



Wpływ niejednorodności betonu na reakcję sprężystą próbki obciążonej dynamicznie

ROBERT OSIŃSKI, GRZEGORZ BĄK

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Inżynierii Lądowej i Geodezji,
00-908 Warszawa, ul. gen. S. Kaliskiego 2,
Robert.Osinski@swecopl.pl, grzegorz.bak@wat.edu.pl

Streszczenie. W artykule przedstawiono wyniki analizy wpływu niejednorodności materiałowej na zachowanie prostopadłościennych próbek betonowych w warunkach obciążeń dynamicznych. Niejednorodność zadawano losowo w odniesieniu do podstawowych parametrów mechanicznych: gęstości masowej i modułu odkształcalności betonu. Mają one wpływ na prędkości falowe w betonie reagującym liniowo-sprężysto. Z badań laboratoryjnych wykonywanych metodą ultradźwiękową wynika, że przedział wartości szacujących prędkości fal podłużnych w betonie wynosi $(3,0 \div 5,0)$ [km/s]. Losowe wartości parametrów mechanicznych ustalano jako wzajemnie skorelowane tak, aby zachować ten przedział. Ocenę niejednorodności wyrażono w kategoriach wytrzymałości betonu, wykorzystując zależność korelacyjną pomiędzy prędkością falową a uśrednioną wytrzymałością lokalną betonu. Wyniki analizy numerycznej falowej reakcji prostopadłościennej próbki betonowej uzyskano przy dyskretyzacji różnicowej, która przekształciła próbkę w trzywymiarowy model typu quasi-mezostuktura. Wykazano, że nadmierna niejednorodność betonu ujawniała się inicjacją procesów niestabilnej deformacji.

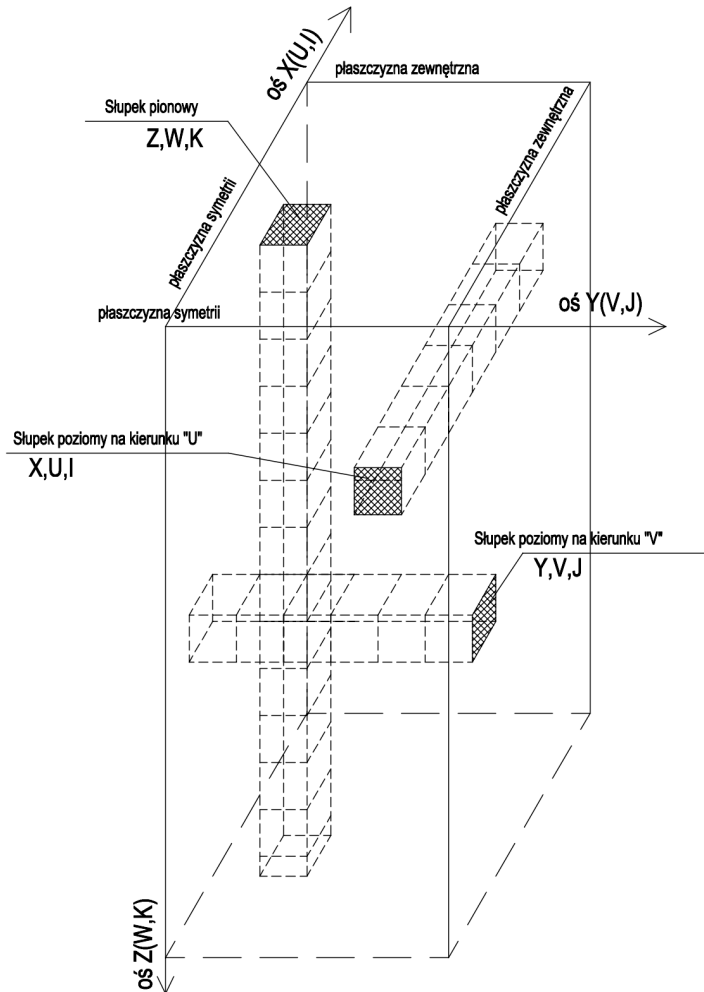
Słowa kluczowe: aproksymacja różnicowa, jawny schemat całkowania, przestrzenna analiza falowa
DOI: 10.5604/12345865.1228615

