



Prognoza numeryczna dynamicznej utraty stateczności wiotkiej powłoki walcowej w ośrodku ziarnistym

PAWEŁ SZKLENNIK, GRZEGORZ BĄK

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Inżynierii Lądowej i Geodezji,
Katedra Budownictwa Ogólnego i Infrastruktury Wojskowej, ul. gen. S. Kaliskiego 2,
00-908 Warszawa, pawel.szklennik@wat.edu.pl, grzegorz.bak@wat.edu.pl

Streszczenie. W pracy przedstawiono zastosowanie metody elementów dyskretnych do rozwiązania zagadnienia dynamicznej utraty stateczności odcinka wiotkiej powłoki walcowej w warunkach interakcji z modelowym, ziarnistym ośrodkiem gruntowym. Koncentrowano się na poszukiwaniu dynamicznych form utraty stateczności przy skończonych przemieszczeniach. Uwzględniano ciężar własny ośrodka oraz obciążenie przekazywane z powierzchni naziomu, przy różnych grubościach nadkładu nad powłoką walcową. W wyniku zastosowania modelu dyskretnego w szkielecie ośrodka uwzględniane są losowe imperfekcje. Wykazano, że imperfekcje występujące w bezpośrednim otoczeniu powłoki mają zasadniczy wpływ na jej deformacje. Przyjęty sposób modelowania umożliwia wyznaczenie rozwiązania zagadnienia dynamicznej interakcji, z rozważeniem deformacji skończonych o charakterze płaskim, w konsekwentnym opisie metody elementów dyskretnych.

Słowa kluczowe: metoda elementów dyskretnych, powłoka walcowa, ośrodek ziarnisty, stateczność
DOI: 10.5604/01.3001.0013.5563

1. Wstęp

W analizach współdziałania konstrukcji z ośrodkiem gruntowym ważnym założeniem jest sposób ujęcia tego ośrodka. W przypadku gruntu spoiстого na ogół poprawne jest założenie o jego ciągłości. Przy ziarnistej strukturze nie wydaje się to adekwatne, stąd wynika częste stosowanie w tym przypadku tzw. metod dyskretnych opisujących ośrodek jako zbiór wzajemnie oddziałujących między sobą pojedynczych części. Jest to związane głównie z faktem, że w określeniu „zakres wyłączenia ośrodka gruntowego” zawierają się tutaj dwa stadia. W pierwszym szkielecie

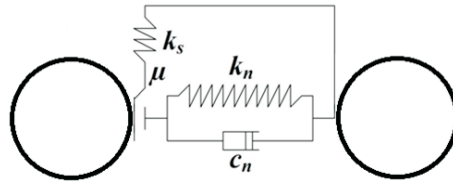
gruntowy, ukonstytuowany pod działaniem ciężaru własnego i ewentualnie wody w przestrzeniach międzycząsteczkowych, nie podlega zmianom przy przejmowaniu obciążeń zewnętrznych. Nie następuje naruszenie więzów strukturalnych i konfiguracja ziaren gruntu pozostaje niezmieniona. Każde z ziaren ma swoich „sąsiadów” i idealizując, nie zmieniają się też punkty wzajemnego kontaktu. Można wówczas określać taką reakcję szkieletu gruntowego jako idealnie sprężystą — wynika ona z odkształceń samych ziaren. W drugim stadium następuje naruszenie tych więzów, co może dokonywać się z różną intensywnością. Można rozważać, że zachowują się układy sąsiedzkie poszczególnych ziaren, ale ziarna doznają obrotów i przesunięć, co powoduje zmianę punktów kontaktowych. Możliwa jest też taka intensywność naruszenia więzów strukturalnych, że zmieniają się układy ziaren sąsiadujących. Zmiany te mogą powodować zagęszczenia albo rozluźnienia ośrodka gruntowego. W konsekwencji rozluźnienia szkielet gruntowy może doznawać lokalnych nieciągłości i imperfekcji. Wobec powyższego decyzja o sposobie modelowania ma istotny wpływ na poprawność wyników otrzymanych analitycznie.

