

ANALIZA PRZYSPIESZEŃ I PRĘDKOŚCI DRGAŃ SIECI TRAKCYJNEJ I ŚLIZGACZA PANTOGRAFU W TRAKCIE PRZEJAZDU POCIĄGU PRZEZ NIERÓWNOŚĆ PROGOWĄ TORU¹

Danuta Bryja

dr hab. inż. prof. PWR, Katedra Mostów i Kolei, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wrocławska, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, e-mail: danuta.bryja@pwr.edu.pl

Adam Hyliński

mgr inż., Katedra Mostów i Kolei, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wrocławska, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, e-mail: adam.popiolek@pwr.edu.pl

***Streszczenie.** W pracy przedstawiono kolejny etap badań numerycznych, prowadzących do oceny wpływu przejazdu pociągu przez nierówność progową toru na dynamiczną interakcję pomiędzy pantografem a górną siecią jezdnią kolejowej trakcji elektrycznej. Wcześniejsze badania wykazały, że nierówność progowa, występująca w torze kolejowym nie wpływa znacząco na drgania sieci trakcyjnej, ale zakres tych badań był ograniczony do analizy stanu przemieszczenia sieci oraz dynamicznych zmian siły nacisku stykowego. Celem tej pracy jest zbadanie, czy wyraźne obciążenie impulsowe pojazdu kolejowego, spowodowane przejazdem przez nierówność progową przenosi się w istotny sposób na przyspieszenia drgań sieci trakcyjnej i pantografu, chociaż nie jest widoczne w przebiegach czasowych przemieszczeń. W tym celu uzupełniono oryginalną, autorską metodę symulacji drgań układu sieć trakcyjna–pociąg–tor kolejowy o ścieżkę wyznaczania prędkości i przyspieszeń drgań. Przedstawiono główne założenia dwuetapowego algorytmu symulacyjnego oraz wyniki analizy numerycznej. Analizę przeprowadzono dla dwóch typów nierówności progowej, dwóch prędkości jazdy pociągu oraz dwóch wariantów zawieszenia pojazdu. Wyniki symulacji pokazały, że pionowy ruch podstawy pantografu, dzięki dobrze amortyzowanej konstrukcji odbieraka słabo przenosi się zarówno na drgania, jak i przyspieszenia drgań ślizgacza i przewodu jezdniego. Wykazano jednak, że przejazd pantografu powoduje drgania sieci o małych amplitudach w porównaniu z jej rozpiętością, ale drgania te zachodzą z dużymi przyspieszeniami, rosnącymi wraz z prędkością przejazdową. Jest to zjawisko niekorzystne w aspekcie zmęczenia materiału.*

***Słowa kluczowe:** symulacja drgań, sieć trakcyjna, pantografy, pojazd kolejowy, tor kolejowy, nierówność progowa*

1. Wprowadzenie

Zagadnienie wpływu drgań pojazdu kolejowego na drgania sieci trakcyjnej stanowi słabo rozpoznany obszar wiedzy na temat zjawisk dynamicznych zachodzących podczas ruchu pociągu po torze kolejowym. Jednym z przejawów tych zjawisk jest tzw. efekt progowy, który pojawia się w trakcie przejazdu pociągu

¹ Wkład procentowy poszczególnych autorów: Bryja D.: 50%, Hyliński A.: 50%

przez nierówność progową toru. Dynamiczny efekt progowy ma charakter wymuszenia impulsowego, ujawnia się głównie w przyspieszeniach pionowych drgań pojazdu, a jego intensywność rośnie wraz z prędkością przejazdową [1,2]. Wpływ efektu progowego na drgania sieci trakcyjnej nie jest jeszcze dostatecznie zbadany, między innymi z powodu trudności jakie sprawia symulacja numeryczna drgań układu obejmującego nie tylko tor i pociąg, ale także i sieć trakcyjną. Uwzględnienie nierówności toru jako wymuszenia drgań nadwozia pojazdu i sieci trakcyjnej sprawia, że modele obliczeniowe stają się bardzo złożone, a rozwiązanie równań ruchu czasochłonne.

