

Article citation info:

Żardecki D, Dębowski A. Metoda analizy drgań skrętnych w układzie kierowniczym motocykla na płaszczyźnie fazowej. The Archives of automotive Engineering – Archiwum Motoryzacji. 2017; 76(1): <http://dx.doi.org/10.14669/AM.VOL76.ART8>

Metoda analizy drgań skrętnych w układzie kierowniczym motocykla na płaszczyźnie fazowej

Dariusz Żardecki ¹, Andrzej Dębowski ²

Wojskowa Akademia Techniczna

Streszczenie

W pracy prezentowana jest metoda analizy drgań wykorzystująca odwzorowania przebiegów czasowych na tzw. płaszczyźnie fazowej i dla przypadku drgań swobodnych są to klasyczne portrety fazowe. W przypadku drgań wymuszonych przebiegami sinusoidalnie zmiennymi są to zobrazowania typu figury Lissajous oraz ich stroboskopowe rozwinięcia do tzw. map Poincare. W celu prezentacji proponowanej metody badawczej relacjonowane są analizy drgań swobodnych i wymuszonych dotyczące układu zbliżonego do układu kierowniczego (UK) motocykla modelowanego i symulowanego w środowisku Matlab-Simulink, z uwzględnieniem procesów stick-slip. Wyniki obliczeń obrazują nie tylko istotę metody analizy drgań na płaszczyźnie fazowej, ale także wpływ wybranych parametrów modelu (tu dotyczących luzu i tarcia), a także zakłóceń pomiarowych na wyniki zobrazowań. Prezentowana metoda analizy stanowi alternatywne rozwiązanie względem klasycznych analiz widmowych.

Słowa kluczowe: Drgania skrętne w układzie kierowniczym motocykla, modelowanie i symulacja drgań, efekty luzu i tarcia, stick-slip, analiza drgań na płaszczyźnie fazowej, badanie wrażliwości modelu.

Keywords: Vibrations in motorcycle steering system, modeling and simulation of vibrations, freeplay and dry friction effects, stick slip, analysis of vibrations on phase plate, sensitivity analysis.

¹ Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechaniczny ul. Gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, Poland; e-mail: dariusz.zardecki@wat.edu.pl

² Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechaniczny, ul. Gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, Poland; e-mail: andrzej.debowski@wat.edu.pl

1. Wprowadzenie

Z uwagi na bezpieczeństwo i komfort jazdy drgania skrętne występujące w mechanizmie kierowniczym i w kierowanym kole stanowią ważny problem dla użytkowników motocykli. Świadczą o tym opisy takich drgań obserwowane w pojazdach jednośladowych przemieszczających się z dużymi prędkościami, drgań które często są przyczyną niestabilności ruchu i wypadków. Drgania skrętne w układzie kierowniczym motocykla stanowią więc tym samym, nadal otwarty problem konstrukcyjny, a dla teoretyków i badaczy zajmujących się dynamiką ruchu pojazdów ważny i atrakcyjny problem naukowy [6], [12].

Przyczyny powstawania drgań skrętnych w UK mogą być różne. Drgania te mogą być wymuszone, np. bezpośrednio od niewyważenia koła, czy też pośrednio od nierówności drogi i wówczas bardzo silnie zależą od prędkości jazdy, jako że częstotliwość pobudzania bezpośrednio zależy od prędkości obrotowej koła. Drgania niewymuszone (swobodne) mają swe źródło w strukturze dynamicznej UK, która z uwagi na występujące elementy sprężyste może w pewnych warunkach stać się nawet generatorem wibracji nawet przy niewielkim chwilowym pobudzeniu (zjawisko shimmy). W wielu przypadkach przyczyny i skutki drgań są złożone. Z jednej strony mamy do czynienia z drganiami wymuszonymi, z drugiej zaś z procesami drgań swobodnych. Przy pewnych zbiegach okoliczności, gdy częstotliwości wymuszenia i drgań swobodnych są identyczne (rezonans), dochodzi do wyjątkowo silnego wzbudzenia układu.

Układ kierowniczy motocykla jest układem dynamicznym, co wynika z jego struktury mechanicznej, a więc analiza drgań skrętnych musi być realizowana zgodnie z ogólnymi zasadami analizy drgań w układach dynamicznych. Drgania w układzie dynamicznym mogą mieć charakter liniowy lub nieliniowy. Decyduje o tym liniowy lub nieliniowy charakter jego modelu matematycznego.

Gdy układ dynamiczny jest liniowy, wówczas po ustaniu procesu przejściowego jego odpowiedź na wymuszenie sinusoidalnie zmienne jest również przebiegiem sinusoidalnie zmiennym i to o tej samej częstotliwości, tyle że przesuniętym w fazie. Współczynnik wzmocnienia pomiędzy tymi sygnałami oraz ich przesunięcie fazowe wynikają wprost z transmitancji układu i są niezależne od wielkości amplitudy wymuszenia, natomiast zależą od częstotliwości [7]. Dla układu liniowego kluczowym w analizie drgań są więc bazujące na transmitancji i niezależne od wymuszenia charakterystyki częstotliwościowe amplitudowa i fazowa. Z uwagi na możliwość definiowania dowolnych przebiegów wejściowych poprzez superpozycję ich składowych harmonicznym, charakterystyki częstotliwościowe stanowią więc w układach liniowych podstawowe narzędzia analizy drgań powstałych przy dowolnych wymuszeniach. W analizie drgań w układach liniowych bywają także stosowane (choć rzadziej) metody oparte na przebiegach czasowych wizualizowanych na płaszczyźnie fazowej z wyrugowaniem czasu. Przy drganiach wymuszonych, zwłaszcza gdy na wejściu układu występuje przebieg sinusoidalnie zmienny, są to tzw. figury Lissajous. Analiza drgań w układach liniowych to już swego rodzaju „klasyka” obecna w wielu opracowaniach z różnych dziedzin nauk ścisłych i techniki.

