Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej Nr 62

XIX Konferencja Naukowa

AKTUALNE PROBLEMY W ELEKTROENERGETYCE APE'19

Jastrzębia Góra, 12-14 czerwca 2019

doi: 10.32016/1.62.05

HELM - NOWA METODA OBLICZANIA ROZPŁYWÓW MOCY W SIECIACH ELEKTROENERGETYCZNYCH

Andrzej WĘDZIK

Politechnika Łódzka, Instytut Elektroenergetyki
tel.: 42 631 26 08 e-mail: andrzej.wedzik@p.lodz.pl

Streszczenie: Metoda HELM (***H****olomorphic* ***E****mbedding* ***L****oad Fload* ***M****ethod*) jest całkowicie nową metodą rozwiązywania równań opisujących stany ustalone systemów elektroenergetycznych. Działanie metody oparte jest o wykorzystanie technik analizy zespolonej. Jednak najważniejszą jej cechą jest to, że jeżeli rozwiązanie istnieje, wówczas odpowiada rzeczywistemu stanowi pracy systemu. Natomiast gdy rozwiązanie nie istnieje, wówczas jednoznacznie sygnalizuje że wystąpi lawina napięcia (*blackout*). Artykuł jest pierwszą prezentacją metody HELM. Pokazuje jej główne założenia i sposób odwzorowania podstawowych elementów modelu systemu elektroenergetycznego. Dokonuje również porównania obliczeń z wykorzystaniem metody HELM z klasycznymi metodami iteracyjnymi.

Słowa kluczowe: Rozpływy mocy. Metoda HELM. Analiza zespolona.

1. WPROWADZENIE

Do badania rozpływów mocy w systemach elektroenergetycznych od dawna używane są metody numeryczne oparte na technikach iteracyjnych. Metody te nie dają jednak gwarancji, że rozpoczęty proces iteracyjny zawsze się zbiegnie. Jednocześnie wiadomo, że równania opisujące rozpływy mocy mają wiele rozwiązań, a tylko jedno z nich odpowiada rzeczywistemu stanowi pracy badanego systemu elektroenergetycznego.

Metoda HELM została opracowana w celu likwidacji powyższych ograniczeń, występujących w dotychczas wykorzystywanych metodach klasycznych. HELM jest całkowicie nową i nowatorską metodą rozwiązywania równań opisujących stany ustalone systemów elektroenergetycznych. Działanie metody oparte jest o wykorzystanie technik analizy zespolonej. Jednak najważniejszą jej cechą jest to, że:

- Znalezione rozwiązanie, jeżeli istnieje, odpowiada rzeczywistemu stanowi pracy badanego systemu elektroenergetycznego (bez względu na wybór punktu startowego).
- Jednoznacznie sygnalizuje, jeżeli rozwiązanie nie istnieje, że wystąpi w systemie lawina napięcia (*blackout*).

Bardzo ważną cechą metody jest to, że jest ona metodą rekurencyjną, a nie iteracyjną jak ma to miejsce w przypadku algorytmów klasycznych.

