

Dariusz KUSIAK\*  
Tomasz SZCZEGIELNIAK\*  
Paweł JABŁOŃSKI\*  
Zygmunt PIĄTEK\*

## **POLE MAGNETYCZNE W OBSZARZE ZEWNĘTRZNYM TRÓJFAZOWEGO JEDNOBIEGUNOWEGO EKRANOWANEGO SYMETRYCZNEGO TORU WIELKOPRĄDOWEGO**

Posługując się metodą analityczną bazującą na równaniach Laplace'a i Helmholtza dla pola elektromagnetycznego wyznaczono rozkład pola magnetycznego wokół trójfazowego jednobiegunowego symetrycznego toru wielkoprądowego. Składowe tego pola przedstawiano poprzez zmodyfikowane funkcje Bessela jako funkcje dwóch zmiennych  $r$  oraz  $\theta$  walcowego układu współrzędnych. Rozwiązania te uwzględniają pole magnetyczne oddziaływania zwrotnego prądów wirowych indukowanych w ekranie w wyniku zjawiska zbliżenia. Uwzględniono przy tym, że pole magnetyczne jest wirującym polem eliptycznym.

SŁOWA KLUCZOWE: pole magnetyczne, przewód rurowy, ekran rurowy, tor wielkoprądowy

### **1. WPROWADZENIE – MODEL TRÓJFAZOWEGO JEDNOBIEGUNOWEGO EKRANOWANEGO SYMETRYCZNEGO TORU WIELKOPRĄDOWEGO**

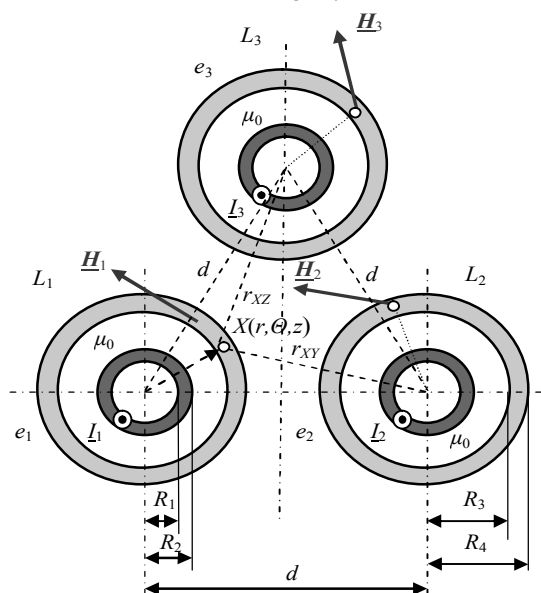
Metalowa osłona dla własnego przewodu fazowego jest tzw. ekranem otwartym co oznacza, że pole magnetyczne w jej obszarze zewnętrznym jest takie jak dla przypadku braku osłony. Własne pole magnetyczne w tym obszarze jest równe polu wytworzonymu przez nitkowy przewód fazowy z własnym prądem fazowym. Oznacza to, że rurowe przewody fazowe z rys. 1 mogą być zastąpione przez przewody nitkowe odpowiednio z prądami  $I_1$ ,  $I_2$  oraz  $I_3$  – rys. 2. Wtedy też pole magnetyczne w obszarze zewnętrznym jest polem wytworzonym przez prądy fazowe płynące w nitkowych przewodach fazowych oraz prądy wirowe indukowane w ekranach [1]. Te ostatnie prądy generują tzw. pole magnetyczne oddziaływania zwrotnego [5–7].

---

\* Politechnika Częstochowska.



Rys. 1. Trójfazowy jednobiegunowy ekranowany symetryczny tor wielkoprowadowy – widok ogólny [3]



Rys. 2. Trójfazowy jednobiegunowy ekranowany symetryczny tor wielkoprowadowy – przekrój poprzeczny

## 2. POLE MAGNETYCZNE W OBSZARZE ZEWNĘTRZNYM EKRANU FAZY $L_1$

Całkowite pole magnetyczne w obszarze zewnętrznym pierwszego ekranu (rys. 2) określone jest wzorem:

$$\begin{aligned} \underline{H}_1^{zew}(r, \theta) &= \underline{H}_{11}^{zew}(r) + \underline{H}_{12}^{zew}(r, \theta) + \underline{H}_{13}^{zew}(r, \theta) = \\ &= \mathbf{1}_r \underline{H}_{1r}^{zew}(r, \theta) + \mathbf{1}_\theta \underline{H}_{1\theta}^{zew}(r, \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