Gdy układ dynamiczny jest nieliniowy, przy wymuszeniu sinusoidalnie zmiennym jego charakterystyki amplitudowa i fazowa zależą nie tylko od częstotliwości, ale również od amplitudy wymuszenia [3]. Przy wymuszeniu o dowolnym kształcie, zasada superpozycji składowych harmonicznym w przebiegu odpowiedzi nie obowiązuje. Rola charakterystyk częstotliwościowych jest więc wówczas znacząco mniejsza. W przypadku układu nieliniowego analiza drgań musi bazować na analizie przebiegów czasowych. Taka sytuacja ma w szczególności miejsce, gdy przedmiotem analizy są drgania w układzie mechanicznym z uwzględnieniem procesów stick-slip towarzyszących działaniu tarcia suchego, czy też gdy nieliniowość drgań wynika z istnienia luzów w połączeniach sprężystych [17]. Taka sytuacja występuje też, gdy w układzie nieliniowym na skutek jego osobliwej struktury dochodzi do chaosu deterministycznego, a więc gdy przy wymuszeniu sinusoidalnie zmiennym o określonej amplitudzie i częstotliwości odpowiedź układu stanowi przebieg losowy o szerokim widmie [9]. Pojawiają się stąd ciekawe wyzwania naukowe: jak wykorzystać i przetworzyć przebiegi czasowe, aby na tej podstawie dało się sformułować wnioski odnośnie obserwowanych w układzie drgań nieliniowych, jak stwierdzać obecność procesów stick-slip, obecność zaników drgań związaną z luzem, czy też powstawanie chaosu deterministycznego. W literaturze przedmiotowej znajdujemy szereg interesujących propozycji narzędzi badawczych analizy drgań nieliniowych na płaszczyźnie fazowej, w tym zobrazowania typu figury Lissajou oraz ich stroboskopowe rozwinięcia do tzw. map Poincaré'go [4].

W artykule pokazane są możliwości zastosowania odwzorowań na płaszczyźnie fazowej do analizy drgań w UK motocykla, przede wszystkim zaś drgań nieliniowych w obecności tarcia i luzu. W prezentacji proponowanych metod wykorzystana jest symulacja komputerowa. Dzięki jej zastosowaniu można prześledzić nie tylko wpływ zmian parametrów nieliniowego modelu na zmiany postaci zobrazowań, ale także wpływ zakłóceń pomiarowych, co ma istotne znaczenie w praktyce badawczej.

2. Podstawy teoretyczne analizy drgań na płaszczyźnie fazowej

Rozważamy model układu dynamicznego (liniowego lub nieliniowego) wyrażony przez wektorowe równania stanu (1) i wyjść (2):

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{w}(t)) \quad (1)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{h}(\underline{x}(t), \underline{w}(t)) \quad (2)$$

Gdy układ jest autonomiczny, a więc przy braku wymuszeń $\underline{w}(t)$, wówczas przebiegi odpowiedzi $\underline{y}(t)$ wynikające z niezerowych warunków początkowych $\underline{x}(t_0)$ stanowią przebiegi, których odpowiednikiem w teorii drgań są drgania swobodne.

Gdy układ jest nieautonomiczny, lecz w chwili początkowej znajduje się w warunkach równowagi dynamicznej, tzn. gdy $\underline{f}(\underline{x}(t_0), \underline{w}(t_0)) = \mathbf{0}$, wówczas przebiegi odpowiedzi $\underline{y}(t)$ wynikające z załączenia niezerowych wymuszeń $\underline{w}(t)$ stanowią przebiegi, których odpowiednikiem w teorii drgań są drgania wymuszone.

Odwzorowanie skalarne $y_i(y_k)$ stanowi tzw. portret fazowy pary zmiennych $y_j(t)$ oraz $y_k(t)$ z wyeliminowanym czasem t . W przypadku układów dynamicznych o wielu wejściach i wyjściach można mówić o wielu portretach fazowych. W przypadku układu o jednym wejściu i jednym wyjściu mamy do czynienia z jednym portretem fazowym.

Przy odpowiednio zdefiniowanych zmiennych wyjściowych $y(t)$ portrety fazowe mogą wyrażać m.in. zależności typu:

- $\dot{x}_k(x_k)$, stosowane w analizie procesów w układach autonomicznych,
- $x_j(w_k)$, stosowane w analizie procesów w układach nieautonomicznych.

Portrety fazowe bywają też stosowane do wyznaczania zastępczych charakterystyk nieliniowych, np. w układach z tarciami suchymi, które bazują na charakterystykach Coulomba typu $F_C(\dot{x})$ - do wyznaczania charakterystyk z histerezą $F_h(x)$ [11].

Figury Lissajou to portrety fazowe, gdy zmienna niezależna w odwzorowaniu $y_j(y_k)$ ma postać przebiegu okresowo zmiennego. Najczęściej, odwzorowania te są stosowane w analizie układów nieautonomicznych o jednym wejściu $w(t)$ i jednym wyjściu $y(t)$ działających przy wymuszeniu sinusoidalnie zmiennym $A \sin(\omega t)$. Ich formy geometryczne $y(w)$ zależą od własności układu dynamicznego. Wyznaczanie figur Lissajou stanowi element systemów obliczeniowych i pomiarowych, np. LabView [14].

W przypadku stacjonarnych układów liniowych uzyskanie analitycznej formuły $y(w)$ z wyeliminowanym czasem może być zrealizowane poprzez zastosowanie prostych „chwytów” matematycznych. I tak, zgodnie z własnościami stacjonarnych układów liniowych, jeśli

$$w(t) = A \sin(\omega t) \quad \text{wówczas} \quad y(t) = B(\omega)(\sin(\omega t + \varphi(\omega))) \quad (3),(4)$$

Stąd kolejno otrzymujemy:

$$\sin(\omega t + \varphi(\omega)) + \cos(\omega t) \sin[\varphi(\omega)] = \frac{y(t)}{B(\omega)} \quad (5),(6)$$

$$\left[\frac{w}{A} \cos(\omega t) + \sqrt{1 - \left(\frac{w}{A}\right)^2} \right] \sin[\varphi(\omega)] = \frac{y}{B(\omega)} \quad (7)$$

(9)

- Przy zerowym przesunięciu fazowym (gdy układ statyczny, $\varphi(\omega)=0$, $B(\omega)=B$), z zależności (9) otrzymujemy kolejno:

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 - \frac{2yw}{BA} + \left(\frac{w}{A}\right)^2 = 0, \left(\frac{y}{B} - \frac{y}{A}\right)^2 = 0, y = \frac{B}{A}w \quad (10),(11),(12)$$

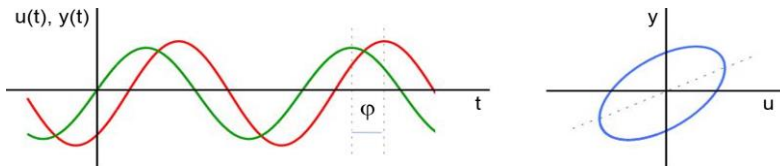
Wynikająca stąd zależność (12) oznacza we współrzędnych (w,y) równanie prostej.

