wartości błędów granicznych przetwornika, ale daje także dobry wgląd w procesy wewnętrzne przetworników, szczególnie z modulatorami wyższych rzędów.

Można wykazać [13], że rząd modulatora nie ma żadnego znaczenia dla zmniejszenia błędów granicznych przetwornika, stosowanego w systemie pomiarowym, a jedynie rozdzielczość próbek wyjściowych ma istotne znaczenie.

Należy zauważyć, że współczesne układy monolitycznych konwerterów Sigma-Delta [16] zapewniają typowy błąd współczynnika przetwarzania poniżej 0,2%, a wyjściowe napięcie niezrównoważenia poniżej wartości 0,2 mV oraz małe wartości prądu zasilania poniżej 3 mA przy typowych napięciach zasilania 5,5 V.



Rys. 5. Schemat blokowy modulatora drugiego rzędu  
 Fig. 5. Block diagram of second order modulator

#### 4. Zastosowanie przetworników Sigma-Delta w systemach pomiarowych

Komplikacje układowe przetworników A/D typu Sigma-Delta, mające na celu poprawę stosunku sygnału do szumu,

#### 5. Wnioski

Inne kryteria, używane przy ocenie przetworników A/C typu Sigma-Delta stosowanych w systemach akustycznych i systemach pomiarowych, wynikają z zupełnie innej dynamiki sygnałów akustycznych i typowych sygnałów pomiarowych. Dynamika sygnałów pomiarowych zazwyczaj nie przekracza

stosunku 1:100, czyli 40 dB i powszechnie ocenia się dokładność przetwarzania takich sygnałów jako pewien procent od wartości maksymalnej. Jeżeli amplituda sygnału się zmniejsza, wówczas procentowa niedokładność przetwarzania rośnie. Dlatego zawsze, kiedy to tylko jest możliwe, dopasowuje się zakres przetwarzania przetworników do wartości maksymalnej sygnału.

Dynamika sygnałów akustycznych jest bardzo duża i sięga stosunku 1:10<sup>6</sup>, czyli 120 dB gdyż taki jest, w przybliżeniu, zakres słyszalności ludzkiego ucha. Wysoka jakość dźwięku wymaga aby nawet przy bardzo niskim poziomie sygnału nie było słycać żadnych zakłóceń ani obcych tonów. Dlatego jakość przetworników stosowanych w systemach akustycznych określa się za pomocą wielkości będącej stosunkiem S/N, czyli sygnału do szumu kwantowania.

Ciągłe dążenie do poprawy właściwości przetworników stosowanych w systemach akustycznych powoduje powstanie licznych modyfikacji podstawowej struktury przetwornika Sigma-Delta, ale nie ma to istotnego wpływu na poprawę parametrów metrologicznych takich przetworników. Modyfikacje te mają bowiem na celu optymalizację stosunku S/N.

## Bibliografia

- Sidor T., *Time domain analysis used to investigate metrological properties of delta-sigma type A/D converters*, "International Journal of Electronics Letters", Vol. 2, Issue 3, July 2014, DOI: 10.1080/21681724.2014.894135.
- Tietze U., Schenk Ch., *Electronic Circuits – Handbook for Design and Applications*, Springer-Verlag 2008.
- AN-283 Application Note. Sigma-Delta ADCs and DACs. Analog Devices, One Technology Way. P.O. Box 9106, Norwood, Massachusetts 02062-9106, 617/329-4700.
- Sidor T., *Effective Elimination of analog impairments problems in parallel interleaving sigma delta converters*, "Electrical and Electronic Engineering", Vol. 6, No. 2, 2016, 25–29, DOI: 10.5923/j.eee.20160602.02.
- Kester W., *Taking the Mystery out of the Infamous Formula, "SNR = 6.02N + 1.76dB," and Why You Should Care*, Analog Devices. Tutorial MT-001.
- Uwe Beis, *An Introduction to Delta Sigma Converters*: www.beis.de.
- Kester W., Bryant J., *Voltage-to-Frequency Converters*, Analog Devices. Tutorial MT-028.
- Manganaro G., Robertson D., *Interleaving ADCs: Unraveling the Mysteries*, Analog Dialogue 49-07, July 2015.
- Sangil Park, *Principles of Sigma-Delta Modulation for Analog-to-Digital Converters*. Motorola APR8/D, Rev.1, [www.numerix-dsp.com/appsnotes/APR8-sigma-delta.pdf].
- Maxim Application note No 1870: *Demystifying Delta-Sigma ADCs.*, [www.maximintegrated.com/en/appnotes/index.mvp/id/1870].
- Aziz P.M., Sorensen H.V., J. van der Spiegel, *An Overview of Sigma-Delta Converters*, "IEEE Signal Processing Magazine", Vol. 13, Iss. 1, 1996, 61–84, DOI: 10.1109/79.482138.
- Kester W., *ADC Architectures IV: Sigma-Delta ADC Advanced Concepts and Applications*, Analog Devices Tutorial MT-023.
- Sidor T., *Metrological properties of A/D converters utilizing higher order sigma-delta modulators compared with A/D converters with modulators of first order*, "Metrology and Measurement Systems", Vol. 21, No. 1, 2014, 37–46, DOI: 10.2478/mms-2014-0004.
- Eshraghi A., Fiez T.S., *A Comparative Analysis of Parallel Delta-Sigma ADC Architectures*, "IEEE Transactions on Circuits and Systems", Vol. 51, No. 3, 2004, 450–458, DOI: 10.1109/TCSI.2004.823663.
- Razawi B., *Design Considerations for Interleaved ADCs*, "IEEE Journal of Solid-State Circuits", Vol. 48, No. 8, 2013, 1806–1817, DOI: 10.1109/JSSC.2013.2258814.
- Korytkowski J., *Monolityczne układy konwerterów sigma-delta do pomiaru wartości skutecznej napięcia i ich porównanie ze scalonymi konwerterami klasycznymi*. „Pomiary Automatyka Robotyka”, R. 16, Nr 7-8, 2012, 84–89.

## Structural Optimisation of A/D Sigma-Delta Converters for Metrological and Acoustic Systems

**Abstract:** A/D converters of any type are indispensable in contemporary control systems, employing digital computers. Although converters of Sigma-Delta type are nowadays very common in systems for digital recording of acoustic signals, because they are very popular, can also be used in measurement systems. Quality requirements for both type of applications are different, as acoustic type signals and measurement signals have totally different dynamic and different criteria are used to assess converter performance in each case. This paper attempts to point out certain means used to optimize structures of such converters for acoustic and metrological applications.

**Keywords:** A/D converter, S-D modulator, oversampling, quantizing errors, S/N ratio

## prof. nzw. dr hab. inż. Tadeusz Sidor

sidor@agh.edu.pl

Absolwent AGH w Krakowie (1965 r. – mgr inż., 1974 r. – dr, 1985 r. – dr hab.). Od 1965 r. związany z Akademią Górniczo-Hutniczą w Krakowie. W latach 1977–1980 był zatrudniony jako Senior Lecturer w University of Nigeria, Nsukka, a w latach 1992–1996 jako Associate Professor w Sultan Qaboos University, Sultanate of Oman. Obecnie profesor nadzwyczajny Wyższej Szkoły Zarządzania Ochroną Pracy w Katowicach. Jest autorem około 90 tekstów naukowych, w tym 3 monografii, 4 podręczników akademickich i 6 patentów. Jego działalność badawcza koncentruje się na stosowaniu układów elektronicznych w aparaturze i systemach pomiarowych.