Pole magnetyczne wytworzone przez prąd  $\underline{I}_1$  wynosi

$$\underline{H}_{11}^{zew}(r) = \mathbf{1}_\theta \underline{H}_{11\theta}^{zew}(r) \quad (2)$$

gdzie

$$\underline{H}_{11\theta}^{zew}(r) = \frac{\underline{I}_1}{2\pi r} \quad (3)$$

Pole magnetyczne wywołane przez prąd  $\underline{I}_2$  określone jest wzorem

$$\underline{H}_{12}^{zew}(r, \Theta) = \underline{H}_{12}^w(r, \Theta) + \underline{H}_{12}^{oz}(r, \Theta) \quad (4)$$

We wzorze (4) pole magnetyczne  $\underline{H}_{12}^w(r, \Theta)$  generowane jest przez prąd  $\underline{I}_2$  i w układzie współrzędnych  $(r, \Theta)$  związanym z ekranem fazy  $L_1$  ma dwie składowe, czyli

$$\underline{H}_{12}^w(r, \Theta) = \mathbf{1}_r \underline{H}_{12r}^w(r, \Theta) + \mathbf{1}_\theta \underline{H}_{12\theta}^w(r, \Theta) \quad (5)$$

Składowe te mają postać

$$\underline{H}_{12r}^w(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_2}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{d}\right)^n \sin n\Theta \quad (6)$$

oraz

$$\underline{H}_{12\theta}^w(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_2}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{d}\right)^n \cos n\Theta \quad (7)$$

We wzorze (4) pole magnetyczne  $\underline{H}_{12}^{oz}(r, \Theta)$  jest tzw. polem magnetycznym oddziaływania zwrotnego i jest generowane przez prąd  $\underline{I}_2$ . W układzie współrzędnych  $(r, \Theta)$  związanym z ekranem fazy  $L_1$  pole to ma dwie składowe, czyli

$$\underline{H}_{12}^{oz}(r, \Theta) = \mathbf{1}_r \underline{H}_{12r}^{oz}(r, \Theta) + \mathbf{1}_\theta \underline{H}_{12\theta}^{oz}(r, \Theta) \quad (8)$$

Składowe tego pola mają postać

$$\underline{H}_{12r}^{oz}(r, \Theta) = \frac{\underline{I}_2}{2\pi \underline{\Gamma} R_3 r} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R_4}{r}\right)^n \left(\frac{R_4}{d}\right)^n \frac{S_{cn}}{d_{cn}} \sin n\Theta \quad (9)$$

oraz

$$\underline{H}_{12\theta}^{oz}(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_2}{2\pi \underline{\Gamma} R_3 r} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R_4}{r}\right)^n \left(\frac{R_4}{d}\right)^n \frac{S_{cn}}{d_{cn}} \cos n\Theta \quad (10)$$

W powyższych wzorach zespolony współczynnik propagacji fali elektromagnetycznej w ośrodku dobrze przewodzącym

$$\underline{\Gamma} = \sqrt{j\omega\mu\gamma} = \sqrt{\omega\mu\gamma} \exp[j\frac{\pi}{4}] = k + jk = \sqrt{2}j k \quad (11)$$

w którym współczynnik tłumienia

$$k = \sqrt{\frac{\omega\mu\gamma}{2}} = \frac{1}{\delta} \quad (12)$$

Ponadto mamy

$$\underline{d}_{cn} = I_{n-1}(\underline{\Gamma}R_4) K_{n+1}(\underline{\Gamma}R_3) - I_{n+1}(\underline{\Gamma}R_3) K_{n-1}(\underline{\Gamma}R_4) \quad (13)$$

oraz

$$\begin{aligned} \underline{s}_{cn} = & -n \frac{R_3}{R_4} K_n(\underline{\Gamma}R_4) [I_{n-1}(\underline{\Gamma}R_3) + I_{n+1}(\underline{\Gamma}R_3)] + \\ & + n \{ 2 I_{n+1}(\underline{\Gamma}R_4) K_n(\underline{\Gamma}R_3) + I_n(\underline{\Gamma}R_3) [K_{n-1}(\underline{\Gamma}R_4) + K_{n+1}(\underline{\Gamma}R_4)] \} + \\ & + \underline{\Gamma} R_3 [I_{n+1}(\underline{\Gamma}R_4) K_{n-1}(\underline{\Gamma}R_3) - I_{n-1}(\underline{\Gamma}R_3) K_{n-1}(\underline{\Gamma}R_4)] \end{aligned} \quad (14)$$