W Katedrze Mostów i Kolei Politechniki Wrocławskiej od kilku lat prowadzone są prace nad numerycznymi metodami analizy drgań w układach dynamicznych pociąg–tor oraz pantografy–sieć trakcyjna. W odniesieniu do pierwszego układu opracowano metodę umożliwiającą symulację drgań toru oraz sprzężonych z nimi drgań pojazdu kolejowego, rozwijając ją następnie w kierunku możliwości analizy wpływu przejazdu pociągu przez nierówność progową na drgania toru i pociągu [1,2]. Jako model toru zastosowano układ belkowy spoczywający na lepko-sprężystym podłożu, a pojazd kolejowy zamodelowano jako tarczowy układ dyskretny, w którym wyróżnia się zestawy kołowe, ramy wózków jezdnych oraz nadwozie. Do symulacji drgań układu pantografy–sieć trakcyjna również opracowano własną metodę numeryczną. Jej oryginalną cechą jest konsekwentne wykorzystanie teorii wiotkiego cięgna do opisu drgań głównych elementów konstrukcyjnych sieci jezdnej: liny nośnej i przewodu jezdnego. Model numeryczny sieci trakcyjnej obciążonej ruchem pantografów oraz metoda symulacyjna zostały szeroko opisane w pracach [2-6], w tym w pracy [5] zostało przeanalizowane nieliniowe zachowanie wieszaków łączących przewód jezdny z liną nośną, stanowiące bardzo specyficzną cechę konstrukcji sieci trakcyjnej (zjawisko tzw. sztywności resztkowej wieszaków w stanie ściskania). Zagadnienie sztywności resztkowej wieszaków zostało zasygnalizowane wcześniej w literaturze, m.in. w pracy [7], jednak nie zostało szczegółowo przeanalizowane. Wiarygodność opracowanej metody symulacyjnej została potwierdzona pozytywnym wynikiem pierwszego (numerycznego) kroku walidacji, której zasady określa norma PN-EN 50318 [8].

Autorzy niniejszej pracy, wykorzystując opracowane wcześniej metody symulacji drgań w układach pantografy–sieć trakcyjna i tor–pociąg, sformułowali kompleksową metodę służącą do analizy drgań łącznego układu dynamicznego: sieć trakcyjna–pociąg–tor kolejowy. Specyficzną cechą tej metody jest sposób uwzględnienia sprzężenia drgań podukładów, bazujący na podziale układu na dwa podukłady główne (tor–pociąg oraz pantografy–sieć trakcyjna) i zastosowaniu wymuszenia kinematycznego drgań podstawy pantografu za pomocą wygenerowanego wcześniej przebiegu drgań nadwozia pojazdu kolejowego. Metodę po raz pierwszy zaprezentowano w pracy [9], a następnie zastosowano w pracy [10] do zidentyfikowania warunków, w których niekorzystne drgania nadwozia pojazdu kolejowego skutkują pogorszeniem charakterystyk interakcji dynamicznej pomiędzy pantografem a przewodem jezdny sieci trakcyjnej. Na podstawie badań opisanych w pracy [10] autorzy stwierdzili, że wpływ drgań nadwozia pojazdu na przebiegi

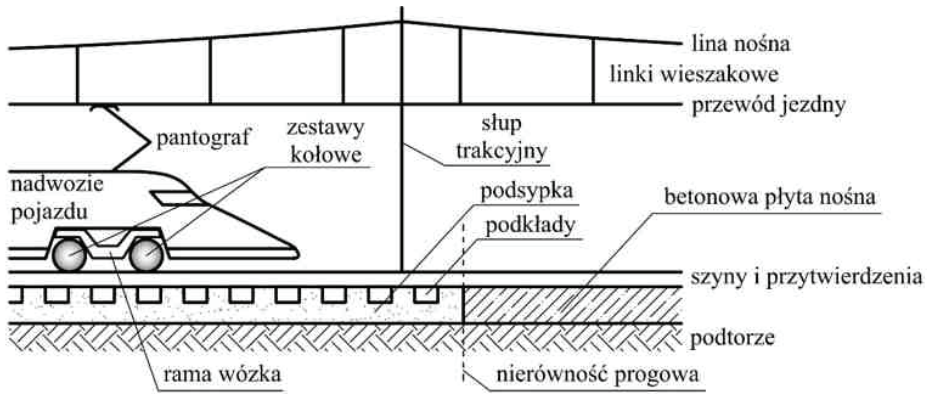
przemieszczeń przewodu jezdnego i przebieg siły nacisku stykowego jest niewielki, nie analizowali jednak wpływu na prędkości i przyspieszeń drgań.

Głównym celem tej pracy jest sprawdzenie, czy drgania podstawy pantografu spowodowane przejazdem pociągu przez nierówność progową toru przenoszą się w istotny sposób na prędkości i przyspieszenia drgań sieci trakcyjnej i pantografów. Warto zauważyć, że zgodnie z wiedzą autorów, drgania układu pantografy–sieć trakcyjna nie były do tej pory analizowane w literaturze w zakresie prędkości i przyspieszeń. Może to być spowodowane faktem, że charakterystyki te nie są wymagane do praktycznej oceny konstrukcji sieci i jakości odbioru prądu, wymaganej przez normy (m.in. [8]) i wytyczne techniczne (np. TSI Energia [11]). Symulacja prędkości i przyspieszeń może jednak dać szerszy pogląd na zachowanie dynamiczne sieci trakcyjnej obciążonej ruchomymi pantografami i pomóc w analizach zmęczeniowych, czy w analizach utraty kontaktu ślizgacza pantografu z przewodem jezdny.