Przy niezerowym przesunięciu fazowym ($\varphi(\omega)>0$), z zależności (9) otrzymujemy zależność (13), która wyraża we współrzędnych (w,y) równanie elipsy o środku w punkcie

(0,0) nachylonej pod kątem $\varphi(\omega)$. Spłaszczenia elipsy zależą od amplitud i przesunięcia fazowego, a więc są różne dla różnych ω .

$$\overline{w} = \frac{1}{T} \int_0^T (A \sin[\varphi(\omega) + \omega t])^2 dt \quad (13)$$

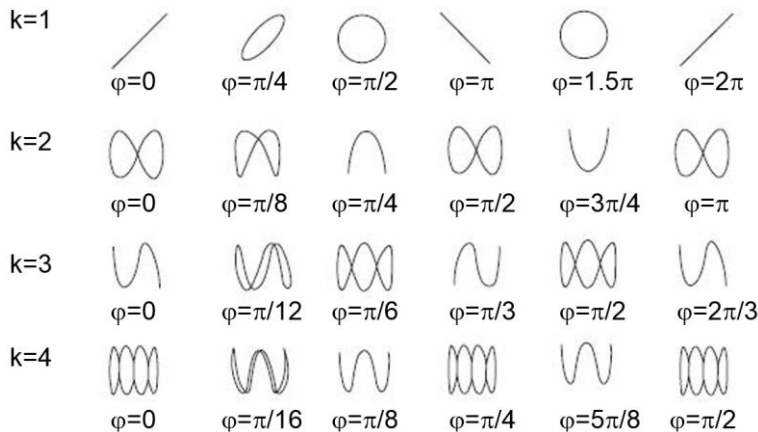
Zauważmy, że gdy $\varphi(\omega) = \pi/2$ oraz $B(\omega) = A$ wówczas formuła (13) opisuje okrąg. Typową figurę Lissajous dla stacjonarnego układu liniowego przedstawia rys.1.



Rys. 1. Przykład figury Lissajous dla liniowego stacjonarnego układu dynamicznego

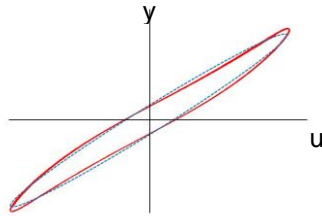
W przypadku niestacjonarnych układów liniowych (zawierających parametry wolnozmiennie w czasie) odpowiadające im figury Lissajous przedstawiają krzywe zamknięte ewoluujące w czasie.

W przypadku układów nieliniowych wyznaczenie ogólnej analitycznej formuły $y(w)$ z wyeliminowanym czasem jest niemożliwe. Jak wiadomo, w takich układach odpowiedzią na wymuszenie sinusoidalnie zmienne jest przebieg poliharmoniczny (zawierający także składowe sinusoidalnie zmienne o częstotliwościach różnych niż częstotliwość wymuszenia), bądź nawet chaotyczny. Kształty figur Lissajous mogą mieć wówczas „dziwne” nieregularne a nawet zmienne w czasie formy, bardzo odbiegające od figur elips, prostych występujących przy stacjonarnych układach liniowych. Na potwierdzenie tego, na rys.2 przedstawiono kilka przykładów prostych zobrazowań $y(w)$ uzyskanych dla $w(t) = \sin(\omega t)$ oraz $y(t) = \sin(k\omega t + \varphi)$ [10].



Rys. 2. Figury Lissajous dla przebiegów $w(t) = \sin(\omega t)$ oraz $y(t) = \sin(k\omega t + \varphi)$.

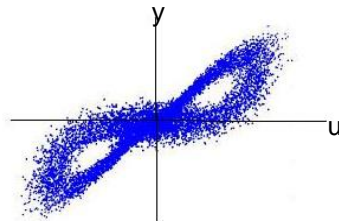
Najbliższe figurom uzyskiwanym w liniowych układach stacjonarnych są figury wyznaczone w układach quasi liniowych i quasi statycznych - gdy wymuszenie jest przebiegiem wolnozmiennym i nie zachodzi znaczne przesunięcie fazowe (rys.3).



Rys. 3. Przykład figury Lissajous tworzonej przez odkształconą elipsę.

Najbardziej nieregularne odwzorowania figur Lissajous występują w sytuacjach, gdy odpowiedzią układu na wymuszenie sinusoidalnie zmienne jest przebieg chaotyczny.

W celu wykrywania osobliwości w działaniu nieliniowych układów dynamicznych, w tym zwłaszcza chaosu, stosowane są tzw. mapy Poincare'go. Są to zobrazowania $y(u)$ powstające po próbkowaniu przebiegów z częstotliwością sinusoidy zadawanej na wejściu układu (efekt stroboskopu). Wówczas na płaszczyźnie (u,y) powstaje obraz punktowy wskazujący na charakter odpowiedzi. Gdy mapa Poincare'go zawiera jeden punkt, oznacza to, iż odpowiedź jest również sinusoidą o tej samej częstotliwości, gdy dwa punkty – dwie składowe, itd. W procesie chaotycznym uzyskujemy chmurę punktów, której kształt może stanowić cenne źródło informacji o zaistniałym procesie. Przykład takiego zobrazowania przedstawia rys.4.



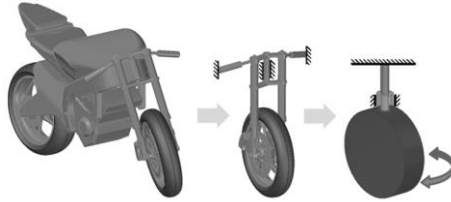
Rys. 4. Przykład mapy Poincare'go dla układu o dynamice chaotycznej.

Figury Lissajous i ich rozwinięcia do map Poincare'go mogą stanowić efektywne narzędzia analizy drgań w badanym układzie, a także służyć identyfikacji jego modelu. Oczywiście, dla każdej struktury modelu wymaga to głębokiego rozpoznania, z wykorzystaniem rozległych badań symulacyjnych.