W pracy analizowana jest powłoka walcowa zagłębiona w ośrodku ziarnistym. Taki układ może być uważany za pewien model tunelu podziemnego albo odcinka rury instalacyjnej w niespoistym ośrodku gruntowym. Jednak wnioskowanie o analogii uzyskanych wyników w odniesieniu do rzeczywistych obiektów obudów podziemnych nie było prowadzone z uwagi na różnice pod względem skali. Przyjęte założenia upraszczające zostały podyktowane dążeniem do oszczędności czasu obliczeń komputerowych. Celem pracy jest przedstawienie jedynie natury konsekwentnego sformułowania i rozwiązania rozważanego zagadnienia sprężystego metodą elementów dyskretnych w zakresie nieliniowości geometrycznej. Akcentowane są różnice z analogiczną problematyką podejmowaną w mechanice ciała stałego czy też konstrukcji, w których wykorzystuje się założenie ciągłości materii i w konsekwencji różniczkowy aparat matematyczny. Szerokie spektrum zastosowań metody elementów dyskretnych (ang. DEM) w rozwiązywaniu zagadnień inżynierskich przedstawiono m.in. w pracy [6]. Trudności, związane z wysokim zapotrzebowaniem na moc obliczeniową komputera wynikające z rezygnacji z opisu ciągłego, mogą być eliminowane poprzez połączenie DEM z innymi metodami dyskretyzacyjnymi stosowanymi w rozwiązywaniu zagadnień z teorii ośrodków ciągłych [2], [5], [6], [10]. Pojawia się wówczas zagadnienie integracji DEM z odpowiednią metodą wykorzystującą inny schemat dyskretyzacji ośrodka ciągłego.

2. Podstawy przeprowadzonej analizy DEM

W pracy wykorzystano modele numeryczne przedstawione w [7] i [8], gdzie analizowano interakcję obudowy walcowej z modelowym ośrodkiem gruntowym. W programie numerycznym implementowano sformułowanie kontaktu lokalnego

w DEM przedstawione między innymi w pracach [1], [6], [9]. Stosowany jest tzw. model kontaktu „miękkiego”. Oznacza to dopuszczenie niewielkiej wzajemnej penetracji elementów dyskretnych pozostających w kontakcie, którą można traktować jako deformację danych cząstek w skali mikro. Deformacje te wywołują oddziaływania według przyjętego modelu konstytutywnego przedstawionego na rysunku 1. Opisany jest on modułem sztywności dla kierunku normalnego (k_n) i stycznego (k_s), współczynnikiem tłumienia c_n i tarcia suwnego μ .



Rys. 1. Model kontaktu normalnego i stycznego dwóch elementów dyskretnych

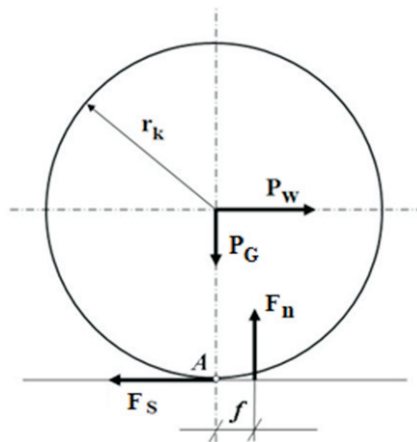
Z analiz numerycznych ukierunkowanych na badanie zdolności osłonowej szkieletu ziarnistego, w stosunku do położonej niżej powłoki walcowej, wynika, że o sztywności szkieletu decydują głównie opory tarcia suwnego i tocznego. Zasadniczymi parametrami są więc:

- współczynnik μ określający maksymalny opór suwny F_s^{\max} według zależności

$$F_s^{\max} = \mu |F_n| \tag{1}$$

gdzie F_n jest kontaktową siłą na kierunku normalnym;

- współczynnik ε definiujący współczynnik oporu tocznego $f = \varepsilon \cdot r_{sr}$, gdzie r_{sr} jest średnią długością promienia dwóch kontaktujących się elementów.