Ostatecznie pole magnetyczne w otoczeniu ekranu fazy  $L_1$  generowane przez prąd  $\underline{I}_2$  ma postać

$$\underline{H}_{12}^{zew}(r, \Theta) = \mathbf{1}_r \underline{H}_{12r}^{zew}(r, \Theta) + \mathbf{1}_\Theta \underline{H}_{12\Theta}^{zew}(r, \Theta) \quad (15)$$

którego składowe dane są wzorami

$$\underline{H}_{12r}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_2}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{r}{d} \right)^n - \frac{1}{\underline{\Gamma}R_3} \left( \frac{R_4}{r} \right)^n \left( \frac{R_4}{d} \right)^n \frac{\underline{s}_{cn}}{\underline{d}_{cn}} \right] \sin n\Theta \quad (16)$$

oraz

$$\underline{H}_{12\Theta}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_2}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{r}{d} \right)^n + \frac{1}{\underline{\Gamma}R_3} \left( \frac{R_4}{r} \right)^n \left( \frac{R_4}{d} \right)^n \frac{\underline{s}_{cn}}{\underline{d}_{cn}} \right] \cos n\Theta \quad (17)$$

W podobny sposób jak powyżej wyznacza się pole magnetyczne generowane przez prąd  $\underline{I}_3$  w postaci wzoru

$$\underline{H}_{13}^{zew}(r, \Theta) = \mathbf{1}_r \underline{H}_{13r}^{zew}(r, \Theta) + \mathbf{1}_\Theta \underline{H}_{13\Theta}^{zew}(r, \Theta) \quad (18)$$

w którym składowe pola magnetycznego dane są wzorami

$$\underline{H}_{13r}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_3}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{r}{d} \right)^n - \frac{1}{\underline{\Gamma}R_3} \left( \frac{R_4}{r} \right)^n \left( \frac{R_4}{d} \right)^n \frac{\underline{s}_{cn}}{\underline{d}_{cn}} \right] \sin n\left(\Theta - \frac{\pi}{3}\right) \quad (19)$$

oraz

$$\underline{H}_{13\Theta}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_3}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{r}{d} \right)^n + \frac{1}{\underline{\Gamma}R_3} \left( \frac{R_4}{r} \right)^n \left( \frac{R_4}{d} \right)^n \frac{\underline{s}_{cn}}{\underline{d}_{cn}} \right] \cos n\left(\Theta - \frac{\pi}{3}\right) \quad (20)$$

Jeśli wprowadzimy względną odległość między przewodami

$$\lambda = \frac{d}{R_4} \geq 1 \quad (21)$$

zmienną względną

$$\zeta = \frac{r}{R_4} \quad (22)$$

$$\beta = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{przy czym} \quad (0 \leq \beta \leq 1) \quad (24)$$

jak również

$$\alpha = R_4 k = \frac{R_4}{\delta} = R_4 \sqrt{\frac{\omega \mu \gamma}{2}} \quad (25)$$

oraz pole magnetyczne (1) odniesiemy do wielkości

$$\underline{H}_0 = \frac{I_1}{2 \pi R_4} \quad (26)$$

to otrzymujemy składowe całkowitego pola magnetycznego w obszarze zewnętrznym (dla  $r \geq R_4$ , czyli dla  $\zeta \geq 1$ ) pierwszego ekranu w postaci następujących wzorów:

$$\begin{aligned} \underline{h}_{1r}^{zew}(\zeta, \Theta) = & -\frac{1}{\zeta} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{\zeta}{\lambda} \right)^n - \frac{1}{\sqrt{2j} \alpha \beta \zeta} \left( \frac{1}{\zeta} \right)^n \left( \frac{1}{\lambda} \right)^n \frac{s_{cn}}{d_{cn}} \right] \times \\ & \times \left\{ \exp \left[ -j \frac{2}{3} \pi \right] \sin n\Theta + \exp \left[ j \frac{2}{3} \pi \right] \sin n \left( \Theta - \frac{\pi}{3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

oraz

$$\begin{aligned} \underline{h}_{1\theta}^{zew}(\zeta, \Theta) = & \frac{1}{\zeta} - \frac{1}{\zeta} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{\zeta}{\lambda} \right)^n + \frac{1}{\sqrt{2j} \alpha \beta \zeta} \left( \frac{1}{\zeta} \right)^n \left( \frac{1}{\lambda} \right)^n \frac{s_{cn}}{d_{cn}} \right] \times \\ & \times \left\{ \exp \left[ -j \frac{2}{3} \pi \right] \cos n\Theta + \exp \left[ j \frac{2}{3} \pi \right] \cos n \left( \Theta - \frac{\pi}{3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

przy czym  $\zeta \geq 1$  oraz  $0 \leq \Theta \leq 2\pi$ . W trójfazowym symetrycznym jednobiegunowym ekranowanym torze wielkoprądowym (rys. 2) założono symetryczną trójkę prądów fazowych, tzn.

$$\underline{I}_2 = \exp \left[ -j \frac{2}{3} \pi \right] \underline{I}_1 \quad \text{oraz} \quad \underline{I}_3 = \exp \left[ j \frac{2}{3} \pi \right] \underline{I}_1 \quad (29)$$

W powyższych wzorach

$$\underline{d}_{cn} = I_{n-1}(\sqrt{2j} \alpha) K_{n+1}(\sqrt{2j} \alpha \beta) - I_{n+1}(\sqrt{2j} \alpha \beta) K_{n-1}(\sqrt{2j} \alpha \beta) \quad (30)$$

oraz

$$\begin{aligned} \underline{s}_{cn} = & -n \beta K_n(\sqrt{2j} \alpha) \left[ I_{n-1}(\sqrt{2j} \alpha \beta) + I_{n+1}(\sqrt{2j} \alpha \beta) \right] + \\ & + n \left\{ 2 I_{n+1}(\sqrt{2j} \alpha) K_n(\sqrt{2j} \alpha \beta) + I_n(\sqrt{2j} \alpha \beta) \left[ K_{n-1}(\sqrt{2j} \alpha) + K_{n+1}(\sqrt{2j} \alpha) \right] \right\} + \\ & + \sqrt{2j} \alpha \beta \left[ I_{n+1}(\sqrt{2j} \alpha) K_{n-1}(\sqrt{2j} \alpha \beta) - I_{n-1}(\sqrt{2j} \alpha \beta) K_{n+1}(\sqrt{2j} \alpha) \right] \end{aligned} \quad (31)$$

Argumenty składowej promieniowej i stycznej pola są różne, a zatem w każdym punkcie badanego obszaru pole magnetyczne jest polem eliptycznym [4, 6]. Względną wielkość modułu tego pola, względną wartość dłuższej półosi elipsy pola, wyrażamy wzorem

$$h_1^{zew}(\zeta, \Theta) = h_1(\zeta, \Theta) + h_2(\zeta, \Theta) \quad (32)$$

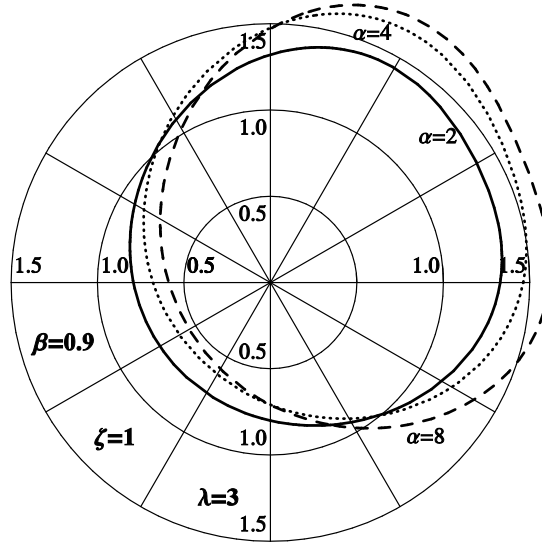
gdzie

$$h_1(\zeta, \Theta) = \frac{1}{2} \left| \underline{h}_{1r}^{zew}(\zeta, \Theta) + j \underline{h}_{1\theta}^{zew}(\zeta, \Theta) \right| \quad (33)$$

