

**Andrzej GRZYB**

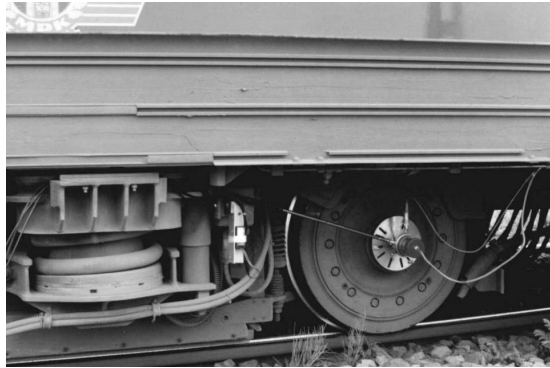
Politechnika Krakowska, 31-864 Kraków, Al. Jana Pawła II 37  
E-mail: agrzyb@mech.pk.edu.pl

## **Wykorzystywanie wyników pomiaru przyspieszeń na korpusach łożysk zestawu kołowego do oceny toru**

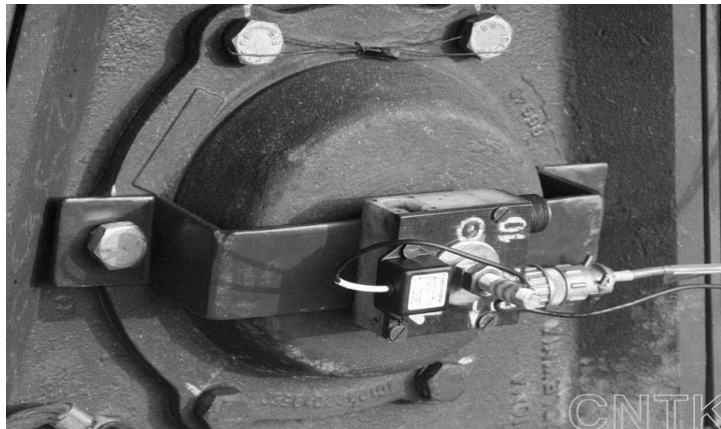
### 1 Wprowadzenie

Do oceny pojazdu i toru wykorzystywane są zwykle wyniki pomiarów pionowych przyspieszeń punktu będącego w przybliżeniu środkiem geometrycznym koła pojazdu szynowego (wagonu, lokomotywy, tramwaju) [1÷6]. Pomiary przeprowadzane są za pomocą odpowiednich czujników przymocowanych do korpusu łożyska zestawu kołowego. Rejestrowane są odpowiedzi na wymuszenia kinematyczne, które są funkcjami opisującymi charakterystyki zmian w czasie profilu nierówności toru. W dalszej części pracy przedstawiono zarys obliczeń prowadzących do wyznaczenia wymuszenia kinematycznego. W analizie dynamicznej układu pojazd – tor, przy znajomości tych funkcji wymuszeń, możliwe jest badanie prostszych modeli, złożonych z pojazdu bez toru. Oddziaływanie toru uwzględniają w nich wspomniane wymuszenia. Funkcje wymuszeń kinematycznych oznaczane są często przez  $w(t)$ . Do ich dokładniejszego opisu służy teoria stacjonarnych, ergodycznych procesów stochastycznych. Po eksperymentalnym zarejestrowaniu realizacji tych procesów w odpowiednio długim czasie poddaje się je opracowaniu matematycznemu. Podczas analizy wyznacza się wartości średnie, funkcje autokorelacyjne i gęstości widmowe. Najbardziej przydatne są wyniki pomiarów uzyskane przy stałej prędkości jazdy na torze prostym i poziomym. Ruch jednostajny trwający kilka minut, zwłaszcza w przypadku tramwajów eksploatowanych w centrach miast, jest praktycznie niemożliwy do osiągnięcia. Najczęściej udaje się osiągnąć kilka lub najwyżej kilkanaście sekund takiego ruchu.