Metoda HELM została opracowana przez Antonio Triasa i opublikowana po raz pierwszy w roku 2012 [1]. W publikacji autor opisał podstawy matematyczne zastosowanej metody zanurzenia holomorficznego (*Holomorphic Embedding Method*) w odniesieniu do systemu z węzłami typu *PQ*. Na przykładzie układu dwumaszynowego przedstawił zasadę i możliwości jej stosowania. Subramanian i inni w publikacji [2] po raz pierwszy przedstawili sposób modelowania węzłów typu *PV* w metodzie HELM. Zaprezentowali również sposób rozwiązania problemu dokładności rozwiązania w przypadku zastosowania zanurzenia holomorficznego dla węzłów typu *PV*. Baghsorkhi i Suetin w pracy [3] zaprezentowali możliwości wykorzystania metody HELM do obliczeń rozpływów mocy w sieciach elektroenergetycznych z węzłami *PV*, dla których określono ograniczenia napięciowe. Zagadnienie to wiąże się bezpośrednio z możliwościami modelowania regulatorów napięcia w omawianej metodzie. W publikacji [4] Trias w sposób szczegółowy przedstawił teoretyczne podstawy metody HELM. Pokazał w jaki sposób należy budować zanurzenie holomorficzne w celu prawidłowego rozwiązania równań opisujących rozpływy mocy w systemie elektroenergetycznym. Zaprezentował w jaki sposób stosować standardowe techniki analityczne do praktycznych obliczeń. Pokazał, jak rozszerzyć metodę, aby dostosować ją do zmiennych elementów sterujących, takich jak węzły typu *PV*. Suetin i Baghsorkhi w pracy [5] oraz Rao i inni w publikacji [6] przedstawili w sposób uporządkowany opracowane dotychczas modele matematyczne elementów systemu elektroenergetycznego, wykorzystywane w metodzie HELM. Zaprezentowali najczęściej stosowane metody rozwiązania równań tworzących model rozpływowy. Przeanalizowali wpływ wybranych zanurzeń holomorficznych na budowanie modeli elementów systemu elektroenergetycznego, obliczania rozwiązań kiełków (*germ solutions*) i działania samego, rekurencyjnego algorytmu stosowanego w metodzie HELM. W pracy [7] Trias i Marín zaprezentowali możliwości wykorzystana metody HELM do rozwiązywania rozpływów mocy w systemach prądu stałego. Wallace i inni w publikacji [8] zaprezentowali alternatywną metodę uwzględniania węzłów typu *PV* w metodzie HELM. Basiri-Kejani i Gholipour w pracy [9] przedstawili możliwości modelowania układów regulacyjnych w omawianej metodzie. Główne rozważania skoncentrowane zostały na regulatorach typu FACTS.

Nieliczne dotychczas, opisane powyżej publikacje, które odnoszą się do prezentowanej metody, udowodniło, że jest ona wydajna i konkurencyjna w odniesieniu do klasycznych metod iteracyjnych. Wykazano w nich duży potencjał metody i możliwości jej wykorzystania w aplikacjach działających w czasie rzeczywistym do wielu operacji związanych z funkcjonowaniem systemu elektroenergetycznego. Jest to szczególnie istotne z punktu widzenia coraz szerszego wprowadzania inteligentnych aplikacji działających w czasie rzeczywistym.

Artykuł jest pierwszą prezentacją metody HELM. Pokazuje jej główne założenia i sposób budowy modelu systemu elektroenergetycznego w oparciu o technikę analizy zespolonej. Pokazuje porównania obliczeń z klasycznymi metodami iteracyjnymi.

2. MODEL MATEMATYCZNY METODY HELM

Dla dowolnego węzła *i* sieci elektroenergetycznej, składającej się z *N* węzłów, można zapisać równanie wiążące ze sobą podstawowe wielkości elektryczne w postaci:

$$\sum_{k=0}^{N} Y_{ik} \cdot V_k = \frac{S_i^*}{V_i^*}, \quad \text{dla} \quad i \in PQ. \tag{1}$$

gdzie poszczególne wielkości oznaczają wartości zespolone odpowiednio: S_i – mocy węzła *i*, V_i – napięcia węzła *i*, Y_{ik} – elementów macierzy admitancji, odwzorowującej połączenia w rozważanej sieci elektroenergetycznej. Indeksy (*) oznaczają wartości sprzężone.

Równanie (1) przedstawia sobą podstawowy zapis równań rozpływowych, opisujących stan pracy węzłów typu *PQ*. Chociaż w praktyce tylko nieliczne węzły w rozległym systemie elektroenergetycznym opisywane są w ten sposób, to jednak powyższy przypadek można potraktować jako punkt wyjścia do opisu zasady działania i tworzenia modelu metody HELM. W metodzie HELM proponuje się zanurzenie oryginalnych równań algebraicznych (1) w ich funkcjonalne holomorficzne rozszerzenie. Dzięki takiemu zabiegowi możliwe będzie wykorzystanie wielu właściwości analizy zespolonej, niedostępnych lub ograniczonych w przypadku rozwiązywania równań algebraicznych. Proponowane zanurzenie polega na wprowadzeniu zmiennej zespolonej *z* do Równania (1), w taki sposób aby napięcia V_i, V_k stały się funkcjami tej nowej zmiennej. Zanurzenia można dokonać w dowolny sposób. Dla opisanych Równaniem (1) węzłów typu *PQ* zanurzenie holomorficzne może przyjąć następującą postać:

$$\sum_{k=0}^{N} Y_{ik} \cdot V_k(z) = \frac{z \cdot S_i^*}{V_i^*(z^*)}, \quad \text{dla} \quad i \in PQ. \tag{2}$$