oraz

$$h_2(\zeta, \Theta) = \frac{1}{2} \left| \underline{h}_{1r}^{zew*}(\zeta, \Theta) + j \underline{h}_{1\theta}^{zew*}(\zeta, \Theta) \right| \quad (34)$$

Rozkład modułu względnego pola magnetycznego na powierzchni zewnętrznej ekranu rurowego fazy  $L_1$  w funkcji kąta  $\Theta$  przedstawiamy na rys. 3 [2].



Rys. 3. Rozkład względnych wartości modułu całkowitego pola magnetycznego w obszarze zewnętrznym ekranu fazy  $L_1$  symetrycznego toru wieloprądowego

### 3. POLE MAGNETYCZNE W OBSZARZE ZEWNĘTRZNYM EKRANU FAZY $L_2$

Całkowite pole magnetyczne w obszarze zewnętrznym ekranu fazy  $L_2$

$$\begin{aligned} \underline{H}_2^{zew}(r, \Theta) &= \underline{H}_{22}^{zew}(r) + \underline{H}_{21}^{zew}(r, \Theta) + \underline{H}_{23}^{zew}(r, \Theta) = \\ &= \mathbf{1}_r \underline{H}_{2r}^{zew}(r, \Theta) + \mathbf{1}_\Theta \underline{H}_{2\Theta}^{zew}(r, \Theta) \end{aligned} \quad (35)$$

Pole magnetyczne wytworzone przez prąd  $\underline{I}_2$  określone jest wzorem

$$\underline{H}_{22}^{zew}(r) = \mathbf{1}_\Theta \underline{H}_{22\Theta}^{zew}(r) \quad (36)$$

gdzie

$$\underline{H}_{22\Theta}^{zew}(r) = \frac{\underline{I}_2}{2\pi r} \quad (37)$$

Pole magnetyczne wywołane przez prąd  $\underline{I}_1$

$$\underline{H}_{21}^{zew}(r, \Theta) = \mathbf{1}_r \underline{H}_{21r}^{zew}(r, \Theta) + \mathbf{1}_\Theta \underline{H}_{21\Theta}^{zew}(r, \Theta) \quad (38)$$

którego składowe dane są wzorami

$$\underline{H}_{21r}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_1}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \left(\frac{r}{d}\right)^n - \frac{1}{\Gamma R_3} \left(\frac{R_4}{r}\right)^n \left(\frac{R_4}{d}\right)^n \frac{\underline{S}_{cn}}{d_{cn}} \right] \sin n\Theta \quad (39)$$

oraz

$$\underline{H}_{21\Theta}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_1}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \left(\frac{r}{d}\right)^n + \frac{1}{\Gamma R_3} \left(\frac{R_4}{r}\right)^n \left(\frac{R_4}{d}\right)^n \frac{\underline{S}_{cn}}{d_{cn}} \right] \cos n\Theta \quad (40)$$

Pole magnetyczne generowane przez prąd  $\underline{I}_3$  przedstawiamy wzorem ogólnym

$$\underline{H}_{23}^{zew}(r, \Theta) = \mathbf{1}_r \underline{H}_{23r}^{zew}(r, \Theta) + \mathbf{1}_\Theta \underline{H}_{23\Theta}^{zew}(r, \Theta) \quad (41)$$

którego składowe dane są wzorami

$$\underline{H}_{23r}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_3}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \left(\frac{r}{d}\right)^n - \frac{1}{\Gamma R_3} \left(\frac{R_4}{r}\right)^n \left(\frac{R_4}{d}\right)^n \frac{\underline{S}_{cn}}{d_{cn}} \right] \sin n\left(\Theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (42)$$

$$\underline{H}_{23\Theta}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{\underline{I}_3}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \left(\frac{r}{d}\right)^n + \frac{1}{\Gamma R_3} \left(\frac{R_4}{r}\right)^n \left(\frac{R_4}{d}\right)^n \frac{\underline{S}_{cn}}{d_{cn}} \right] \cos n\left(\Theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (43)$$