## 2 Cel pracy



Rys. 1. Przyrządy rejestrujące zamocowane na wózku wagonu tramwajowego NGT6.  
Fig. 1. Registering devices mounted on a bogie of a tram car NGT6.



Rys. 2. Układ dwóch czujników na korpusie łożyska zestawu kołowego szynobusu.  
Fig. 2. The system of two detectors located on a wheelset bearing housing.

Podstawą przeprowadzanej analizy są zarejestrowane eksperymentalnie pionowe przyspieszenia w określonym czasie przy zmieniającej się i również zarejestrowanej prędkości jazdy. Pomiarów przyspieszeń dokonuje się czujnikami zamontowanymi na korpusach łożysk zestawu kołowego (rysunki 1 i 2), przy czym znacznie lepszym jest układ przedstawiony na rysunku 2.

## 3 Analiza i symulacyjne opracowanie wyników pomiarów

W przypadku badań wykonanych na torach tramwajowych w Krakowie, po pomiarach dokonano wstępnej korekty ich wyników mającej na celu eliminację zakłóceń powstałych od pola elektromagnetycznego. Wykorzystano pakiet specjalistycznych

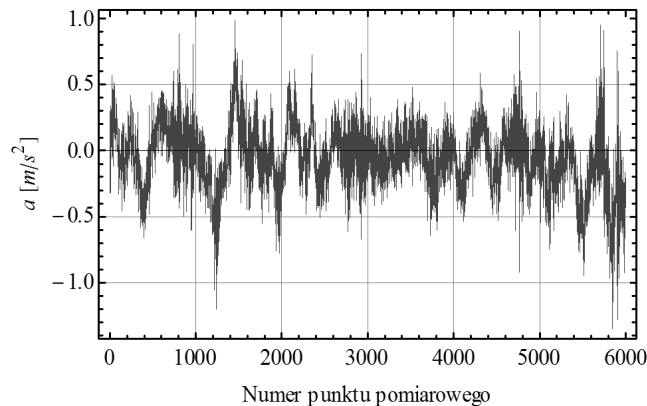
programów opracowanych w Katedrze Budowy Pojazdów Samochodowych Politechniki Krakowskiej. Konieczna była jednak dodatkowa matematyczna korekta wyników. Dokonano jej programem opracowanym w pakiecie *Mathematica* uzyskując przebiegi wygładzonych przyspieszeń pionowych  $a_w(t)$ .

Podczas badań eksperymentalnych na torze kolejowym ocenianym jako bardzo dobry zmierzono – w szczególności – przyspieszenia pionowe na kadłubach łożysk wagonów. Prędkość jazdy wynosiła około 67 km/h i była w przybliżeniu stała. Odstęp czasu pomiędzy dwoma sąsiednimi pomiarami był równy 0,001667 s, a przebyta w tym czasie droga równa około 32 mm. Zarejestrowane wartości przyspieszeń  $a$  [ $m/s^2$ ] w kolejnych punktach pomiarowych połączonych na wykresach linią łamaną przedstawia rysunek 3.

Do analizy wybrano początkowy fragment przebiegu tych przyspieszeń zarejestrowanych w czasie wynoszącym 10 s. Przebieg zmian wartości przyspieszeń w kolejnych punktach pomiarowych świadczył o zaburzeniu tych zmian w czasie. Za przyczynę tych zaburzeń można uznać – z dużym prawdopodobieństwem – skorugowane, czyli falisto zużyte powierzchnie toczne szyn oraz nierówności powierzchni tocznych kół zestawu. Funkcja przyspieszeń od czasu została przedstawiona w postaci sumy funkcji przebiegu wygładzonego  $a_w(t)$  i funkcji przebiegu zaburzonego  $a_z(t)$ :