Układ pracy jest następujący. Najpierw przedstawiono najważniejsze założenia modelu obliczeniowego oraz metody symulacyjnej, w tym ogólną ideę podziału układu dynamicznego sieć trakcyjna–pociąg–tor kolejowy na dwa podukłady główne. Następnie przypomniano wnioski z pracy [10], które były bezpośrednim przyczynkiem do podjęcia dalszych badań, a potem opisano wyniki aktualnego etapu analiz numerycznych. Ostatni punkt pracy zawiera wnioski podsumowujące.

2. Metoda symulacyjna

Do badań numerycznych zastosowano autorską metodę symulacji drgań układu sieć trakcyjna–pociąg–tor kolejowy, szczegółowo opisaną w pracach [9] i [10]. Ważną cechą modelu obliczeniowego, która istotnie wpływa na algorytm symulacyjny, jest podział układu na dwa podukłady główne: (1) sieć trakcyjna–pantografy oraz (2) tor kolejowy–pociąg. Fizycznym punktem styku podukładów głównych jest podstawa pantografu zamocowana sztywno na dachu pojazdu. Każdy z wyróżnionych podukładów głównych składa się z dwóch podukładów wewnętrznych, a te z kolei z wielu elementów, które pokazano schematycznie na rys. 1. Drgania elementów konstrukcyjnych układu są sprzężone w obszarze podukładów wewnętrznych, przy czym zarówno styk koła z szyną, jak i styk ślizgacza pantografu z przewodem jezdny mają w rzeczywistości charakter więzi jednostronnej, ponieważ mogą między nimi występować chwilowe utraty kontaktu. Zjawisko to jest źródłem specyficznych nieliniowości geometrycznych, które pominięto w aktualnej wersji metody symulacyjnej. Uwzględniono natomiast nieliniowe zachowanie linek wieszakowych, które nie przenoszą ściskania – poddane rozciąganiu zachowują się jak sprężyste więzi liniowe, natomiast podczas ściskania ich sztywność jest zredukowana do pewnej wartości resztkowej. Sposób uwzględnienia tego zjawiska w algorytmie symulacyjnym jest opisany we wcześniejszych pracach autorów [5,6].



Rys. 1. Schemat układu tor-pociąg-sieć trakcyjna z wyróżnieniem elementów składowych

Sprężenie drgań podukładów głównych jest jednokierunkowe, odbywa się na zasadzie wymuszenia kinematycznego. W podukładzie głównym (2) wyznaczone są pionowe drgania nadwozia w miejscu zamocowania odbieraka prądowego, których historia czasowa jest następnie wykorzystywana do symulacji pionowego ruchu podstawy pantografa w podukładzie głównym (1). Założenie o jednokierunkowości sprzężenia podukładów głównych stanowi pewne uproszczenie modelu w stosunku do obiektu rzeczywistego, dopuszczalne ze względu na znikomy wpływ drgań pantografa na drgania nadwozia pojazdu ([12]). Podział układu sieć trakcyjna–pociąg–tor kolejowy na dwa podkłady główne wymusza podział algorytmu symulacyjnego na dwa etapy, przy czym dyskretny zapis funkcji drgań nadwozia pojazdu musi być zgodny z przyjętym krokiem całkowania numerycznego równań ruchu układu sieć trakcyjna–pantograf.

Wyniki symulacji drgań uzyskiwane w podukładzie głównym (2) mają formę przebiegów przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń drgań poszczególnych elementów tego podkładu. Natomiast w podukładzie głównym (1), wyniki symulacji były do tej pory generowane i analizowane jedynie w zakresie przemieszczeń wybranych elementów konstrukcyjnych sieci i pantografa oraz siły nacisku stykowego ślizgacza pantografa na przewód jezdny. Na potrzeby tej pracy metoda symulacyjna została uzupełniona o ścieżkę wyznaczania prędkości i przyspieszeń drgań sieci i pantografów.

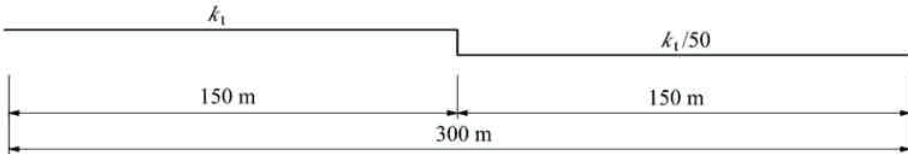
3. Analiza numeryczna

Zgodnie z założeniami metody symulacyjnej, analiza numeryczna została przeprowadzona dwuetapowo. Pierwszy etap stanowiła symulacja i analiza drgań nadwozia pojazdu w miejscu zamocowania pantografa. Podczas symulacji wariantowano zawieszenie pojazdu w taki sposób, że pociąg miał zawieszenie dwustopniowe o parametrach charakteryzujących pociągi dużych prędkości lub nie miał zawieszenia drugiego stopnia (między wózkami jezdny i nadwoziem).