Występująca w Równaniu (2) zależność funkcyjna napięcia węzłowego od zmiennej zespolonej *z*, jest funkcją holomorficzną. Dodatkowo, napięcia w węzłach systemu spełniają następujące zależności, wynikające z zastosowanego zanurzenia holomorficznego:

$$V_k(0) = 1 \quad \forall\, k \in PQ. \tag{3}$$

$$V_k(1) = V_k \quad \forall\, k \in PQ. \tag{4}$$

$$V_{slack}(z) = V_{slack}. \tag{5}$$

Należy zauważyć, że zanurzenie holomorficzne, wykorzystane w Równaniu (2) implikuje następujące przypadki graniczne:

- rozwiązanie dla *z*=0 reprezentuje przypadek pracy sieci bez obciążeń i generacji w węzłach systemu elektroenergetycznego – jest to tzw. rozwiązanie kiełka (*germ solution*),
- rozwiązanie dla *z*=1 reprezentuje przypadek określenia punktu pracy sieci dla pełnego modelu rozpływowego.

3. METODY ROZWIĄZANIA PROBLEMU

Zastosowanie zanurzenia holomorficznego sprawia, że funkcja *V(z)* jest funkcją holomorficzną zmiennej zespolonej *z*. W praktyce oznacza to, że problem rozpływów mocy w systemie elektroenergetycznym za pomocą metody HELM rozwiązywany jest w przestrzeni funkcyjnej, w której zarówno funkcje jak i zmienne są liczbami zespolonymi. Jedną z metod, stosowanych do rozwiązania tego typu problemów, jest metoda szeregów potęgowych.

3.1. Metoda szeregów potęgowych

Wykorzystując jedną z fundamentalnych cech funkcji holomorficznych, zależność na *V(z)* można przedstawić w formie szeregu Maclaurina, który jest szczególną postacią szeregu Taylora. W ogólnym przypadku jest to szereg potęgowy o współczynnikach będących funkcjami zespolonymi zależnymi od zmiennych zespolonych tego szeregu. Postać takiego szeregu jest następująca:

$$V(z) = \sum_{n=0}^{\infty} V[n] \cdot z^n. \tag{6}$$

Wykorzystując szereg (6) Równanie (2), opisujące stan pracy węzłów typu *PQ*, przyjmie postać:

$$\sum_{k=0}^{N} Y_{ik} \cdot V_k[n] = S_i^* \cdot W_i^*[n-1], \quad \text{dla} \quad i \in PQ. \tag{7}$$

Współczynniki *V[n]* i *W[n]* obliczane są ze wzorów:

$$V[n] = S^* \cdot W^*[n-1], \quad \text{dla} \quad n > 0. \tag{7a}$$

$$W[0] = \frac{1}{V[0]}. \tag{7b}$$

$$W[n] = -\frac{\sum_{m=0}^{n-1} W[m] \cdot V[n-m]}{V[0]}, \quad \text{dla} \quad n \geq 1. \tag{7c}$$

Kolejnym ze sposobów, wykorzystywanych do obliczeń w metodzie HELM, jest metoda aproksymacji ułamkiem łańcuchowym (*continued fraction*).

3.2. Metoda aproksymacji ułamkiem łańcuchowym

Istnieje wiele sposobów przekształcenia oryginalnego szeregu potęgowego, opisanego Równaniem (6) do postaci ułamka łańcuchowego, aproksymującego ten szereg. Jedna z możliwych postaci takiego przekształcenia jest następująca:

$$V(z) = V[0] + \cfrac{z}{V^{(1)}[0] + \cfrac{z}{V^{(2)}[0] + \cfrac{z}{V^{(3)}[0] + \ldots}}}. \tag{8}$$

Wartość funkcji *V(z)*, określającej napięcia pracy we wszystkich *N* węzłach sieci, reprezentowanych w modelu rozpływowym, otrzymuje się bezpośrednio z Równania (8) przyjmując wartość z=1.