$$a(t) = a_w(t) + a_z(t).$$

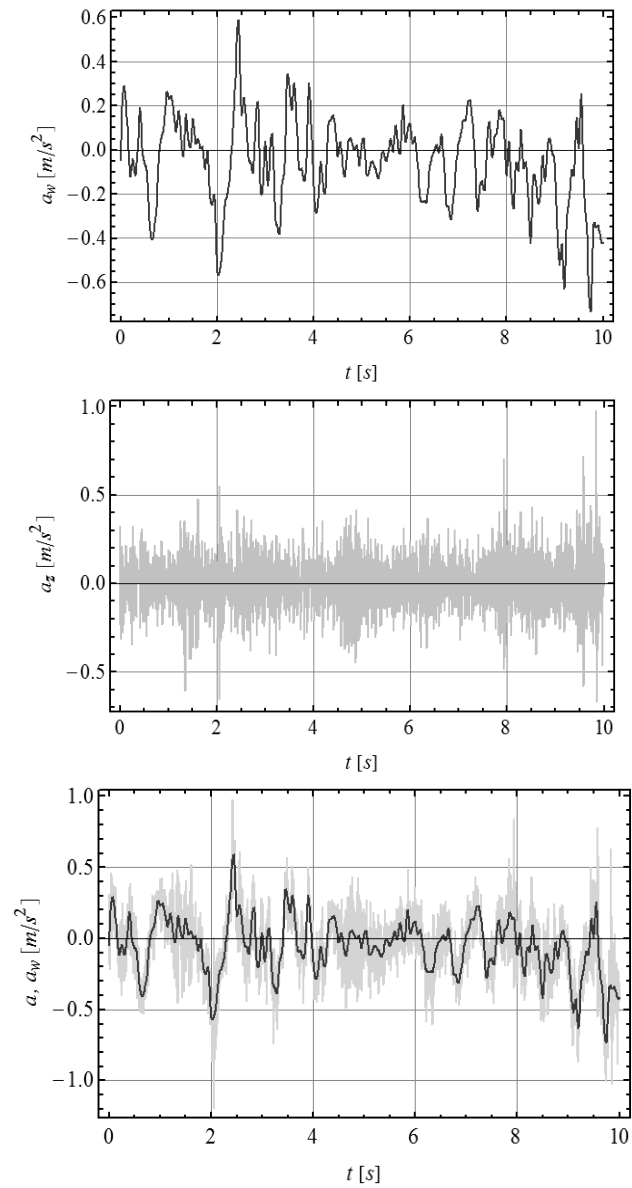
W wyniku analizy numerycznej uzyskanych danych, w pierwszej kolejności – za pomocą odpowiednio opracowanych procedur – usunięto te zaburzenia i wyznaczono nowy, wygładzony przebieg przyspieszeń.



Rys. 3. Wykres zarejestrowanych wartości przyspieszeń.

Fig. 3. The graph of registered acceleration values.

Przebieg ten, wyodrębnione zaburzenia oraz ich zestawienie przedstawiają zamieszczone na rysunku 4 kolejne trzy wykresy.



Rys. 4. Wygładzony przebieg przyspieszeń, jego zaburzenia oraz ich zestawienie.

Fig. 4. Smoother acceleration graph, its disturbances and comparison.

Macierz zarejestrowanych wartości czasu  $t$  [s] i przyspieszeń pionowych  $a$  [ $m/s^2$ ] zawierająca wybraną liczbę  $n$  kolumn oznaczamy przez  $A$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} t_1 & t_2 & t_3 & \dots & t_n \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \end{bmatrix}.$$

Odpowiednią macierz zarejestrowanych, zmieniających się w czasie prędkości jazdy [km/h] oznaczamy przez  $\mathbf{V}$ :

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} t_1 & t_2 & t_3 & \dots & t_n \\ v_1 & v_2 & v_3 & \dots & v_n \end{bmatrix}.$$

Przygotowana procedura pozwala wyznaczyć macierz, którą oznaczamy przez  $\mathbf{A}_w$ , zawierającą w kolejnych kolumnach pary liczb będące współrzędnymi punktów wygładzonej funkcji przyspieszeń:

$$\mathbf{A}_w = \begin{bmatrix} t_{w1} & t_{w2} & t_{w3} & \dots & t_{wn_w} \\ a_{w1} & a_{w2} & a_{w3} & \dots & a_{wn_w} \end{bmatrix}.$$

Macierz ta zawiera zadaną liczbę kolumn równą  $n_w$ , mniejszą od  $n$ .