Rys. 2. Opór tarcia tocznego — układ oddziaływań

Maksymalna możliwa wartość oporu toczenia — zgodnie z rysunkiem 2 — będzie wynosić

$$M_f^{\max} = f \cdot |F_n| \quad (2)$$

Analizy wpływu oporu toczenia w DEM znaleźć można m.in. w pracach [3], [4]. Odpowiednio niskie wartości współczynników μ i ε skutkują intensywnymi oddziaływaniami przekazywanymi na zanurzoną w ośrodku ziarnistym powłokę walcową, która może tracić swoją stateczną postać.

Pozostałe parametry modelu, m.in. przedstawione na rysunku 1, można uznać za drugorzędne w poszukiwaniu rozwiązania zagadnienia sformułowanego w niniejszej pracy. Bardziej szczegółową charakterystykę tych parametrów przedstawiono m.in. w [7].

Mobilność elementów tworzących szkielet ziarnisty jest wyznaczana z dynamicznych równań ich ruchu postępowego i obrotowego:

$$\mathbf{m}_i \cdot \ddot{\mathbf{U}}_i = \mathbf{F}_i^{\text{calc}}, \quad (3)$$

$$\mathbf{J}_i \cdot \ddot{\Phi}_i + \dot{\Phi}_i \times \mathbf{J}_i \cdot \dot{\Phi}_i = \mathbf{M}_i^{\text{calc}}, \quad (4)$$

gdzie: \mathbf{m}_i jest macierzą mas i -tego elementu dyskretnego,
 $\ddot{\mathbf{U}}_i$ oznacza wektor przyspieszeń liniowych,
 $\mathbf{F}_i^{\text{calc}}$ jest wektorem wypadkowych sił działających na element,
 \mathbf{J}_i jest macierzą momentów bezwładności elementu dyskretnego,
 $\ddot{\Phi}_i$ oznacza wektor przyspieszeń obrotowych,
 $\dot{\Phi}_i$ jest wektorem prędkości kątowej,
 $\mathbf{M}_i^{\text{calc}}$ to wektor momentów zewnętrznych.

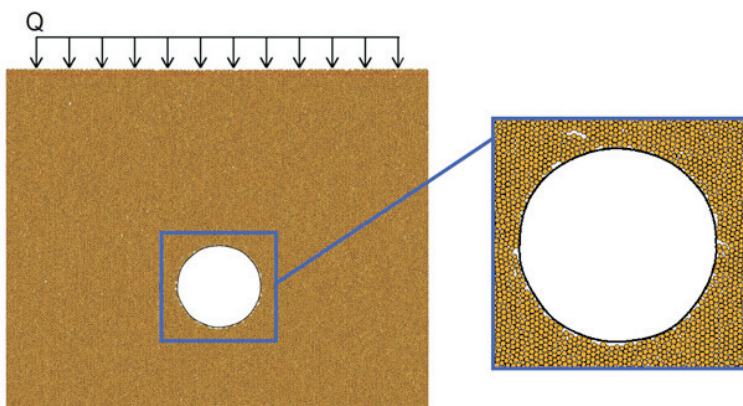
W celu określenia prędkości oraz przemieszczeń całkowano równania ruchu, wykorzystując schemat jawny. Stabilność numeryczna takiego schematu jest zapewniana przyjęciem kroku czasowego Δt nieprzekraczającego wartości krytycznej równej

$$\Delta t_c = (2/\omega_{\max}) \left(\sqrt{1 + \eta^2} - \eta \right), \quad (5)$$

gdzie ω_{\max} jest najwyższą częstością własną układu dyskretnego, a η określa stosunek zastosowanego tłumienia do tłumienia krytycznego dla drgań swobodnych o częstości ω_{\max} .