Istnieje jeszcze wiele innych metod, które mogą być wykorzystane do rozwiązania zagadnień opisanych w metodzie HELM. Powyżej opisane zostały jedynie najpopularniejsze metody, które znalazły najszersze zastosowania w publikowanych dotychczas pracach.

4. SPOSOBY UWZGLĘDNIANIA STANÓW RZECZYWISTYCH PRACY SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO

Równanie (1) oraz odpowiadające mu zanurzenie holomorficzne (2) opisują stan pracy węzłów typu *PQ*. W pełnym modelu obliczeniowym konieczne jest jednak odwzorowanie innych rodzajów węzłów czy też urządzeń. Postaci zanurzeń holomorficznych może być nieskończenie wiele. Poniżej zaprezentowane zostaną najważniejsze z nich, które doczekały się praktycznej implementacji.

4.1. Rozbudowany model węzłów typu *PQ*

W modelu tym z elementów Y_{ik}, macierzy admitancyjnej wydzielone zostały dwie części składowe: Y_{ik}^{tr} – część odpowiadająca „gałęziom szeregowym” oraz Y_{i}^{sh} – część odpowiadająca „elementom poprzecznym” (*shunt elements*). Taka reprezentacja węzłów typu *PQ* pozwala na odwzorowanie elementów poprzecznych (dławiki, kondensatory itp.) oraz ułatwia modelowanie transformatorów. Zanurzenie holomorficzne dla równań rozpływowych dla opisywanego przypadku przyjmie postać:

$$\sum_{k=0}^{N} Y_{ik} \cdot V_k\ (z) = \frac{z \cdot S_i^*}{V_i^*(z^*)} - z \cdot Y_i^{sh} \cdot V_i\ (z), \quad \text{dla} \quad i \in PQ\ . \quad (9)$$

Natomiast model matematyczny, zastosowany w metodzie HELM, odpowiadający Równaniu (9), przyjmie postać:

$$\begin{aligned} &\sum_{k=0}^{N} Y_{ik} \cdot V_k\ [n] = \\ &= S_i^* \cdot W_i^*[n-1] - Y_i^{sh} \cdot V_i\ [n-1], \quad \text{dla} \quad i \in PQ \end{aligned} \quad (9a)$$

4.2. Model węzłów *PV*

Dla węzłów typu *PV* znane są: moduł napięcia $|V_i|$ oraz wyjściowa moc czynna P_i. Wielkościami nieznanymi są: kąt napięcia oraz moc bierna węzłowa Q_i. Odpowiednie równania dla zanurzenia holomorficznego, reprezentujące sposób obliczenia mocy biernej, można zapisać w sposób następujący:

$$\begin{aligned} &\sum_{k=0}^{N} Y_{ik} \cdot V_k\ (z) = \\ &= \frac{z \cdot S_{iconst}^* - jQ_i(z)}{V_i^*(z^*)} - z \cdot Y_i^{sh} \cdot V_i\ (z), \quad \text{dla} \quad i \in PV \end{aligned} \quad (10)$$

Model matematyczny, zastosowany w metodzie HELM, odpowiadający Równaniu (10), przyjmie postać:

$$\begin{aligned} &\sum_{k=0}^{N} Y_{ik} \cdot V_k\ [n] + jQ_i[n] = S_{iconst}^* \cdot W_i^*[n-1] - \\ &- j\left(\sum_{m=1}^{n-1} Q_i[m] \cdot W_i^*[n-m]\right) - Y_i^{sh} \cdot V_i\ [n-1], \quad \text{dla} \quad i \in PV \end{aligned} \quad (10a)$$

Jednocześnie zanurzenie holomorficzne, przedstawiające warunek znajomości modułu napięcia $|V_i|$, można zapisać w postaci:

$$V_i\ (z) \cdot V_i^*(z^*) = 1 + z \cdot \left(\left|V_i^{zad}\right|^2 - 1\right), \quad \text{dla} \quad i \in PV\ . \quad (11)$$