Oprócz tego wprowadzono dwa typy nierówności progowej w postaci skokowej zmiany sztywności podłoża toru (rys. 2): nierówność typu 1 – nagłe pięćdziesięciokrotne zmniejszenie sztywności podłoża toru (od wartości k_t do $k_t/50$) oraz nierówność typu 2 – przejście z podłoża o zmniejszonej sztywności $k_t/50$ w odcinek o sztywności k_t . Przyjęto, że wyjściowa sztywność podłoża toru wynosi $k_t = 1,1 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$, co jest wartością charakteryzującą tor na podłożu o bardzo dobrej jakości [13].

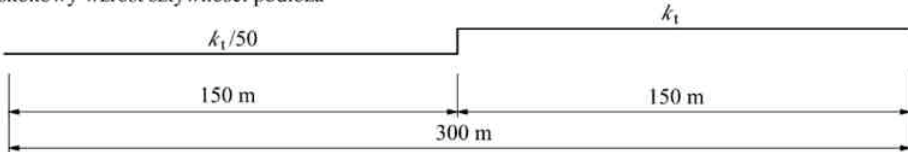
Nierówność typu 1:

skokowe zmniejszenie sztywności podłoża



Nierówność typu 2:

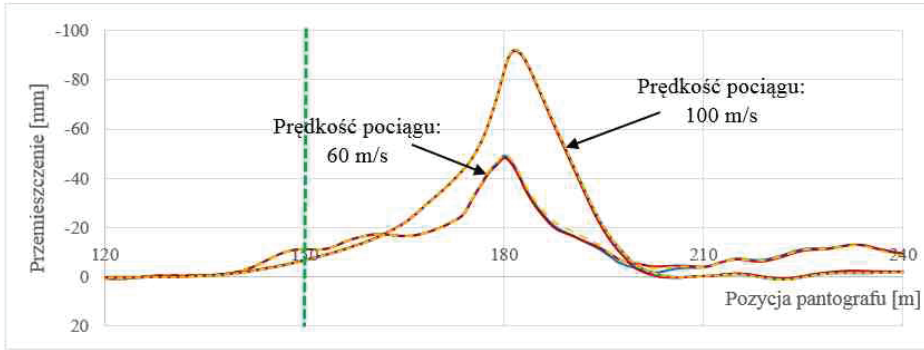
skokowy wzrost sztywności podłoża



Rys. 2. Schemat nierówności progowych przyjętych do analiz

Symulacje wykonano dla dwóch prędkości przejazdowych pociągu: 60 oraz 100 m/s, a jej wyniki opisano szczegółowo w pracy [10]. Kluczowym wnioskiem płynącym z tego etapu badań było zidentyfikowanie wyraźnego, impulsowego wymuszenia drgań podstawy pantografu. Impuls ten ujawniał się głównie w prędkościach i przyspieszeniach drgań, przy dość niewielkich amplitudach zmian pionowych przemieszczeń nadwozia.

Drugi etap badań opisanych w pracy [10] stanowiła analiza drgań sieci trakcyjnej. Przeprowadzono ją w zakresie przemieszczeń przewodu jezdnego oraz siły nacisku stykowego ślizgacza pantografu na przewód jezdny. Na podstawie porównania przebiegów czasowych poszczególnych wielkości wynikowych wyprobowano wniosek, że drgania nadwozia pojazdu nie przenoszą się w istotny sposób na pogorszenie warunków interakcji dynamicznej pomiędzy pantografem a siecią trakcyjną. Niemal niewidoczny był wpływ drgań podstawy pantografu na przebieg uniesienia przewodu jezdnego na wsporniku sieci (rys. 3), a w przypadku siły nacisku stykowego obserwowano niewielkie zwiększenie amplitud zmian tej siły. Lokalnie wystąpiło znaczne zmniejszenie siły kontaktowej, prowadzące do chwilowej utraty kontaktu.