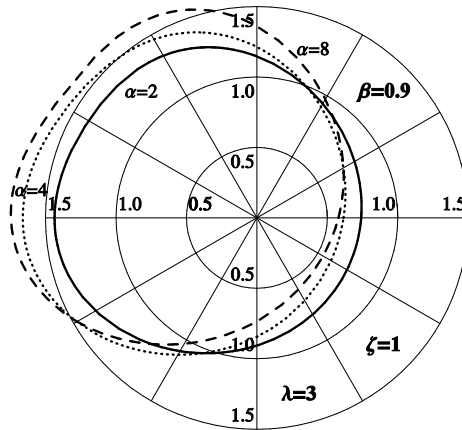
Wszystkie powyższe składowe możemy odnieść do wyrażenia (37), otrzymując składowe całkowitego pola magnetycznego w obszarze zewnętrznym (dla  $r \geq R_4$ , czyli dla  $\zeta \geq 1$ ) ekranu fazy  $L_2$  w postaci następujących wzorów:

$$\begin{aligned} \underline{h}_{2r}^{zew}(\zeta, \Theta) = & -\frac{1}{\zeta} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \left( \frac{\zeta}{\lambda} \right)^n - \frac{1}{\sqrt{2j} \alpha \beta \zeta} \left( \frac{1}{\zeta} \right)^n \left( \frac{1}{\lambda} \right)^n \frac{s_{cn}}{d_{cn}} \right] \times \\ & \times \left\{ \exp \left[ j \frac{2}{3} \pi \right] \sin n\Theta + \exp \left[ -j \frac{2}{3} \pi \right] \sin n \left( \Theta + \frac{\pi}{3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (44)$$

oraz

$$\begin{aligned} \underline{h}_{2\theta}^{zew}(\zeta, \Theta) = & \frac{1}{\zeta} - \frac{1}{\zeta} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \left( \frac{\zeta}{\lambda} \right)^n + \frac{1}{\sqrt{2j} \alpha \beta \zeta} \left( \frac{1}{\zeta} \right)^n \left( \frac{1}{\lambda} \right)^n \frac{s_{cn}}{d_{cn}} \right] \times \\ & \times \left\{ \exp \left[ j \frac{2}{3} \pi \right] \cos n\Theta + \exp \left[ -j \frac{2}{3} \pi \right] \cos n \left( \Theta + \frac{\pi}{3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (45)$$

Rozkład modułu względnego pola magnetycznego na powierzchni zewnętrznej ekranu fazy  $L_2$  w funkcji kąta  $\Theta$  przedstawiamy na rysunku 4.



Rys. 4. Rozkład względnych wartości modułu całkowitego pola magnetycznego w obszarze zewnętrznym ekranu fazy  $L_2$  symetrycznego toru wieloprądowego

#### 4. POLE MAGNETYCZNE W OBSZARZE ZEWNĘTRZNYM EKRANU FAZY $L_3$

Całkowite pole magnetyczne w obszarze zewnętrznym ekranu fazy  $L_3$

$$\begin{aligned} \underline{H}_3^{zew}(r, \Theta) = & \underline{H}_{33}^{zew}(r) + \underline{H}_{32}^{zew}(r, \Theta) + \underline{H}_{31}^{zew}(r, \Theta) = \\ = & \mathbf{1}_r \underline{H}_{3r}^{zew}(r, \Theta) + \mathbf{1}_\theta \underline{H}_{3\theta}^{zew}(r, \Theta) \end{aligned} \quad (46)$$