Podobnie zostaje wyznaczona macierz wygładzonej funkcji prędkości jazdy:

$$\mathbf{V}_w = \begin{bmatrix} t_{w1} & t_{w2} & t_{w3} & \dots & t_{wn_w} \\ v_{w1} & v_{w2} & v_{w3} & \dots & v_{wn_w} \end{bmatrix}.$$

Poprzez przybliżone całkowanie numeryczne, na podstawie macierzy  $\mathbf{V}_w$  zostaje wyznaczona macierz  $\mathbf{S}_w$  zawierająca w kolumnach odcięte i rzędne funkcji przebytej przez pojazd drogi [m] od czasu.

$$\mathbf{S}_w = \begin{bmatrix} t_{w1} & t_{w2} & t_{w3} & \dots & t_{wn_w} \\ s_{w1} & s_{w2} & s_{w3} & \dots & s_{wn_w} \end{bmatrix}.$$

W pierwszym punkcie założona jest początkowa droga  $s_{w1} = 0$ .

W celu uzyskania wystarczającej dokładności dalszej analizy polegającej na przybliżonym całkowaniu numerycznym przyjmujemy liczbę naturalną  $n_c$  równą w przybliżeniu  $n$  i wielokrotnie większą od liczby  $n_w$ . Następnie za pomocą funkcji  $a_w(t)$  wyznaczamy macierz:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} t_{c1} & t_{c2} & t_{c3} & \dots & t_{cn_c} \\ a_{c1} & a_{c2} & a_{c3} & \dots & a_{cn_c} \end{bmatrix},$$

w której:  $t_{c1} = t_{w1}$ ,  $t_{cn_c} = t_{wn_w}$ ,  $a_{cj} = a_w(t_{cj}) - a_m$  dla  $j = 1, 2, \dots, n_c$ .

Wartość parametru  $a_m$  zostaje dobrana tak, aby średnia wartość przybliżonej całki oznaczonej z funkcji opisanej macierzą  $\mathbf{A}_c$  w przedziale od  $t_{w1}$  do  $t_{wn_w}$  była zerowa.

Za pomocą funkcji  $s_w(t)$  wyznaczamy macierz:

$$\mathbf{S}_c = \begin{bmatrix} t_{c1} & t_{c2} & t_{c3} & \dots & t_{cn_c} \\ s_{c1} & s_{c2} & s_{c3} & \dots & s_{cn_c} \end{bmatrix},$$

Następnie poprzez przybliżone całkowanie numeryczne na podstawie  $\mathbf{A}_c$  zostaje utworzona skorygowana macierz pionowych prędkości o zerowej wartości średniej a z niej poprzez ponowne przybliżone całkowanie numeryczne macierz  $\mathbf{W}$  zawierająca w kolejnych kolumnach punkty funkcji pionowych wymuszeń kinematycznych od czasu:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} t_{c1} & t_{c2} & t_{c3} & \dots & t_{cn_c} \\ w_1 & w_2 & w_3 & \dots & w_{n_c} \end{bmatrix}.$$

Na podstawie macierzy  $\mathbf{W}$  oraz  $S_w$  zostaje utworzona nowa macierz  $\mathbf{W}_d$  zawierająca w kolejnych kolumnach punkty funkcji pionowych wymuszeń kinematycznych od przebytej przez pojazd drogi:

$$\mathbf{W}_d = \begin{bmatrix} s_{c1} & s_{c2} & s_{c3} & \dots & s_{cn_c} \\ w_1 & w_2 & w_3 & \dots & w_{n_c} \end{bmatrix}.$$