Model matematyczny, zastosowany w metodzie HELM, odpowiadający Równaniu (11), przyjmie postać:

$$V_i^{\mathrm{re}}[n] = \begin{cases} 1, \ \text{dla}\ n = 0, \\ \dfrac{\left(V_i^{zad}\right)^2 - 1}{2}, \ \text{dla}\ n = 1, \\ -\dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{m=1}^{n-1} V_i[m] \cdot V_i^*[n-m], \ \text{dla}\ n = 2, 3, \ldots n\text{-}1. \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{dla} \quad i \in PV$$

Zaprezentowane powyżej równania stanowią zaledwie niewielką reprezentację modeli matematycznych, składających się na opis złożonych procesów zachodzących w rzeczywistym systemie elektroenergetycznym. Prace nad powyższymi zagadnieniami dopiero się rozpoczęły. Należy mieć nadzieję, że z każdym nowym opracowaniem wzbogaceniu ulegnie biblioteka dostępnych modeli pozwalająca na ich reprezentację i zastosowanie w metodzie HELM.

5. PRZYKŁADY OBLICZENIOWE

W celu przetestowania skuteczności działania metody HELM, wykonane zostały analizy porównawcze z profesjonalnym programem do obliczeń rozpływów mocy PSS®E firmy Siemens PTI. Do obliczeń wykorzystane zostały standardowe modele 3, 14 i 118 węzłowe IEEE. Modele zostały dostosowane do specyfiki opracowanych dotychczas i opisanych wcześniej zanurzeń holomorficznych. Z tego powodu w modelach IEEE zablokowano np. możliwość regulacji przekładni transformatorów. Zachowane zostały wszystkie ograniczenia i wymagania dla węzłów typu *PV*, takie jak: ustalone poziomy napięć i limity mocy biernych generatorów.

Obliczenia wykonane zostały na komputerze z procesorem Intel® Core™ i7-6700 HQ 2,6GHz, z 64 bitowym systemem operacyjnym MS Windows 10 Pro. Algorytm metody HELM napisany został w języku Python 3.6.

Wyniki przeprowadzonych obliczeń porównawczych zamieszczone zostały w Tabeli 1.

Tabela 1. Analiza porównawcza obliczeń rozpływowych dla programu PSS®E i metody HELM

Model	PSS®E		HELM	
	Użycie CPU	Dokładność	Użycie CPU	Dokładność
	[ms]	[MVA]	[ms]	[MVA]
3-bus	38,823	5,960E-06	24,495	3,786E-05
14-bus	63,732	2,227E-05	42,536	4,413E-12
118-bus	56,567	4,134E-04	300,137	1,333E-08

6. WNIOSKI

Metoda HELM jest całkowicie nową i nowatorską metodą rozwiązywania równań opisujących stany ustalone systemów elektroenergetycznych. Pierwsze prace teoretyczne wskazują na duży potencjał oraz możliwości aplikacyjne opisywanej metody. Potwierdzają to również obliczenia przeprowadzone przez autora. Wyniki zaprezentowane w Tabeli 1 pokazują, że:

- Metoda HELM charakteryzuje się dużą dokładnością wykonywanych obliczeń, bez względu na wielkość analizowanej sieci.
- Dla sieci o niewielkiej liczbie węzłów czas obliczeń jest porównywalny lub lepszy niż w przypadku metod klasycznych.
- Wraz ze wzrostem wymiarowości problemu znacząco wzrasta czas obliczeń w metodzie HELM.

Należy jednak pamiętać, że czas obliczeń w przypadku metody HELM schodzi na drugi plan. O wiele istotniejsze są cechy analizowanej metody, wynikające z zastosowania zanurzenia holomorficznego i „przeniesienia" problemu rozpływów mocy na płaszczyznę liczb zespolonych □, przy jednoczesnym zanurzeniu oryginalnych równań algebraicznych w ich funkcjonalne holomorficzne rozszerzenie. Jednoznaczność rozwiązania (lub jego braku), uzyskana dzięki takiej transformacji, pozwala optymistycznie myśleć np. o możliwościach zastosowania metody HELM w systemach czasu rzeczywistego, wykorzystywanych do sterowania pracą złożonego systemu elektroenergetycznego.