3. Dyskretny model numeryczny zagadnienia

Model numeryczny (rys. 3) stanowiła powłoka cylindryczna zagłębiona w modelowym ziarnistym ośrodku gruntowym stanowiącym zbiór elementów walcowych o średnicy $\Phi_o^{DEM} = 2 \div 2,5$ mm. Gęstość właściwą szkieletu ziarnistego ośrodka założono $\rho_o = 2550 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. W procesie generowania modelu tworzyły się imperfekcje ośrodka, widoczne na rysunku 3. Szczególnie istotne okazały się te, które występują w strefie bezpośrednio przyległej do powłoki.



Rys. 3. Fragment modelu dyskretnego ze zbliżeniem na strefę przyległą do powłoki

Średnica powłoki wynosiła 90 mm, a średnia grubość jej ścianki 0,75 mm. Konstrukcję dyskretną jej przekroju poprzecznego (rys. 4) zamodelowano jako układ złożony z 5239 elementów o średnicy $\Phi_p^{DEM} = 0,2$ mm. Grubość ścianki wykazywała niejednorodność, co obniżało siłę krytyczną pierścienia powłokowego. Założono, że pomiędzy elementami tworzącymi ściankę występują wiązania kohezyjne na kierunkach normalnym i stycznym. Wiązania te mają charakter sprężysty w całym zakresie odkształceń i nie ulegają zniszczeniu podczas deformacji. Wartości parametrów kontaktu wynikają z modułu Younga $E_p = 500$ MPa oraz stosownej wartości modułu Kirchoffa, przy wartości współczynnika Poissona $\nu_p = 0,45$. Powierzchnię zewnętrzną powłoki stanowiły więc elementy tego samego rodzaju co elementy ośrodka ziarnistego. Takie postępowanie umożliwia, w kontekście stosowanej metody, jednolite podejście do opisu przejmowania oddziaływań z ośrodka ziarnistego na ściankę powłoki, jak również do opisu ruchu ziaren samego ośrodka.

Na powierzchni naziomu przykładano rozłożone równomiernie obciążenie zewnętrzne, stopniowo rosnące do wartości wypadkowej 1250 N. W celu zwiększenia wartości krytycznego kroku czasowego, stosowanego przy całkowaniu równań

równowagi, w próbach numerycznych zawyżono ciężar objętościowy materiału powłoki do wartości $\rho_p = 10000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Nie stwierdzono istotnego wpływu tej zmiany na przedstawiane rezultaty.

Powyżej podano wartości jedynie wybranych, najistotniejszych parametrów materiałowych użytych w symulacji numerycznej. Szczegółowe zestawienie wartości wszystkich parametrów modelu, wraz z opisem analiz wykonanych w procesie ich ustalania, przedstawiono w pracy [7]. Zamieszczono tam wyniki wykonanej identyfikacji szkieletu gruntowego podlegającego badaniom w warunkach laboratoryjnych. Bardzo mała sztywność powłoki oznacza, że w sformułowaniu zadania uwzględnimy skończone deformacje, zarówno wiotkiej powłoki o niejednorodnej ścianie, jak i ziarnistego szkieletu gruntowego.

4. Wyniki analiz numerycznych

4.1. Wpływ sztywności szkieletu ziarnistego i grubości nadkładu na utratę stateczności powłoki

Analizę sztywności szkieletu modelowego gruntu przeprowadzono przy grubości nadkładu nad powłoką walcową równej jednej oraz dwóm średnicom powłoki — oznaczanych odpowiednio N1D i N2D. Czynnikiem inicjującym utratę stateczności było powierzchniowe obciążenie narastające, usytuowane na poziomie ośrodka gruntowego według rysunku 3. Uwzględniono również ciężar własny ośrodka. Jak już wcześniej stwierdzono, zasadniczymi parametrami decydującymi o nośności szkieletu modelowego ośrodka ziarnistego są współczynnik tarcia suwnego i parametr do określania oporu toczenia między powierzchniami jego elementów — oznaczane odpowiednio μ_0 oraz ϵ_0 . Stąd w przedstawionych analizach wariantowane były jedynie te dwa parametry kontaktowe rozważanego ośrodka. W przypadkach, w których nie uzyskiwano utraty stateczności powłoki przy nadkładzie N2D, rozważano nadkład o grubości N1D.