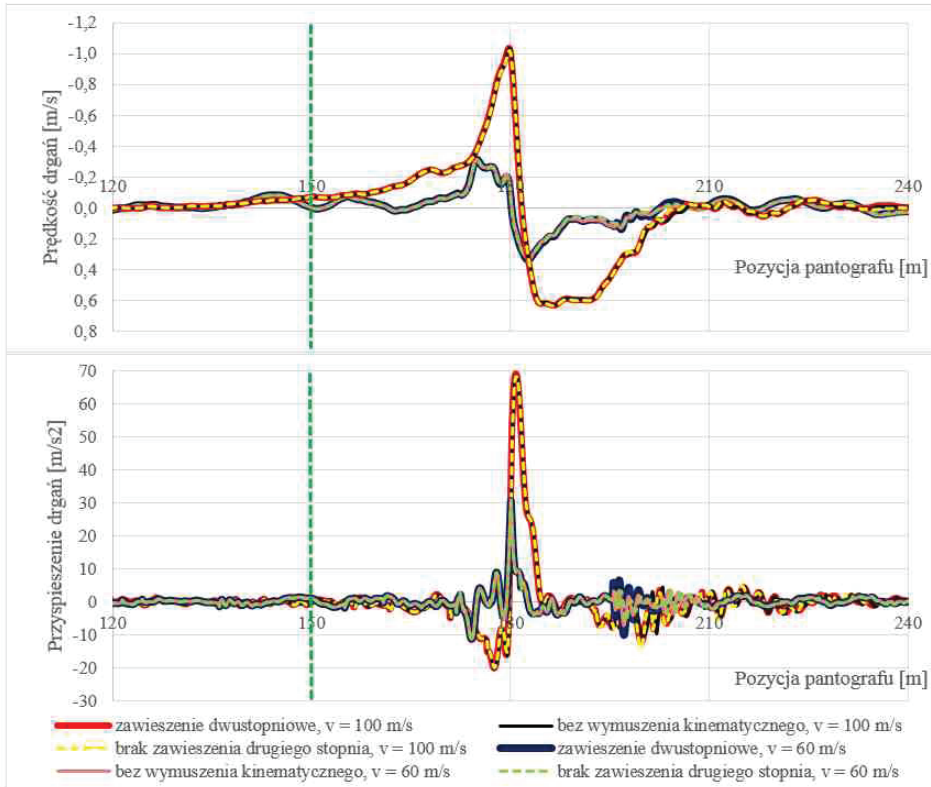


Rys. 3. Drgania przewodu jezdnego na wsporniku sieci oraz siła nacisku stykowego, wyznaczone:
 - - - bez uwzględnienia drgań nadwozia pojazdu,
 — z uwzględnieniem drgań nadwozia pojazdu wyposażonego w zawieszenie dwustopniowe,
 — z uwzględnieniem drgań nadwozia pojazdu bez zawieszenia drugiego stopnia

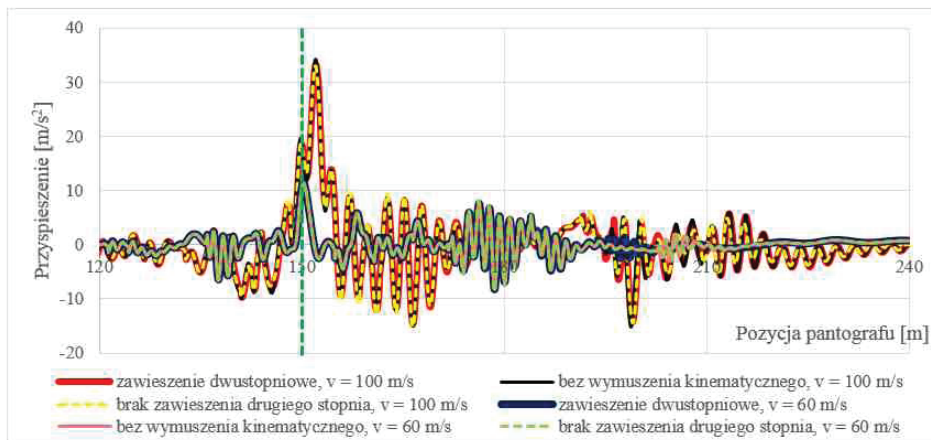
Biorąc pod uwagę fakt, że impulsowe wzbudzenie drgań nadwozia pojazdu, obserwowane w miejscu zamocowania podstawy pantografu, było widoczne głównie w przebiegach prędkości i przyspieszeń drgań, podjęto dalsze badania ukierunkowane na analizę prędkości i przyspieszeń drgań sieci i ślizgacza pantografu. Program symulacji drgań przyjęto analogicznie jak w pracy [10], to znaczy – drgania sieci trakcyjnej wygenerowano przy prędkości przejazdowej 60 i 100 m/s, uwzględniono dwa rodzaje zawieszenia pojazdu oraz dwa typy nierówności progowych. Uzyskane przebiegi porównano z przypadkiem, w którym nie uwzględnia się drgań nadwozia pojazdu, tzn. podstawa pantografu jest nieruchoma w kierunku pionowym. Wyniki symulacji prędkości i przyspieszeń drgań przewodu jezdnego oraz ślizgacza pantografu pokazano na rys. 4-6, w funkcji pozycji pantografu na długości odcinka testowego sieci, złożonego z pięciu jednakowych przęseł (każde o rozpiętości 60 m). Na rysunkach zaznaczono lokalizację nierówności progowej toru, za pomocą przerywanej, pionowej linii zielonej. Nierówność progowa jest zlokalizowana w środku rozpiętości trzeciego przęsła odcinka testowego sieci trakcyjnej, czyli w odległości 150 m od początku odcinka. Pokazane na rys. 4-6 przebiegi prędkości i przyspieszeń drgań towarzyszą przebiegom drgań przedstawionym na rys. 3 i dotyczą nierówności progowej typu 1 (por. rys. 2).