3. Model matematyczny drgań skrętnych w układzie kierowniczym motocykla

W celu zbadania możliwości wykorzystania figur Lissajous oraz map Poincare'go w analizie drgań skrętnych w UK motocykla przyjęto model stosowany już w pracy [18]. Ten jednomasowy model odzwierciedla najważniejsze cechy dynamiki UK, a jednocześnie

umożliwia analizę drgań skrętnych w obecności „ostrzych” nieliniowości spowodowanych luzem i tarciami. Jednak pomija się w nim aspekt współpracy koła z jezdnią, gdyż w omawianym przypadku znacząco skomplikowałoby to model nie mając wpływu na metodę analizy. Koncepcję modelowania wyraża rys. 5.



Rys. 5. Koncepcja modelu zastępczego służącego testowaniu procedur numerycznych

Zastosowany model badawczy odpowiada sytuacji, gdy kierownica jest utwierdzona. Drgania skrętne koła mogą być wywołane przez przyłożenie zewnętrznego momentu siły (np. na skutek niewyważenia), albo przez odchylenie położenia kąтового od stanu równowagi i swobodne puszczenie koła. Model zastępczy UK stanowi tu wahadło torsyjne, w którym skręcany sztywny element masowy (koło) jest zespolony z nieważkim wałem sprężystym (sprężystość liniowa) osadzonym z luzem w obudowie. Wał elementu masowego

umieszczony jest w łożysku obudowy. Łożysko oddziałuje na ruch skrętny poprzez siły tarcia wiskotycznego (tłumienie liniowe) oraz siły tarcia suchego (tarcie suche kinetyczne i statyczne, co jest przyczyną zjawiska stick-slip).

Model matematyczny opisujący nieliniowe (z uwagi na luz i tarcie) drgania skrętne koła można wyrazić równaniem różniczkowym 2-go rzędu o zmiennej strukturze [17], [18]:

$$J\ddot{\alpha}(t) = \begin{cases} M_w(t) - k \cdot \text{luz}(\alpha(t), \alpha_0) - \mu \cdot \text{tar}\left(\dot{\alpha}(t), \frac{M_{TK0}}{\mu}\right), & \text{gdy } \dot{\alpha}(t) \neq 0 \\ \text{luz}(M_w(t) - k \cdot \text{luz}(\alpha(t), \alpha_0), M_{TS0}), & \text{gdy } \dot{\alpha}(t) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Warunki $\dot{\alpha}(t) \neq 0$ / $\dot{\alpha}(t) = 0$ wynikają z modelu tarcia Coulomba [1]. W obliczeniach numerycznych dopuszcza się (jak w modelu Karnoppa) sterowanie zmiennością struktury poprzez warunki $|\dot{\alpha}(t)| > \varepsilon$ oraz $|\dot{\alpha}(t)| \leq \varepsilon$, gdzie ε - „mały” parametr [1].

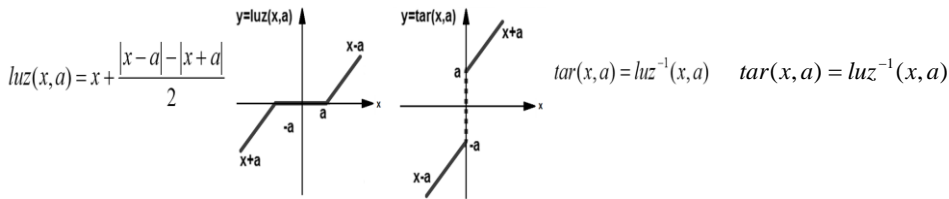
Oznaczenia:

J - moment bezwładności, μ - współczynnik tłumienia (tarcie wiskotycznego), M_{TK0} - moment tarcia suchego kinetycznego,

M_{TS0} - wartość maksymalna momentu tarcia suchego statycznego, k - współczynnik sztywności,

α_0 - parametr luzu kąтового,

α - kąt obrotu, M_w - moment zewnętrznej siły wymuszającej, t - czas.



Rys. 6. Interpretacja geometryczna odwzorowań luz(...) i tar(...)

Dzięki odwzorowaniom luz(...) / tar(...) udaje się zapisać analitycznie nieliniową charakterystykę sztywności (charakterystyka ze strefą „martwą” spowodowaną luzem) oraz charakterystykę siły tarcia kinetycznego (charakterystyka Coulomba stanowiąca złożenie funkcji liniowej i pseudofunkcji signum(...)), ale także wyrazić proces stick-slip w otoczeniu zerowej prędkości [15], [16], [17].

Symulacja drgań skrętnych wahadła może być realizowana przy wymuszeniu ruchu od warunków początkowych (wówczas $M_w(t)=0$), albo przy danym wymuszeniu zewnętrznym $M_w(t)$ (wówczas zerowe warunki początkowe). Wymuszenie od warunków początkowych doprowadza do zadziałania tarcia suchego statycznego i blokady ruchu (wówczas stała zerowa prędkość i brak zmian w przebiegu położenia kąowego). Wymuszenie zewnętrzne $M_w(t) = M_{w0}\sin(\omega t)$ pozwoli zbadać możliwości wykorzystania figur Lissajous oraz map Poincaré’go w samej analizie drgań, a także przy identyfikacji nieznanymi parametrów modelu na podstawie zarejestrowanych rzeczywistych przebiegów drgań. W celu przybliżenia przebiegów symulowanych do przebiegów pomiarowych uzyskiwanych z rzeczywistego obiektu, w badaniach tych wystąpią także przebiegi zaburzone szumem.

Zauważmy, że przy braku luzu ($\alpha_0 = 0$) i tarcia suchego ($M_{TK0} = M_{TS0} = 0$) nieliniowe równanie (14) przechodzi w równanie liniowe:

$$J\ddot{\alpha}(t) + \mu\dot{\alpha}(t) + k\alpha(t) = M_w(t) \quad (15)$$

Po poddaniu równania (15) transformacji Laplace’a otrzymujemy przy zerowych warunkach początkowych równanie operatorowe (16) z transmitancją (17):

$$\tilde{\alpha}(s) = G(s)\tilde{M}_w(s) \quad (16)$$

$$(17)$$

$$G(s) = \frac{G_0}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\xi\frac{s}{\omega_0} + 1}$$

Parametry transmitancji zależne od parametrów układu (18, 19, 20):

$$G_0 = \frac{1}{k} \quad \text{- wzmacnienie układu;}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{J}} \quad \text{- częstość charakterystyczna załamania charakterystyki widmowej;}$$

$$\xi = 0.5 \frac{\mu}{\sqrt{Jk}}$$

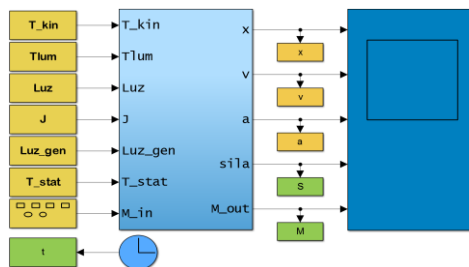
- tłumienie układu (przy $\xi \geq 1$ układ nieoscylacyjny),

pozwalają określić własności dynamiczne układu i ułatwiają przeskalowanie równań.