7. KIERUNKI PRZYSZŁYCH PRAC

Prace teoretyczne i rozwojowe nad metodą HELM są obecnie na wczesnym etapie. Dotychczas, w sposób zadowalający opracowane zostały zaledwie niektóre zagadnienia, niezbędne do stworzenia w pełni funkcjonalnej metody obliczania rozpływów mocy w rzeczywistych systemach elektroenergetycznych. Do krytycznych elementów, niezbędnych do opracowania teoretycznego, należy uznać:

- Stworzenie modeli elementów regulacyjnych, takich jak transformatory z regulacja przekładni, przesuwniki fazowe, urządzenia typy FACTS itp.
- Stworzenie modeli odzwierciedlających różnorodną pracę obciążeń (model prądowy, admitancyjny itp.).

Na równi z opracowywaniem modeli elementów składowych systemu elektroenergetycznego, należy uznać konieczność poszukiwania nowych i bardziej wydajnych metod obliczania zmiennych funkcyjnych, będących rozwiązaniem problemu rozpływów mocy w metodzie HELM. Dokładność aproksymacji rozwiązania funkcyjnego oraz szybkość działania, odgrywają istotna rolę w procesie obliczeń i decydują o skuteczność i wydajności całej metody.

8. BIBLIOGRAFIA

1. Trias A., The Holomorphic Embedding Load Flow method, 2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting, July 2012, s. 1–8, ISSN: 1932-5517, doi: 10.1109/PESGM.2012.6344759.
2. Subramanian M. K., Feng Y., Tylavsky D., PV bus modeling in a holomorphically embedded power-flow formulation, 2013 North American Power Symposium (NAPS), September 2013, s. 1–6, doi: 10.1109/NAPS.2013.6666940.
3. Baghsorkhi S. S., Suetin S. P., Embedding AC Power Flow with Voltage Control in the Complex Plane: The Case of Analytic Continuation via Padé Approximants, Computing Research Repository (CoRR), vol. abs/1504.03249, 2015, arXiv: 1504.03249, url: http://arxiv.org/abs/1504.03249.
4. Trias A., Fundamentals of the Holomorphic Embedding Load-Flow Method, Computing Research Repository (CoRR), vol. abs/1509.02421, 2015, arXiv: 1509.02421, url: http://arxiv.org/abs/1509.02421.
5. Suetin S. P., Baghsorkhi S. S., Embedding AC Power Flow in the Complex Plane Part I: Modelling and Mathematical Foundation, Computing Research Repository (CoRR), vol. abs/1604.03425, 2016, arXiv: 1604.03425, url: http://arxiv.org/abs/1604.03425.
6. Rao S., Feng Y., Tylavsky D. J., Subramanian M. K., The Holomorphic Embedding Method Applied to the Power-Flow Problem, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 31, No. 5, September 2016, s. 3816–3828, ISSN: 0885-8950, doi: 10.1109/TPWRS.2015.2503423.
7. Trias A., Marín J. L., The Holomorphic Embedding Loadflow Method for DC Power Systems and Nonlinear DC Circuits, IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, vol. 63, No. 2, February 2016, s. 322–333, ISSN: 1549-8328, doi: 10.1109/TCSI.2015.2512723.
8. Wallace I., Roberts D., Grothey A., McKinnon K. I. M., Alternative PV Bus Modelling with the Holomorphic Embedding Load Flow Method, arXiv e-prints, July 2016, arXiv: 1607.00163, url: https://ui.adsabs.harvard.edu/\#abs/2016arXiv160700163W.
9. Basiri-Kejani M., Gholipour E., Holomorphic Embedding Load-Flow Modeling of Thyristor-Based FACTS Controllers, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 32, No. 6, November 2017, s. 4871–4879, ISSN: 0885-8950, doi: 10.1109/TPWRS.2017.2682117.

HELM - NEW METHOD FOR THE POWER FLOW CALCULATION IN ELECTRIC POWER GRIDS

HELM (Holomorphic Embedding Load Flow Method) is a novel method for calculation the power flow equations of power systems. It based on the techniques of Complex Analysis. HELM is non-iterative and deterministic method, yielding the correct solution when it exists and, conversely, unequivocally signaling voltage collapse when it does not. The article is the first presentation of the HELM method. It shows its main assumptions and the way of creation the basic elements of the power system model. Author compares the calculations using the HELM method with classic iterative methods.

Keywords: Power flow. HELM method. Complex analysis.