Pokazane na rys. 4 i 5 porównanie przebiegów drgań sieci wygenerowanych z uwzględnieniem drgań nadwozia pojazdu, spowodowanych przejazdem przez nierówność progową, z przebiegami nie uwzględniającymi wymuszenia kinematycznego drgań pantografu pokazuje, że wpływ nierówności progowej na prędkości i przyspieszenia drgań przewodu jezdnego jest nieznaczny. W przyspieszeniach przewodu jezdnego, obserwowanych na wsporniku znajdującym się bezpośrednio za miejscem występowania nierówności progowej, widoczne różnice w przebiegach pojawiają się jedynie w strefie drgań występujących po przejeździe pantografu przez obserwowany wspornik (rys. 4). W zakresie globalnych maksimum przebiegów różnice są pomijalnie małe. Analogiczne wnioski wynikają z analizy

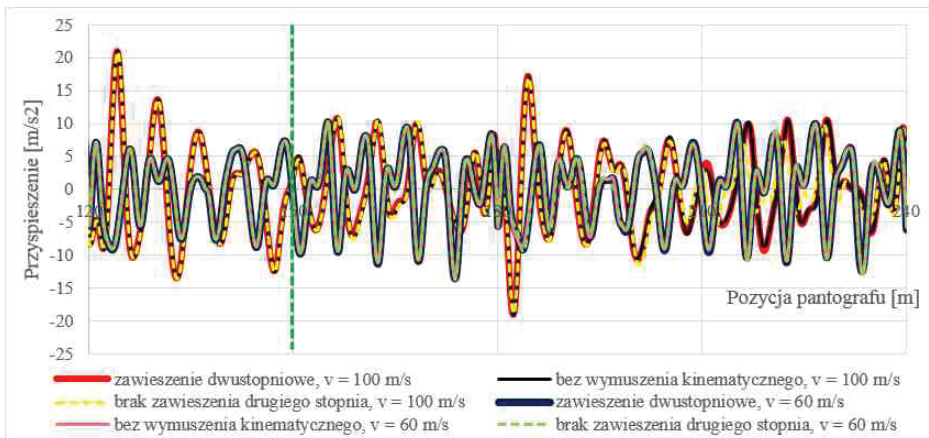
przebiegów przyspieszeń przewodu jezdnego obserwowanych w 1/2 rozpiętości przęśla (rys. 5).



Rys. 4. Prędkości i przyspieszenia drgań przewodu jezdnego na prawym wsporniku środkowego przęśla odcinka testowego sieci trakcyjnej



Rys. 5. Przyspieszenia drgań przewodu jezdnego w 1/2 rozpiętości środkowego przęśla odcinka testowego sieci trakcyjnej

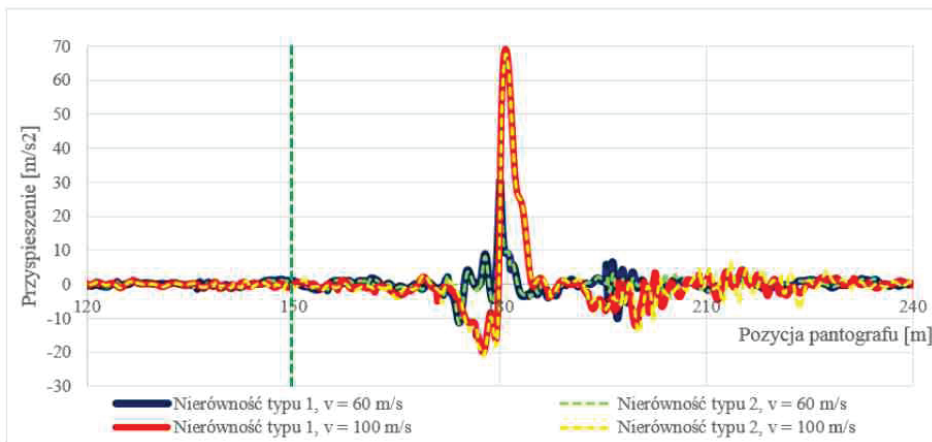


Rys. 6. Przyspieszenia drgań ślizgacza pantografu w trakcie jego przejazdu przez trzecie i czwarte przęsło odcinka testowego sieci trakcyjnej