4. Oprogramowanie badawcze do symulacji i analiz drgań skrętnych w układzie kierowniczym motocykla

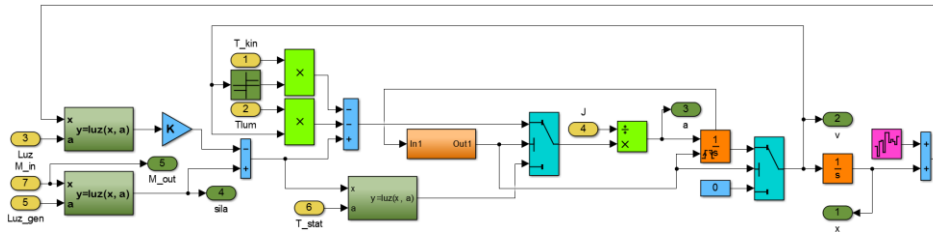
Program badawczy wykonany jest w systemie Matlab-Simulink (M-S). Umożliwia on symulację drgań nieliniowych w modelu UK, wizualizację wyników z wykorzystaniem także płaszczyzny fazowej, a także rozległe badania numeryczne dotyczące różnie definiowanych zagadnień wrażliwości odnoszących się do parametrów modelu oraz do przebiegów wymuszeń. Program stanowi rozwinięcie przedstawionego w poprzednim artykule [18], poświęconym numerycznym problemom symulacji drgań w UK (sterowanie procesem stick-slip w otoczeniu zerowej prędkości, wybór algorytmu całkowania równań i ich parametrów).

Pierwszą część programu stanowi M-plik w języku Matlab, zaś drugą model symulacyjny określony w postaci schematów blokowych zrealizowanych w Simulinku. M-plik organizuje obliczenia symulacyjne i ich wizualizację, a także określone są w nim zmienne i parametry. Całościowy model można pobrać z witryny internetowej [8].

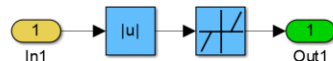


Rys. 7. Schemat głównej struktury modelu

Schemat na rys. 8 przedstawia ogólną strukturę blokową modelu symulacyjnego. Makroblok zawiera w sobie schemat szczegółowy modelu symulacyjnego (rys. 9). Pozostałe bloki to blok oscyloskopu wirtualnego dla bieżącego podglądu przebiegów, blok zegara oraz blok generatora, a także bloki typu To Workspace pozwalające na eksportowanie wyników i ich wizualizację na płaszczyźnie fazowej, która realizowana jest z poziomu M-pliku.



Rys. 8. Model symulacyjny z „mechanizmem twardego zerowania”

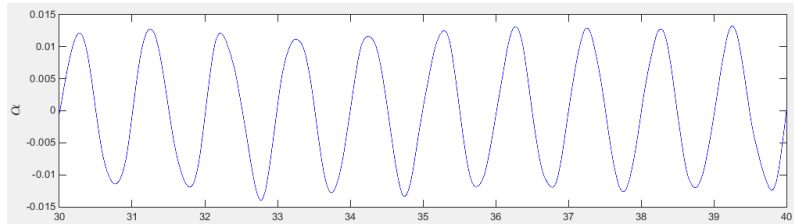


Rys. 9. Modele detektora stanu osobiwego

Schematy na rys. 8 i 9 wyrażają istotę działania modelu obliczeniowego. Występuje tu blok detektora stanu osobiwego, sterowany przezeń blok przełącznika struktury modelu oraz blok integratora obliczający przebieg prędkości wyposażony w dodatkowe wejście resetujące i wyjście stanu prędkości. Podczas trwania sygnału resetu integrator pozostaje w stanie początkowym. Generowanie sygnału resetu przez blok detektora dokonuje się w sprzężeniu zwrotnym na podstawie sygnału z wyjścia stanu. Sygnał ten jest dostępny wcześniej niż standardowy sygnał na wyjściu integratora, co pozwala uniknąć pętli algebraicznej w procesie obliczeniowym. Określenie warunku sterowania ($\dot{\alpha}(t) \neq 0 / \dot{\alpha}(t) = 0$ bądź $|\dot{\alpha}(t)| > \varepsilon / |\dot{\alpha}(t)| \leq \varepsilon$) jest realizowane w detektorze jak przedstawiono na rys. 9.

5. Przykładowe wyniki badań symulacyjnych i analiz drgań

Ze względu na ograniczenia edytorskie, badania symulacyjne i analizy drgań prezentowane w artykule zostały ukierunkowane jedynie na wyeksponowanie walorów prezentowanych metod obliczeniowych. Nasza uwaga została więc tu skoncentrowana przede wszystkim na testowanie wpływu parametrów w odwzorowaniach nieliniowych $luz(\dots)$ i $tar(\dots)$ na postacie drgań i ich zobrazowania na płaszczyźnie fazowej przy założonym przebiegu wymuszenia $M_w(t) = M_w \sin(\omega t)$. Ze względu na możliwość zakłóceń pomiarów dopuszczono w niektórych testach dodanie do przebiegów symulowanych $\alpha(t)$ generowanego szumu białego $q(t) = q_{ogen}(t)$ (rys. 10).