1. Wstęp

W pracy przedstawiono wyniki numeryczne uzyskane metodą różnic skończonych zadania dynamicznego ściskania prostopadłościennej próbki betonowej o wymiarach $150 \times 150 \times 300$ mm na podstawie analizy propagacji fal w trzywymiarowej przestrzeni.

Zastosowano metodę analizy według propozycji zawartej w pracy [1]. W metodzie uwzględnia się superpozycję procesów falowych realizujących się na trzech

ortogonalnych kierunkach wzdłuż słupków odpowiedniej dyskretyzacji przestrzennej (rys. 1). Brak jednolitego frontu fal powoduje wzajemne współdziałanie słupków i powstawanie poza naprężeniami normalnymi również naprężeń stycznych wymuszających zgodność odkształceń kierunkowych.

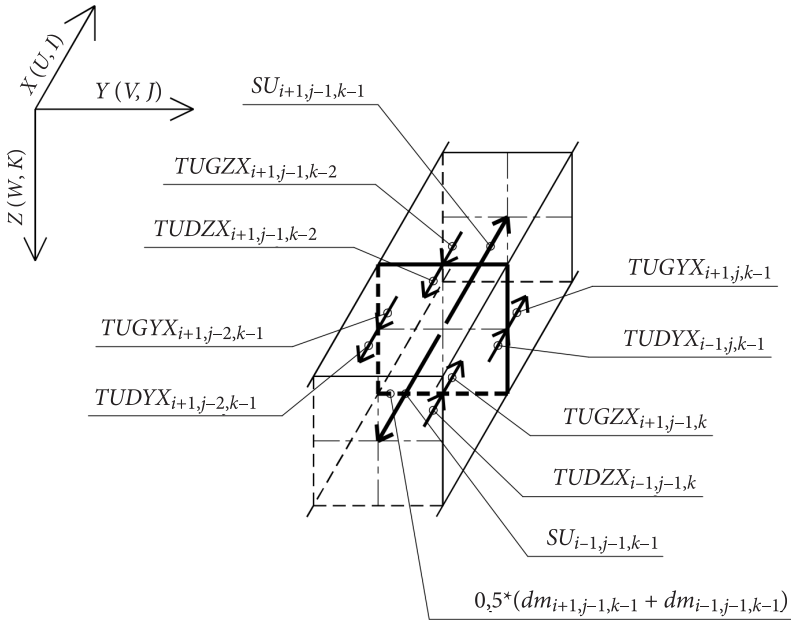


Rys. 1. Słupkowa dyskretyzacja przestrzenna

W konsekwencji w analizowanej bryle powstają fale dylatacyjne oraz dystorsyjne. Fale dylatacyjne generują zmiany objętości $\theta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$ a zmiany postaciowe wyrażane składowymi dewiatora odkształcenia są powodowane przez fale dystorsyjne.

2. Model dyskretny ośrodka i równania podstawowe

Prostopadłościenną próbkę betonową podzielono na dyskretne elementy sześciennie zgodnie z przyjętymi krokami $\Delta x = \Delta y = \Delta z$. Każdy element sześcienny ma masę Δm oznaczoną na rysunkach jako dm z podaniem indeksów. Tej masy nie przypisujemy do środka elementu, ale sytuujemy ją jako dwie połówkowe masy brzegowe umieszczane na równoległych, przeciwległych podstawach każdego elementu sześciennego. W ten sposób w stykających się podstawach sąsiednich elementów tworzą się całkowite masy Δm . Są one wykorzystywane do opisu ruchu falowego na każdym z oddzielnych kierunków propagacji fal. Tak przyjęta dyskretyzacja na kierunku x jest przedstawiona na rysunku 2.