Należy zauważyć, że skutek przejazdu pojazdu trakcyjnego przez nierówność progową toru nie ujawnia się nawet w przyspieszeniach drgań ślizgacza pantografu, przedstawionych na rys. 6. Nic dziwnego zatem, że nie został zaobserwowany w prędkościach i przyspieszeniach drgań przewodu jezdnego. Stąd wynika wniosek, że dzięki właściwościom tłumiącym konstrukcji pantografu, drgania pojazdu praktycznie nie przenoszą się na drgania ślizgacza, a stąd i na drgania sieci trakcyjnej. Do takiego samego wniosku prowadzi analiza wyników symulacji otrzymanych w przypadku drugiego typu nierówności progowej, który założono w postaci nagłego przejścia z podłoża o zmniejszonej sztywności $k/50$ w odcinek o sztywności k . Na rys. 7 pokazano przykładowo porównanie wykresów przyspieszeń drgań przewodu jezdnego na prawym wsporniku środkowego przęsła, odpowiadających dwóm rozważanym typom nierówności progowej (por. rys. 2). Wpływ typu nierówności jest prawie niezauważalny na wykresach, poza fragmentem, który obrazuje przyspieszenia drgań przewodu po przejeździe pantografu przez obserwowany wspornik sieci, ale nawet w tym fragmencie analizowany wpływ jest niewielki.

Podsumowując ten etap analiz można stwierdzić, że nie spełniły się wstępne oczekiwania zakładające pojawienie się istotnego wpływu drgań pojazdu trakcyjnego na prędkości i przyspieszenia drgań sieci podczas przejazdu pociągu przez nierówność progową toru. Wpływ ten okazał się nieznaczny, podobnie jak w przypadku przemieszczeń sieci trakcyjnej. Mimo to, przedstawione wyniki symulacji pozwalają sformułować interesujące poznawczo wnioski na temat efektów dynamicznych obciążenia sieci spowodowanego ruchem pantografu. Jak wynika z analizy rys. 3-7, przejazd pantografu powoduje drgania sieci o małych amplitudach w porównaniu z jej rozpiętością, ale drgania te zachodzą z dużymi przyspieszeniami, rosnącymi wraz z prędkością przejazdową. Maksymalne przyspieszenia drgań przewodu jezdnego, obserwowane na wsporniku sieci w chwili przejazdu pantografu, osiągają wartości bliskie 70 m/s^2 ($7,14g$) przy prędkości jazdy wynoszącej 100 m/s (360 km/h). Dwukrotnie mniejsze wartości przyspieszeń

występują w środku przęśła sieci (ok. 35 m/s^2), a jeszcze mniejsze są maksymalne przyspieszenia drgań ślizgacza pantografu (ok. 21 m/s^2). Zmniejszenie prędkości przejazdowej do 60 m/s (216 km/h) powoduje wyraźne zmniejszenie przyspieszeń drgań – odpowiednio do ok. 30 m/s^2 , 20 m/s^2 i 10 m/s^2 , ale nadal są one stosunkowo duże. Tak duże przyspieszenia drgań powodują pojawienie się dużych sił bezwładności i w konsekwencji dużych naprężeń dynamicznych w przewodzie jezdnym i prawdopodobnie w linii nośnej, co przy wielu cyklach zmian naprężeń prowadzi do powstania rys zmęczeniowych i zmęczenia materiału. Z obliczeń wynika, że najbardziej obciążone zmęczeniowo są fragmenty przewodu jezdnego w otoczeniu wsporników sieci (ramion odciążowych), na liniach dużych prędkości i przy dużym natężeniu ruchu pociągów.