W tabeli 1 zamieszczono wyniki analiz numerycznych z podaniem intensywności obciążenia powierzchniowego wywołującego dynamiczną utratę stateczności powłoki (obciążenie krytyczne) oraz wartości zastosowanych współczynników oporów tarcia z podziałem według grubości nadkładu gruntu.

Podkreślenia wymagają wynikające z przedstawionych danych trzy fakty. Po pierwsze, zwiększanie samego oporu tarcia suwnego między elementami przy stałym oporze toczenia daje wyraźny wzrost nośności szkieletu gruntowego (nr 1 do 4). Po drugie, analogicznego efektu nie obserwowano w sytuacji odwrotnej — istotnego zwiększania jedynie oporów toczenia przy stałym niskim oporze tarcia suwnego (nr 5, 6). Oznacza to, że parametrem decydującym o sztywności szkieletu gruntowego

w tym przypadku jest głównie tarcie suwne. Po trzecie, pozytywny wpływ zwiększenia oporów toczenia na nośność ośrodka stwierdzono dopiero przy wyższym oporze tarcia suwnego (7, 8).

TABELA 1

Obciążenia krytyczne jako funkcje parametrów tarcia suwnego i tocznego oraz grubości nadkładu

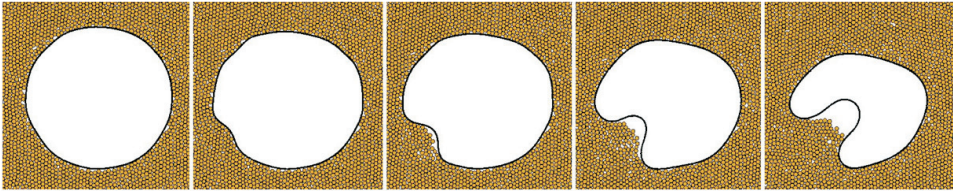
Nr	μ_0	ε_0	obc. krytyczne [N]	
			N2D	N1D
1	0,10	0,10	360	
2	0,20	0,10	900	
3	0,30	0,10	1250	
4	0,40	0,10	stateczność	1250
5	0,10	0,40	450	
6	0,10	1,30	450	
7	0,20	0,30	1250	
8	0,20	0,70	stateczność	

Z otrzymanych wyników wnioskujemy ponadto, że grubość nadkładu ma wpływ na zmniejszenie obciążeń przejmowanych przez powłokę. W konsekwencji przekłada się to na stateczność, co ilustrują przypadki nr 4 i 8 — mimo utraty stateczności przy nadkładzie N1D została ona zachowana przy nadkładzie większym, czyli N2D. Zwiększenia zagłębienia konstrukcji nie należy zatem traktować tylko jako zwiększenia efektów działania ciężaru własnego modelowego ośrodka ziarnistego. Większe zagłębienie umożliwia utworzenie się w szkielecie ziarnistym swoistej konstrukcji osłonowej. Obciążenie przekazywane z powierzchni doznaje wówczas większego wytłumienia typu geometrycznego i zmniejsza się intensywność oddziaływań przejmowanych przez powłokę.