Rys. 10. Przebieg szumu pomiarowego nakładanego na symulowany przebieg $\alpha(t)$

W prezentowanych tu badaniach zakładano wartości testowe parametrów modelu, które bynajmniej nie stanowią danych rzeczywistego UK, lecz parametry modelu przeskalowanego, stosowane już przy testowaniu procedur numerycznych [18]. Przykład zestawu danych (w układzie SI):

Tabela 1. Zestawienie oznaczeń parametrów modelu symulacyjnego

Oznaczenie	Wartość	Opis
Alfa	0	początkowe skrócenie wahadła torsyjnego
Ampl	1	amplituda wymuszenia
Omega	1	częstotliwość kołowa wymuszenia
K	100	moment tarcia suchego kinetycznego
T_stat	0,2	maksymalny moment tarcia statycznego
T_kin	0,2	moment tarcia suchego kinetycznego
J	0,5	moment bezwładności
Tlum	0,5	współczynnik tłumienia (tarcia wiskotycznego)
Luz	0,01	parametr luzu kąowego
Luz_gen	0	parametr luzu generatora
e	0,0001	parametr twardego zerowania
np	$5 \cdot 10^{-10}$	parametr amplitudowy w szumie pomiarowym

Zauważmy, że przy takich wartościach parametrów mechanicznych, parametry transmitancji stanowią tu: $G_0 = 0.01$, $\omega_0 = 200$, $\xi = 0.03 \ll 1$, co oznacza m.in. iż przy wymuszeniu od warunku początkowego przebiegi odpowiedzi będą stanowiły drgania dość wolno zanikające, a przy wymuszeniu zewnętrznym w przebiegach wyjściowych, można oczekiwać drgań o zmniejszonej 100-krotnie amplitudzie.

Poniżej przedstawiono wybrane przykładowe wyniki obliczeń symulacyjnych. Obliczenia te dotyczą czterech zestawów danych modelu układu:

Wariant 1 (model liniowy, tj bez luzu i tarcia suchego): Luz_0 = 0, T_kin = 0, T_stat = 0

Wariant 2 (model nieliniowy, z luzem ale bez tarcia suchego) T_kin = 0, T_stat = 0

Wariant 3 (model nieliniowy, bez luzu ale z tarcieciem suchym) Luz_0 = 0

Wariant 4 (model nieliniowy, z luzem i z tarcieciem suchym)

Dla uwypuklenia wpływu zakłóceń pomiarowych (co jest szczególnie interesujące dla figur Lissajous oraz map Poincaré'go) testy dotyczące drgań wymuszonych realizowane są przy założeniu braku zakłóceń pomiarowych i w ich obecności.

Badania drgań swobodnych przy braku zakłóceń pomiarowych

W tym przypadku $M_w(t)=0$, a drgania układu wynikają z niezerowego skręcenia w chwili początkowej (pozostałe warunki początkowe są zerowe).

Wyniki obliczeń (rys.11) ukazują istotny wpływ luzu i tarcia suchego na przebiegi czasowe oraz portrety fazowe. Szczególnie w wariancie 4-tym, gdy na raz występuje luz i tarcie suche, efekt stick-slip jest bardzo widoczny.

Badania drgań wymuszonych przy braku zakłóceń pomiarowych

Warunki początkowe są zerowe, a drgania wynikają z wymuszenia $M_w(t) = M_w \sin(\omega t)$.

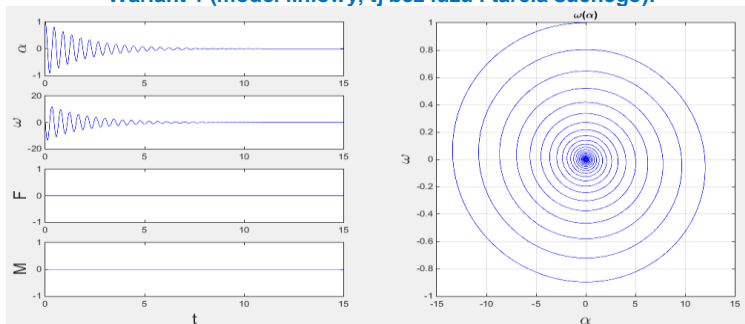
Wybrane wyniki obliczeń (rys.12) ukazują istotny wpływ luzu i tarcia suchego na przebiegi czasowe oraz figury Lissajous i mapy Poincare’go (α rejestrowane dla $t > 2s$) W wariantach 2,3,4 można zaobserwować osobliwe efekty nieliniowe a w wariancie 4, gdy na raz występuje luz i tarcie suche.

Badania drgań wymuszonych przy występowaniu zakłóceń pomiarowych

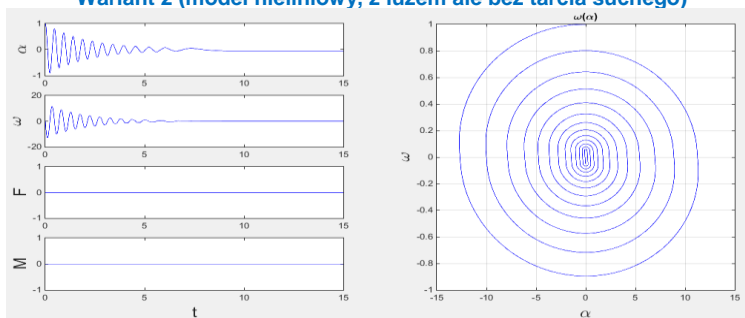
Warunki badania jak poprzednio, z tym że zobrazenia na płaszczyźnie fazowej realizowane są w oparciu o przebiegi $\alpha(t)$ zakłócone szumem pomiarowym.

Wybrane wyniki obliczeń (rys.12, 13) ukazują istotny wpływ luzu i tarcia suchego na przebiegi czasowe oraz figury Lissajous i mapy Poincare’go. Wpływ zakłóceń w wariancie 4-tym jest wyjątkowo silny.