Rys. 7. Wpływ typu nierówności progowej toru na przyspieszenia drgań przewodu jezdnego na prawym wsporniku środkowego przęśła

4. Podsumowanie

Opisana w pracy analiza numeryczna drgań układu sieć trakcyjna–pociąg–tor kolejowy, przeprowadzona w zakresie prędkości i przyspieszeń drgań podokładu sieć trakcyjna–pantograf, stanowi uzupełnienie cyklu badań wpływu przejazdu pociągu przez nierówność progową toru na drgania toru, pojazdu kolejowego oraz sieci trakcyjnej. Pomimo, iż nie wykazano istotnego wpływu tego typu wymuszenia na drgania sieci trakcyjnej, w pracy przedstawiono interesujące wyniki symulacji w zakresie nie pokazywanym dotąd w literaturze, a ważnym z punktu widzenia analiz zmęczeniowych. Wykazano, że przebiegi przyspieszeń przewodu jezdnego i ślizgacza pantografu charakteryzują się bardzo dużymi wartościami szczytowymi, osiągającymi niemal 70 m/s^2 w przekroju przewodu jezdnego na wsporniku sieci, przy prędkości przejazdowej 100 m/s . Z porównania przebiegów uwzględniających drgania nadwozia pojazdu z przebiegami traktującymi podstawę pantografu jako nieruchomą wynika, że drgania sieci i pantografu pochodzą przede wszystkim od

ruchu obciążenia wzdłuż sieci jezdnej. Pionowy ruch podstawy pantografu, dzięki dobrze amortyzowanej konstrukcji odbieraka, słabo przenosi się na drgania ślizgacza i przewodu jezdnej. Dalszymi kierunkami badań w zakresie interakcji dynamicznej pomiędzy pantografem a siecią trakcyjną mogą być: pogłębiona analiza utraty kontaktu między ślizgaczem pantografu i przewodem jezdny, uwzględniająca więź jednostronną na styku między tymi elementami, a także prognozowanie trwałości elementów konstrukcyjnych sieci w aspekcie zmęczenia materiału.

Bibliografia

- [1] Bryja D., Gisterek I., Popiołek A. (Hyliński), Analiza numeryczna wpływu nierówności progowej na drgania toru kolejowego spowodowane przejazdem pociągu dużych prędkości, *Inżynieria i Budownictwo*, r. 71, nr 10, 2015, s. 532-536.
- [2] Bryja D., Popiołek A. (Hyliński), Analiza drgań pojazdów kolejowych w trakcie ich przejazdu przez nierówność progową toru, *Przegląd Komunikacyjny*, R. 70, nr 9, 2015, s. 68-72.
- [3] Bryja D., Popiołek A. (Hyliński), Analiza drgań wieszara ciągnowego jako modelu kolejowej sieci trakcyjnej obciążonej ruchem pantografów, *Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture*, t. 34, z. 64, nr 2, 2017, s. 177-190.
- [4] Bryja D., Prokopowicz D., Dyskretno-ciągły model obliczeniowy sprzężonego układu dynamicznego: pantograf – napowietrzna sieć trakcyjna, *Przegląd Komunikacyjny*, r. 71, nr 5, 2016, s. 44-51.
- [5] Bryja D., Popiołek A. (Hyliński), Droppers' stiffness influence on dynamic interaction between the pantograph and railway catenary, *Problemy Kolejnictwa = Railway Reports*, 2019, t. 63, z. 183, s. 89-98.
- [6] Bryja D., Popiołek A. (Hyliński), Numeryczna symulacja drgań sieci trakcyjnych na liniach KDP, z uwzględnieniem nieliniowej pracy linek wieszakowych, monografia zbiorowa „Inżynieria kolejowa – szanse i wyzwania” pod red. P. Kozioła, A. Szaraty, W. Drozda, Wyd. Politechniki Krakowskiej, 2018. s. 55-76.
- [7] Ambrósio J., Pombo J., Pereira M., Antunes P., Mósca A., A computational procedure for the dynamic analysis of the catenary-pantograph interaction in high-speed trains, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 50 (3), 2012, pp. 681-699.
- [8] PN-EN 50318: Zastosowania kolejowe – Systemy odbioru prądu – Walidacja symulacji oddziaływania dynamicznego pomiędzy pantografem a siecią jezdnią górną, PKN, Warszawa 2003.
- [9] Bryja D., Popiołek A. (Hyliński), Drgania sieci trakcyjnej spowodowane przejazdem pociągu dużych prędkości przez nierówność progową toru kolejowego, *Przegląd komunikacyjny*, r. 73, nr 6, 2018, s. 7-12.

-
- [10] Bryja D., A. Hyliński A., Computational simulation method for catenary-train-track coupled vibrations considering track stiffness discontinuity, *Studia Geotechnica et Mechanica*, praca zgłoszona do druku.
 - [11] Rozporządzenie Komisji (UE) nr 1301/2014 z dnia 18 listopada 2014 r. w sprawie technicznych specyfikacji interoperacyjności podsystemu Energia systemu kolei w Unii.
 - [12] Pombo J., Ambrosio J., Environmental and track perturbations on multiple pantograph interaction with catenaries in high-speed trains, *Computers and Structures*, nr 124, 2013, s. 88-101.
 - [13] Esvelde C., *Modern Railway Track*, Zaltbommel: MRT-Productions, 2014.