W ramach badań symulacyjnych zadajemy stałą, dodatnią prędkość jazdy oznaczoną przez  $v_s$  [km/h] i wyznaczamy macierz, którą oznaczamy przez  $\mathbf{W}_s$ , zawierającą w kolejnych kolumnach pary liczb będące współrzędnymi punktów funkcji przewidywanych przy tej ustalonej prędkości pionowych wymuszeń kinematycznych od czasu:

$$\mathbf{W}_s = \begin{bmatrix} t_{s1} & t_{s2} & t_{s3} & \dots & t_{sn_c} \\ w_1 & w_2 & w_3 & \dots & w_{n_c} \end{bmatrix}.$$

Wartości czasów z tej macierzy obliczamy z zależności:

$$t_{sj} = 3,6 \frac{s_{cj}}{v_s} [\text{s}], \quad \text{gdzie } j = 1, 2, \dots, n_c.$$

W pierwszym punkcie obliczony czas jest równy zero.

Następną czynnością jest wyznaczenie – interpolującej punkty macierzy  $\mathbf{W}_s$  – funkcji sklepanej  $w_s(t)$  odpowiednio wysokiego stopnia z uwagi na przewidziane jej różniczkowania. W analizie zakładano jej stopień piąty. Poprzez różniczkowania względem czasu funkcji  $w_s(t)$  otrzymujemy kolejno symulacyjne, skorygowane i wygładzone funkcje: prędkości wymuszeń  $\dot{w}_s(t)$ , przyspieszeń  $a_s(t) = \ddot{w}_s(t)$  i pochodnych przyspieszeń  $\dot{a}_s(t)$ . Przede wszystkim ta ostatnia funkcja służy do oceny toru.

Nazwa „symulacyjne” dotycząca macierzy oraz interpolujących ich punkty funkcji sklepanych oznacza zatem, że wyznaczane obiekty odpowiadają założonej, stałej, symulacyjnej prędkości jazdy, z którą pojazd mógłby się poruszać po badanym torze.

#### 4 Numeryczna ocena pojazdu i toru

Do monitorowania stanu toru i pojazdu w celu wykrycia ewentualnych uszkodzeń elementów, oceny jakości oddziaływania pojazdu szynowego z torem oraz klasyfikacji stanu toru opracowano kilka wersji wskaźników.

Za parametr (wskaźnik) liczbowy oceny stanu toru kolejowego przy określonej prędkości jazdy zaproponowano wielkość oznaczoną niżej przez  $W_{t1}$  – podobnie jak w ocenie spokojności jazdy – którą w przypadku opisu toru z wykorzystaniem gęstości widmowych wyraża zależność:

*Wykorzystywanie wyników pomiaru przyspieszeń  
na korpusach łożysk zestawu kołowego do oceny toru*

---

$$W_{t1} = c_{t1} \left[ \int_0^{\infty} S_a(\omega) \omega^{-2/3} d\omega \right]^{0.15},$$

gdzie  $c_{t1}$  oznacza stały współczynnik, a  $S_a(\omega)$  [ $m^2 s^{-3}$ ] jest gęstością widmową przyspieszeń  $a(t)$  punktu poruszającego się po nierównościach toru z prędkością  $v$ .

Zaproponowane wyżej wyrażenie na parametr  $W_t$  stanowi uogólnienie – dotyczące przypadku stacjonarnych, ergodycznych procesów przypadkowych – znanego wzoru na wskaźnik spokojności jazdy dotyczący drgań harmonicznym [2, 3, 7], uwzględniającego energię kinetyczną punktu materialnego odniesioną do jego masy oraz pochodną przyspieszenia względem czasu (zrywu).