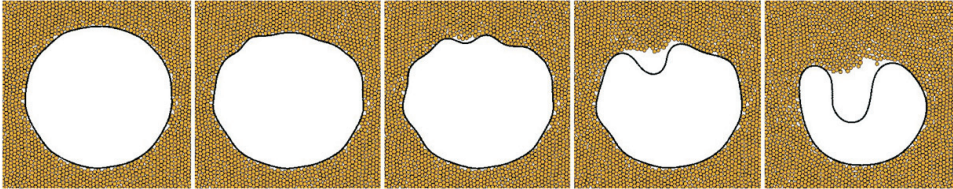
4.2. Formy utraty stateczności powłoki walcowej

Zbyt mała sztywność szkieletu gruntowego wynikająca z niewielkich oporów tarcia była głównym czynnikiem decydującym o utracie stateczności powłoki walcowej. Przykładowe ewolucje tej utraty przedstawiono na rysunkach 5, 6, 7. Formy niestabilności są inicjowane losowo w obszarze imperfekcji kontaktowych. Stąd miejscem tym może być zarówno część zwornikowa (rys. 6), jak i ociosowa (rys. 7).

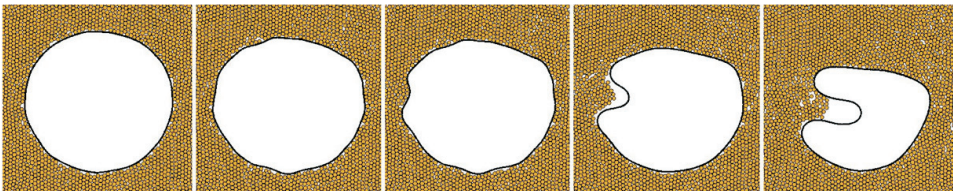
Symulowana utrata stateczności dokonywała się w sposób bardzo dynamiczny, bezpośrednio po osiągnięciu obciążenia krytycznego. Skutkowała ona istotnymi deformacjami szkieletu ośrodka ziarnistego. Obrazuje to między innymi widoczna na rysunkach postępująca utrata kontaktu znacznego fragmentu powłoki z ośrodkiem.



Rys. 5. Przykładowa ewolucja formy utraty stateczności powłoki — nr 1 (wg tab. 1)



Rys. 6. Przykładowa ewolucja formy utraty stateczności powłoki — nr 2 (wg tab. 1)



Rys. 7. Przykładowa ewolucja formy utraty stateczności powłoki — nr 4 (wg tab. 1)

5. Podsumowanie

W pracy przedstawiono wyniki analizy dynamicznej utraty stateczności sprężystej powłoki walcowej w warunkach obciążeń zewnętrznych przekazywanych przez otaczający ośrodek ziarnisty. Powłoka ukształtowana pierwotnie jako ustrój osiowosymetryczny była wrażliwa na utratę stateczności. W analizach numerycznych zasadniczy akcent położono na sztywność szkieletu ośrodka. Wstępnie wyselekcjonowano dwa podstawowe parametry definiujące wielkości sił kontaktowych ośrodka. Były nimi współczynniki konstytuujące opory tarcia suwnego μ_o i tocznego ε_o . Parametry te w decydujący sposób wpływały na poziom sztywności szkieletu i w konsekwencji na graniczne obciążenie wywołujące utratę stabilności powłoki walcowej.

Stwierdzono również, że proces utraty stabilności powłoki jest szczególnie uzależniony od imperfekcji ośrodka dyskretnego, zwłaszcza w strefie przyległej do jej ścianki. Są one w pewnym stopniu czynnikami inicjującymi proces zniszczenia powłoki w określonym jej obszarze. Generują asymetryczną dystrybucję oddziaływań

na konstrukcję, której towarzyszy reakcja mimośrodowego ściskania jej przekrojów, nienaturalna względem jej kołowego kształtu.

Można wnioskować, że utrata stateczności powiązana jest z faktem, że w szkielecie ziarnistym nie może wykształcić się samostateczna konstrukcja osłonowa w otoczeniu zdeformowanej powłoki — zwłaszcza w jej części zwornikowej i ociosowej. W szczególności może to wynikać z niedostatecznie dużych oporów tarcia w ośrodku, ale również, co zostało wykazane, z niedostatecznej grubości nadkładu gruntowego nad powłoką. Podano wyniki numeryczne świadczące o tym, że w pewnych przypadkach większa grubość nadkładu jest korzystniejsza pod kątem zachowania stateczności powłoki, mimo że powoduje oczywiste zwiększenie ciężaru gruntu. Oznacza to, że wytworzona w szkielecie ziarnistym konstrukcja osłonowa zmniejsza obciążenia przekazywane na powłokę. Natomiast jej brak, wynikający z niedostatecznie wysokiego nadkładu gruntu, skutkuje intensyfikacją oddziaływań przekazywanych na ścianki powłoki i w konsekwencji doprowadza do jej wyboczenia przy skończonych deformacjach.