Pole magnetyczne wytworzone przez prąd  $I_3$  określone jest wzorem



$$\underline{H}_{33}^{zew}(r) = \mathbf{1}_\theta \underline{H}_{33\theta}^{zew}(r) \quad (47)$$

gdzie

$$\underline{H}_{11\theta}^{zew}(r) = \frac{I_3}{2\pi r} \quad (48)$$

Pole magnetyczne wywołane przez prąd  $I_2$

$$\underline{H}_{32}^{zew}(r, \Theta) = \mathbf{1}_r \underline{H}_{32r}^{zew}(r, \Theta) + \mathbf{1}_\theta \underline{H}_{32\theta}^{zew}(r, \Theta) \quad (49)$$

którego składowe dane są wzorami

$$\underline{H}_{32r}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{I_2}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left(\frac{r}{d}\right)^n - \frac{1}{\Gamma R_3} \left(\frac{R_4}{r}\right)^n \left(\frac{R_4}{d}\right)^n \frac{s_{cn}}{d_{cn}} \right] \sin n \left( \Theta + \frac{\pi}{3} \right) \quad (50)$$

oraz

$$\underline{H}_{32\theta}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{I_2}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left(\frac{r}{d}\right)^n + \frac{1}{\Gamma R_3} \left(\frac{R_4}{r}\right)^n \left(\frac{R_4}{d}\right)^n \frac{s_{cn}}{d_{cn}} \right] \cos n \left( \Theta + \frac{\pi}{3} \right) \quad (51)$$

Pole magnetyczne generowane przez prąd  $I_1$

$$\underline{H}_{31}^{zew}(r, \Theta) = \mathbf{1}_r \underline{H}_{31r}^{zew}(r, \Theta) + \mathbf{1}_\theta \underline{H}_{31\theta}^{zew}(r, \Theta) \quad (52)$$

którego składowe dane są wzorami

$$\underline{H}_{31r}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{I_1}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \left(\frac{r}{d}\right)^n - \frac{1}{\Gamma R_3} \left(\frac{R_4}{r}\right)^n \left(\frac{R_4}{d}\right)^n \frac{s_{cn}}{d_{cn}} \right] \sin n \left( \Theta - \frac{\pi}{3} \right) \quad (53)$$

oraz

$$\underline{H}_{31\theta}^{zew}(r, \Theta) = -\frac{I_1}{2\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \left(\frac{r}{d}\right)^n + \frac{1}{\Gamma R_3} \left(\frac{R_4}{r}\right)^n \left(\frac{R_4}{d}\right)^n \frac{s_{cn}}{d_{cn}} \right] \cos n \left( \Theta - \frac{\pi}{3} \right) \quad (54)$$

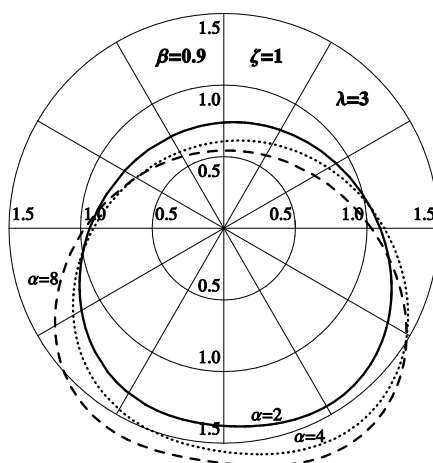
Następnie możemy wszystkie powyższe składowe odnieść do wyrażenia (48), otrzymując składowe całkowitego pola magnetycznego w obszarze zewnętrznym (dla  $r \geq R_4$ , czyli dla  $\zeta \geq 1$ ) ekranu fazy  $L_3$  w postaci następujących wzorów:

$$\begin{aligned} \underline{h}_{3r}^{zew}(\zeta, \Theta) = & -\frac{1}{\zeta} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left(\frac{\zeta}{\lambda}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{2j} \alpha \beta \zeta} \left(\frac{1}{\zeta}\right)^n \left(\frac{1}{\lambda}\right)^n \frac{s_{cn}}{d_{cn}} \right] \times \\ & \times \left\{ (-1)^n \exp \left[ -j \frac{2}{3} \pi \right] \sin \left( \Theta - \frac{\pi}{3} \right) + \exp \left[ j \frac{2}{3} \pi \right] \sin n \left( \Theta + \frac{\pi}{3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (55)$$

oraz

$$\begin{aligned}
 \underline{h}_{3\Theta}^{zew}(\zeta, \Theta) = & \frac{1}{\zeta} - \frac{1}{\zeta} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{\zeta}{\lambda} \right)^n + \frac{1}{\sqrt{2j} \alpha \beta \zeta} \left( \frac{1}{\zeta} \right)^n \left( \frac{1}{\lambda} \right)^n \frac{s_{cn}}{d_{cn}} \right] \times \\
 & \times \left\{ (-1)^n \exp \left[ -j \frac{2}{3} \pi \right] \cos n \left( \Theta - \frac{\pi}{3} \right) + \exp \left[ j \frac{2}{3} \pi \right] \cos n \left( \Theta + \frac{\pi}{3} \right) \right\}
 \end{aligned} \quad (56)$$