Do aproksymacji gęstości widmowej przyjmujemy wyrażenie w postaci:

$$S_w(\omega) = \frac{\sigma_w^2 \sqrt{\pi}}{\sum_{j=1}^m \delta_j} \sum_{j=1}^m \frac{\delta_j}{2|\alpha_j|} \left\{ \exp \left[ - \left( \frac{\beta_j - \omega}{2\alpha_j} \right)^2 \right] + \exp \left[ - \left( \frac{\beta_j + \omega}{2\alpha_j} \right)^2 \right] \right\},$$

przy zmienionych w analizie numerycznej parametrach. W przykładzie zakładamy, że współczynniki podane niżej w tablicy dotyczą gęstości widmowej  $S_w(\omega) = S_{w_e}(\omega)$  nierówności toru kolejowego przy  $\sigma_w = 0,006434$  m oraz  $m = 5$ .

Wskaźnik  $e$  informuje, że odpowiednia wielkość dotyczy prędkości eksperymentu  $v_e$ . Wyznaczone współczynniki dotyczą prędkości jazdy  $v = v_e = 120$  km/h. Wartości obliczonych parametrów zamieszczono w poniżej podanej tabeli.

$j$	1	2	3	4	5
$\delta_j$	0,97488	-0,13298	0,077201	0,049961	0,030936
$\alpha_j$	2,4607	1,6953	0,32253	10,003	0,58839
$\beta_j$	0,78870	3,7880	8,5167	0,0059547	16,241

Za następny parametr liczbowy oceny stanu toru kolejowego zaproponowano wielkość oznaczoną niżej przez  $W_{t2}$ , uwzględniającą pochodną przyspieszenia względem czasu. Taki wskaźnik oceny jest opisany zależnością:

$$W_{t2} = c_{t2} \left[ \int_0^{\infty} S_a(\omega) \omega^2 d\omega \right]^{0.15}.$$

Powyższe wyrażenie można przedstawić w postaci nie wymagającej wyznaczania funkcji gęstości widmowej:

$$W_{t2} = \tilde{c}_{t2} \left\{ \lim_{T \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T \dot{a}^2(t) dt \right] \right\}^{0.15},$$

gdzie

$$\tilde{c}_{t2} = c_{t2} \pi^{0.15}.$$

W analizie numerycznej dotyczącej rozpatrywanego toru założono przykładowo, że przy prędkości jazdy 120 km/h wartości wskaźników są równe liczbie 2, a następnie oceniono szacunkowo wpływ zmiany prędkości jazdy na ich wartości. Zestawienie zależności wartości wskaźników  $W_{ij}$ , ( $j = 1, 2$ ), od prędkości jazdy  $v$  [km/h] przedstawiono na rysunku 5.

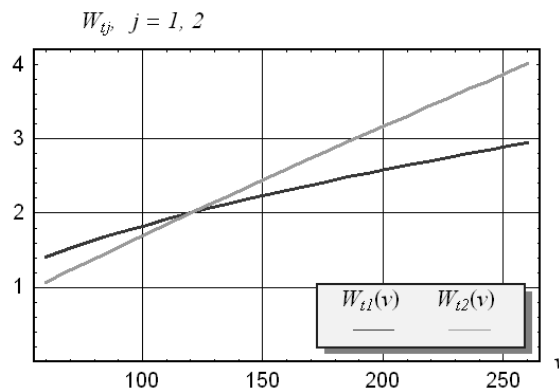
Wykorzystując badania eksperymentalne na torze kolejowym wyznaczono interpolacyjną funkcję sklejaną opisującą wygładzony przebieg przyspieszeń  $a_w(t)$ . Następnie określona została numerycznie jej pochodna względem czasu, która pozwoliła wyznaczyć wskaźnik oceny toru wyrażeniem przedstawionym powyżej.