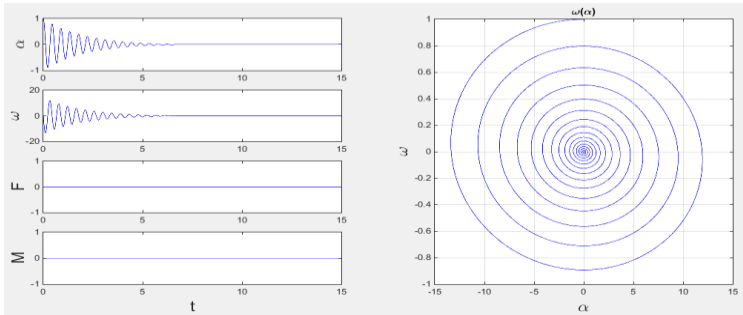
Wariant 1 (model liniowy, tj bez luzu i tarcia suchego):



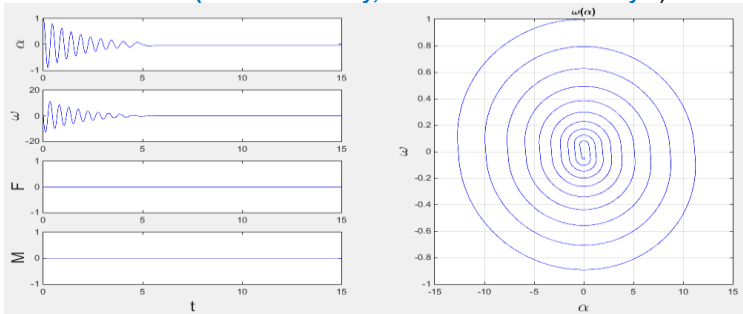
Wariant 2 (model nieliniowy, z luzem ale bez tarcia suchego)



Wariant 3 (model nieliniowy, bez luzu ale z tarciami suchymi)

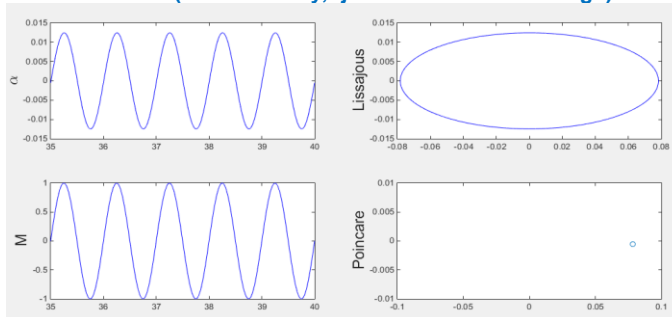


Wariant 4 (model nieliniowy, z luzem i z tarcieniem suchym)

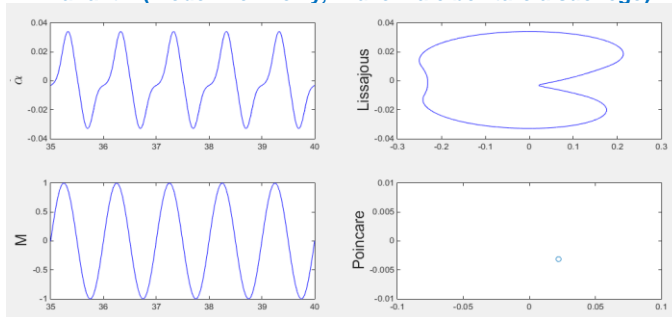


Rys. 11. Przykładowe wyniki badań drgań swobodnych przy braku zakłóceń pomiarowych

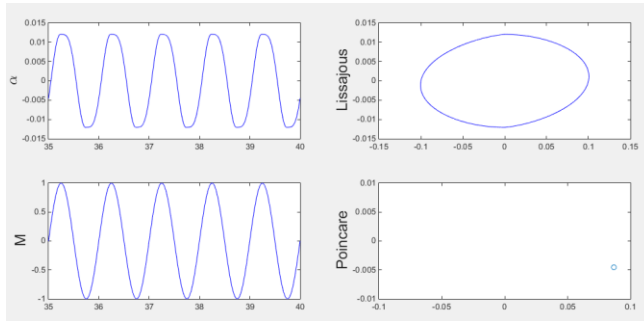
Wariant 1 (model liniowy, tj bez luzu i tarcia suchego):



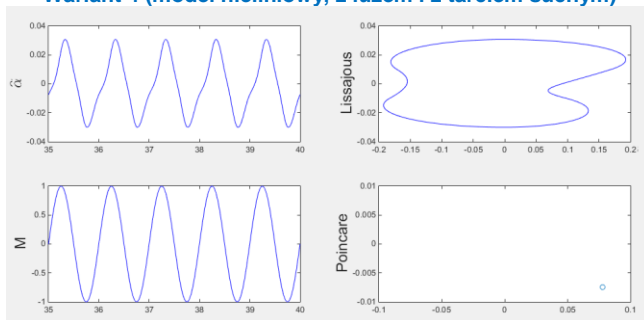
Wariant 2 (model nieliniowy, z luzem ale bez tarcia suchego)



Wariant 3 (model nieliniowy, bez luzu ale z tarcieniem suchym)

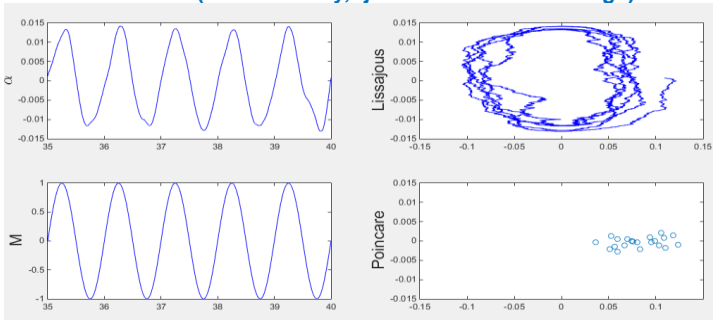


Wariant 4 (model nieliniowy, z luzem i z tarczem suchym)