Praca powstała w ramach pracy badawczej statutowej nr 886/2019 realizowanej w Wydziale Inżynierii Łądowej i Geodezji Wojskowej Akademii Technicznej.

Artykuł wpłynął do redakcji 6.06.2019 r. Zweryfikowaną wersję po recenzjach otrzymano 1.08.2019 r.

Paweł Szklennik <https://orcid.org/0000-0001-9383-858X>

Grzegorz Bąk <https://orcid.org/0000-0001-6941-754X>

LITERATURA

- [1] CUNDALL P.A., STRACK O.D.L., *A discrete numerical model for granular assemblies*, Géotechnique, 29, 1, 1979, 47-65.
- [2] HAN K., PERIC D., CROOK A.J.L., OWEN D.R.J., *A combined finite/discrete element simulation of shot peening processes – Part I: studies on 2D interaction laws*, Eng. Comput., 17, 5, 2000, 593-620.
- [3] IWASHITA K., ODA M., *Rolling Resistance at Contacts in Simulation of Shear Band Development by DEM*, Journal of Engineering Mechanics, 124, 3, 1998, 285-292.
- [4] JIANG M.J., YU H.-S., HARRIS D., *A novel discrete model for granular material incorporating rolling resistance*, Computers and Geotechnics, 32, 5, 2005, 340-357.
- [5] OÑATE E., ROJEK J., *Combination of discrete element and finite element methods for dynamic analysis of geomechanics problems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2004, 3087-3128.
- [6] ROJEK J., *Modelowanie i symulacja komputerowa złożonych zagadnień mechaniki nieliniowej metodami elementów skończonych i dyskretnych*, IPPT PAN, Warszawa 2007.
- [7] SZKLENNIK P., *Identyfikacja parametrów modelu numerycznego obudowy tunelowej w gruncie niespoistym*, Biuletyn WAT, 67, 4, 2018, 41-58.
- [8] SZKLENNIK P., *Analiza numeryczna interakcji modelowej obudowy tunelowej z gruntem niespoistym*, Biuletyn WAT, 68, 1, 2019, 175-195.

- [9] WIDULIŃSKI Ł., KOZICKI J., TEJCHMAN J., *Numerical Simulations of Triaxial Test with Sand Using DEM*, Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, 56, 3-4, 2009, 149-172.
- [10] YAN B., REGUEIRO R. A., STURE S., *Three-dimensional ellipsoidal discrete element modeling of granular materials and its coupling with finite element facets*, Engineering Computations: International Journal for Computer Aided Engineering and Software, 27, 4, 2010, 519-550.

P. SZKLENNIK, G. BĄK

**Numerical prediction of dynamic stability loss of a flexible cylindrical shell
in a granular medium**

Abstract. The paper presents an application of the discrete element method for an analysis of dynamical stability loss of the flexible cylindrical shell section interacting with a model granular medium. The main scope was to investigate the forms of dynamical stability loss, considering finite displacements. The granular medium weight and additional external load transmitted from the surface were considered with different backfill height over the cylindrical shell. Application of a discrete model enables to consider random imperfections in the granular medium structure. It is shown that imperfections of a granular soil structure occurring in a close surrounding of the shell have an essential impact on the shell deformations. Numerical modelling, using the discrete element method, enables to obtain solutions of dynamic interaction by investigating finite two dimensional deformations.

Keywords: discrete element method, cylindrical shell, granular medium, stability

DOI: 10.5604/01.3001.0013.5563