Została zaproponowana wstępnie wartość stałej  $c_{i2} = 0,7252$ , przy której  $\tilde{c}_{i2} = 0,8611$ .

W przykładowej analizie numerycznej obliczyliśmy  $W_{i2} = 1,20$  z uproszczonego wyrażenia:

$$W_{i2} = \tilde{c}_{i2} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T \dot{a}^2(t) dt \right]^{0,15},$$

do którego przyjęto czas  $T = 10$  s. Uzyskany wynik potwierdza wstępną ocenę toru jako bardzo dobrego, podaną przez przeprowadzających wspomniany eksperyment.



Rys. 5. Zależności wartości wskaźników od prędkości jazdy  $v$  [km/h].

Fig. 5. Indicator values dependences on driving velocity  $v$  [km/h].

## 5 Uwagi końcowe

Reasumując należy stwierdzić przydatność proponowanej metody do monitorowania stanu pojazdu i toru. Propozycję wskaźnika jakości toru należy traktować jako wstępną oraz wymagającą dalszych badań i weryfikacji doświadczalnej.

## Literatura

1. Bogacz R., Meinke P.: On evaluation of wheel sets and railway track quality. Scientific papers of Techn. Univ. Radom, *TRANSPORT* 2(24), 2005
2. Grzesikiewicz W., Osiecki J., Piotrowski J.: *Podstawy dynamiki pojazdów szynowych*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1974



3. Grzyb A.: *Analytical method of a rail vehicle smooth running estimation. Rail vehicles – selected problems*, Monograph 41, T. Kościuszko Technical University of Cracow, 31–44, 1986
4. Grzyb A., Czauderna T.: Badania i analiza wymuszeń kinematycznych drgań tramwajów. *TTS – Technika Transportu Szynowego*, nr 9, 64–68, 2009
5. Bogacz R., Grzyb A., Tokaj P.: Monitorowanie stanu pojazdu i toru na podstawie pomiaru przyspieszeń na korpusach łożysk zestawu kołowego. *Czasopismo Techniczne Politechniki Krakowskiej*, 2–M, Zeszyt 4, 11–23, 2011
6. Bogacz R., Chudzikiewicz A., Grzyb A.: *Evaluation of quality of vehicle–track interaction on basic of measurement of wheelset bearing casing acceleration. Timetable of Smart Diagnostics of Structure 2011*. Organizery: MONIT PROJECT, Innowacja Polska. Krakow, Poland, 14–15 November, 10, 2011
7. Praca zbiorowa pod redakcją Sokołowa S. I.: *Badanie dynamiki i wytrzymałości wagonów pasażerskich*. WNT, Warszawa 1983

### Streszczenie

Celem pracy jest przedstawienie sposobu symulacyjnego wyznaczenia funkcji pionowego wymuszenia kinematycznego zestawu kołowego pojazdu szynowego przy zadanej, stałej prędkości jazdy. Funkcja taka jest niezbędna do oceny pojazdu i toru. Podstawą przeprowadzanej analizy są zarejestrowane eksperymentalnie pionowe przyspieszenia – w określonym czasie – przy zmieniającej się i również zarejestrowanej prędkości jazdy. Przedstawiono dwie wersje wskaźników do oceny jakości oddziaływania pojazdu szynowego z torem.

**Słowa kluczowe:** zestaw kołowy, tor, przyspieszenia, wskaźniki, ocena

## **Application of measurement results of acceleration on wheelset bearing housing for track evaluation**

### Summary

The work aim is presentation of a simulation method for determination of vertical kinematic excitation of a rail vehicle wheelset at a certain constant driving velocity. This function is necessary for the evaluation of both a vehicle and a track. The basis of the carried analysis are time profiles of vertical accelerations, registered during experiments at different driving velocity. Two versions of indicators for evaluation of the quality of interaction between vehicle and track have been presented.

**Keywords:** wheelset, track, accelerations, indicators, evaluation