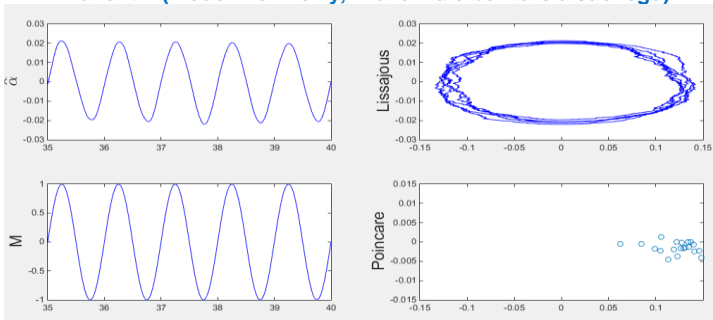


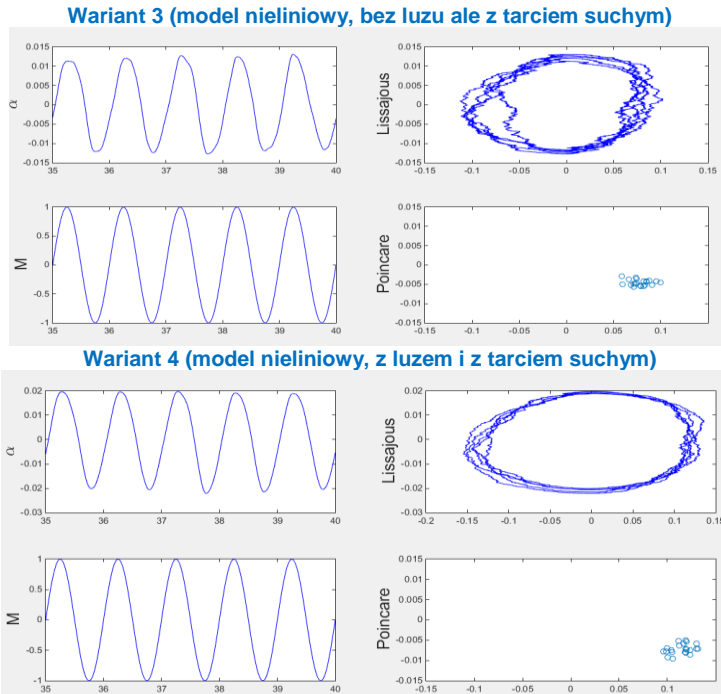
Rys. 12. Przykładowe wyniki badań drgań wymuszonych przy braku zakłóceń pomiarowych

Wariant 1 (model liniowy, tj bez luzu i tarcia suchego)



Wariant 2 (model nieliniowy, z luzem ale bez tarcia suchego)





Rys. 13. Przykładowe wyniki badań drgań wymuszonych przy wystąpieniu zakłóceń pomiarowych

6. Podsumowanie

W ramach niniejszego artykułu przedstawiono metodę analizy drgań skrętnych w układzie kierowniczym motocykla na płaszczyźnie fazowej z zastosowaniem figur Lissajous oraz map Poincarego jako narzędzi badawczych. W celu prezentacji metody oraz oceny jej możliwości przeprowadzono badania symulacyjne. Wykorzystano w nich model testowy o strukturze odpowiadającej strukturze modelu UK umożliwiającą symulację drgań (także nieliniowych, spowodowanych obecnością luzu i tarcia). W programie symulacyjnym uwzględniono generator losowych zakłóceń, co pozwoliło zaburzać przebiegi sygnałów, podobnie jak ma to miejsce w badaniach drgań na obiektach rzeczywistych. Przeprowadzone symulacje komputerowe pozwoliły prześledzić wpływ zmian parametrów modelu testowego na zmiany postaci zobrazowań.

Na podstawie wykonanych eksperymentów obliczeniowych, których fragmenty zostały przedstawione w artykule, można stwierdzić, że figury Lissajous oraz mapy Pointarego stanowią dobre narzędzia nie tylko do analizy drgań, ale i do identyfikacji ich przyczyn. Występowanie luzu i/lub tarcia znacząco zniekształca elipsę, która występuje w figurze Lissajous w przypadku drgań liniowych. Pojawienie się szumu pomiarowego jest widoczne w figurach Lissajous, ale jest szczególnie identyfikowalne (możliwość oceny częstości harmonicznyc) przez zastosowanie map Poincarego.

Zastosowanie tej metody w analizie drgań skrętnych w UK motocykla wymaga przeprowadzenia wielu symulacji na modelu o bardziej skomplikowanej strukturze odpowiadającej rzeczywistym obiektom.

Literatura

- [1] [Al-Khazali H A H, Askari M R. Geometrical and Graphical Representations Analysis of Lissajous Figures in Rotor Dynamic System, IOSR Journal of Engineering
- [2] Armstrong-Helouvry B, Dupont P, Canudas de Wit C. 1994 A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction, *Automatica*, 30, 7, 1083-1138.
- [3] Awrejcewicz J. Matematyczne metody mechaniki, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 1995.
- [4] Awrejcewicz J, Lamarque C H. Bifurcation and Chaos in Nonsmooth Mechanical Systems, World Scientific, Singapore 2003.
- [5] Brown R, Chua L O. Dynamical synthesis of Poincare maps, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 3, No. 5 (1993) 1235-1267
- [6] Cossalter V. Motorcycle dynamics Wielka Brytania, 2006.
- [7] de Larminat P, Thomas Y. Automatyka – układy liniowe, T.1. Sygnały i układy, WNT Warszawa 1983.
- [8] Available from: <http://andrzejdebowski.wat.edu.pl/Publikacje.html#about6>
- [9] Łuczko J. Drgania regularne i chaotyczne w nieliniowych układach mechanicznych. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2008.
- [10] Maor E. Trigonometric Delights, Princeton University Press, Princeton 1998
- [11] Osiński Z. (red.) i inni, Tłumienie drgań. PWN Warszawa 1997.
- [12] Pacejka H B. Tyre and vehicle dynamics, Elsevier, Oxford 2012.
- [13] Rana A, Mittal H. A Labview Based Simulation of Lissajous Pattern Using DAQ Card, *Int. J. of Electronic and Electrical Eng.*, Vol.7, No.2, pp.149-158, 2014.
- [14] Świsulski D. Komputerowa technika pomiarowa: oprogramowanie wirtualnych przyrządów pomiarowych w LabVIEW, Agenda Wydawnicza PAK, Warszawa 2005
- [15] Żardecki D. Piecewise Linear luz(...) and tar(...) Projections. Part 1 – Theoretical Background. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol.44, No.1, pp.163-184, 2006.
- [16] Żardecki D. Piecewise Linear luz(...) and tar(...) Projections. Part 2 – Application in Modeling of Dynamic Systems with Freeplay and Friction. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol.44, No.1, pp. 185-202, 2006.
- [17] Żardecki D. Modelowanie luzu i tarcia oparte na odwzorowaniach luz(...) i tar(...) – podstawy teoretyczne i zastosowanie w symulacji drgań nieliniowych w układach kierowniczych samochodów. (Rozprawa habilitacyjna), Wydawnictwo WAT, Warszawa 2007.
- [18] Żardecki D, Dębowski A. Examination of computational procedures from the point of view of their applications in the simulation of torsional vibration in the motorcycle steering system, with freeplay and friction being into account (Badania procedur obliczeniowych pod kątem zastosowań w symulacji drgań w układzie kierowniczym motocykla z uwzględnieniem luzu i tarcia). *The Archives of Automotive Engineering (Archiwum Motoryzacji)*, Vol.64, No.2, pp. 79-95 (179-195), 2014.