Rozkład modułu względnego pola magnetycznego na powierzchni zewnętrznej ekranu fazy  $L_3$  w funkcji kąta  $\Theta$  przedstawiamy na rysunku 5.



Rys. 5. Rozkład względnych wartości modułu całkowitego pola magnetycznego w obszarze zewnętrznym ekranu fazy  $L_3$  symetrycznego toru wieloprądowego

## 5. WNIOSKI

Wprowadzenie zmiennej względnej  $\zeta$  i parametrów  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\lambda$  dla ekranu umożliwia przedstawienie otrzymanych wzorów na zespolone składowe i moduły natężenia pola magnetycznego ekranowanego trójfazowego jednobiegunowego symetrycznego toru wieloprądowego w postaciach ogólnych, niezależnych od konkretnych wartości kondukcyjności, wymiarów poprzecznych i wzajemnego położenia przewodów i osłony oraz częstotliwości prądów fazowych. Rozkład pola magnetycznego w obszarze zewnętrznym ekranu zależy od parametru  $\alpha$  i jest rozkładem nierównomiernym ze względu na kąt  $\Theta$  – rysunek 3, 4 i 5. Należy również zaznaczyć, że rozkład pola magnetycznego w otoczeniu ekranu np. fazy  $L_3$  nie jest symetryczny do odpowiadającego mu rozkładu w ekranie fazy  $L_1$ . Wynika to z różnych wektorów wypadkowego pola magnetycznego pochodzącego od przewodów sąsiednich dla ekranu  $L_1$  i ekranu  $L_3$ .

### LITERATURA

- [1] Bednarek K., Nawrowski R., Tomczewski A.: Trójfazowe tory wielkopiętrowe złożone z przewodów rurowych w indywidualnych osłonach, *Przełąd Elektrotechniczny*, 01/2008, str. 62–64.
- [2] Gliński H., Grzymkowski R., Kapusta A., Słota D.: *Mathematica 8*, Wyd. Prac. Jacka Skalmierskiego, Gliwice 2012.
- [3] HOLDUCT Systemy szynoprzewodów. [Online]: <http://www.holduct.com.pl>
- [4] Piątek Z., Kusiak D., Szczegielniak T.: Eliptyczne pole magnetyczne w torach wielkopiętrowych, *Przełąd Elektrotechniczny*, R. 86, Nr 4, 2010, ss. 101–106.
- [5] Piątek Z., Szczegielniak T., Kusiak D.: Straty mocy w płaskim rurowym trójfazowym torze wielkopiętrowym, *Wiadomości Elektrotechniczne* R. 77, nr 11, s. 9–13, 2009.
- [6] Piątek Z.: Impedances of high-current busducts, Wyd. PCz., Czestochowa 2008.
- [7] Szczegielniak T., Kusiak D., Jabłoński P., Piątek Z.: Power losses in a three-phase single-pole gas-insulated transmission line (GIL), *International Review of Electrical Engineering (IREE)*, October 2013, Vol. 8, N. 5.

### MAGNETIC FIELD AROUND SYMMETRICAL HIGH-CURRENT GAS-ISOLATED THREE-PHASE ENCLOSED BUSDUCT

Using the analytical method, based on Laplace's and Helmholtz's equations for the electromagnetic field, the distribution of the magnetic field around symmetrical high-current gas-isolated three-phase enclosed busducts is determined. Components of this field were expressed through modified Bessel's functions as a function  $r$  and  $\theta$  of cylindrical coordinates. The solutions takes into account the reverse reaction magnetic field of eddy currents induced on the screen as a result of the proximity effect. Into account was taken, that the magnetic field is a rotating elliptical field.

*(Received: 10. 02. 2017, revised: 16. 02. 2017)*