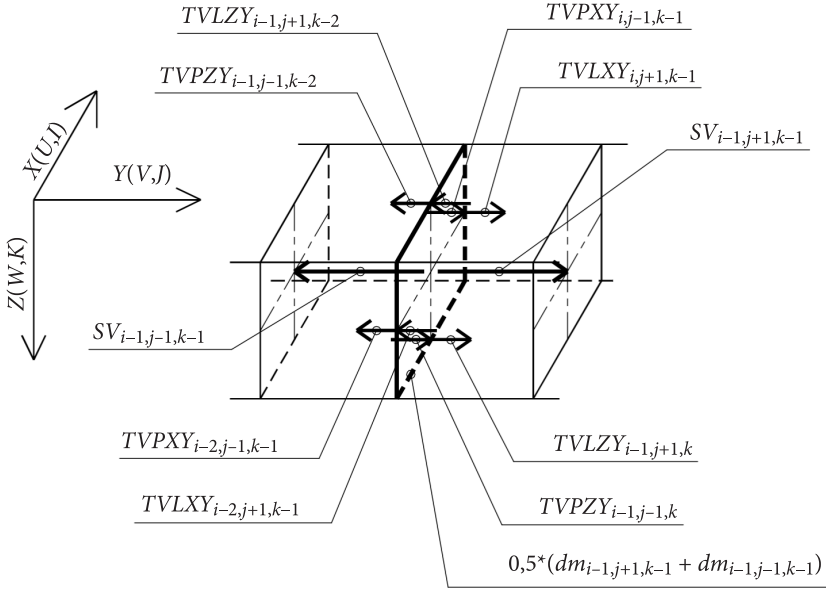


Rys. 2. Siły normalne i ścinające na kierunku osi x

Równanie ruchu masy skupionej o współrzędnej $(i, j-1, k-1)$, usytuowanej w podstawie dwóch przyległych elementów sześciennych na kierunku osi x , jest następujące:

$$\begin{aligned} \Delta m_{i,j-1,k-1} \cdot \ddot{u}_{i,j-1,k-1}^{n,n+1} = & SU_{i+1,j-1,k-1}^n - SU_{i-1,j-1,k-1}^n + TUGYX_{i+1,j,k-1}^n + \\ & + TUDYX_{i-1,j,k-1}^n + TUGZX_{i+1,j-1,k}^n + TUDZX_{i-1,j-1,k}^n - TUGZX_{i+1,j-1,k-2}^n + \\ & - TUDZX_{i-1,j-1,k-2}^n - TUGYX_{i+1,j-2,k-1}^n - TUDYX_{i-1,j-2,k-1}^n. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Dyskretyzacja na kierunku y jest przedstawiona na rysunku 3.



Rys. 3. Siły normalne i ścinające na kierunku osi y

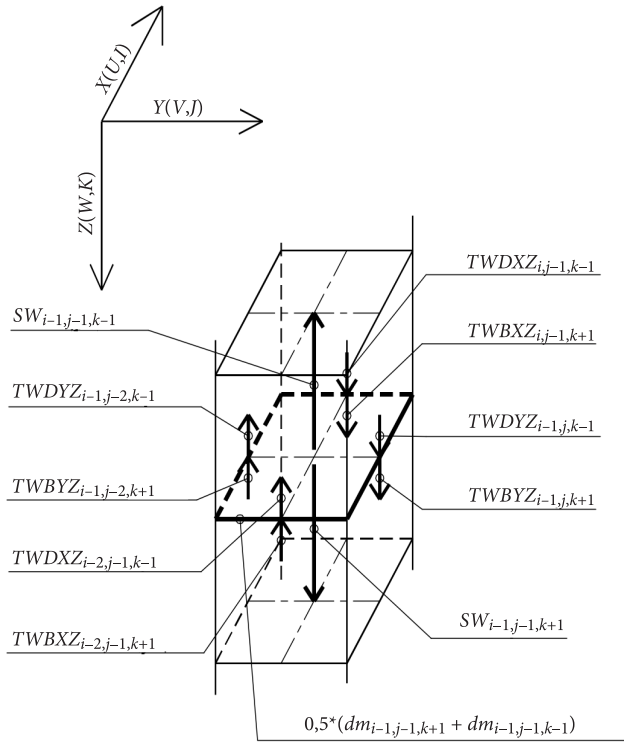
Równanie ruchu masy skupionej o współrzędnej $(i-1, j, k-1)$, usytuowanej w podstawie dwóch przyległych elementów sześciennych na kierunku osi y , ma postać:

$$\begin{aligned} \Delta m_{i-1,j,k-1} \cdot \ddot{v}_{i-1,j,k-1}^{n,n+1} = & SV_{i-1,j+1,k-1}^n - SV_{i-1,j-1,k-1}^n + TVPXY_{i,j-1,k-1}^n + \\ & + TVLXY_{i,j+1,k-1}^n + TVPZY_{i-1,j-1,k}^n + TVLZY_{i-1,j+1,k}^n - TVPXY_{i-2,j-1,k-1}^n + \\ & - TVLXY_{i-2,j+1,k-1}^n - TVPZY_{i-1,j-1,k-2}^n - TVLZY_{i-1,j+1,k-2}^n. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dyskretyzacja na kierunku osi z jest przedstawiona na rysunku 4.

Równanie ruchu masy skupionej o współrzędnej $(i-1, j-1, k)$, usytuowanej w podstawie dwóch przyległych elementów sześciennych na kierunku osi z (w), ma formę:

$$\begin{aligned} \Delta m_{i-1,j-1,k} \cdot \ddot{w}_{i-1,j-1,k}^{n,n+1} = & SW_{i-1,j-1,k+1}^n - SW_{i-1,j-1,k-1}^n + TWDXZ_{i,j-1,k-1}^n + \\ & + TWBZX_{i,j-1,k+1}^n + TWDYZ_{i-1,j,k-1}^n + TWBYZ_{i-1,j,k+1}^n - TWDXZ_{i-2,j-1,k-1}^n + \\ & - TWBZX_{i-2,j-1,k+1}^n - TWDYZ_{i-1,j-2,k-1}^n - TWBYZ_{i-1,j-2,k+1}^n. \end{aligned} \quad (2.3)$$



Rys. 4. Siły normalne i ścinające na kierunku osi z

Na podstawie podanych równań dynamicznej równowagi wyznaczamy odpowiednie przyspieszenia $\ddot{u}_{i,j-1,k-1}^{n,n+1}$, $\ddot{v}_{i-1,j,k-1}^{n,n+1}$, $\ddot{w}_{i-1,j-1,k}^{n,n+1}$ w chwili $t = t^n$ i na tej podstawie wyznaczamy przyrosty przemieszczeń Δu , Δv , Δw na kierunkach x , y , z na kroku czasowym (t^n, t^{n+1}) , które opisane są wzorami:

$$\begin{aligned} \Delta u_{i,j-1,k-1}^{n,n+1} &= \Delta u_{i,j-1,k-1}^{n-1,n} + \ddot{u}_{i,j-1,k-1}^n \Delta t^2, \\ \Delta v_{i-1,j,k-1}^{n,n+1} &= \Delta v_{i-1,j,k-1}^{n-1,n} + \ddot{v}_{i-1,j,k-1}^n \Delta t^2, \\ \Delta w_{i-1,j-1,k}^{n,n+1} &= \Delta w_{i-1,j-1,k}^{n-1,n} + \ddot{w}_{i-1,j-1,k}^n \Delta t^2. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ostatecznie otrzymujemy przemieszczenia $u_{i,j-1,k-1}^{n+1}$, $v_{i-1,j,k-1}^{n+1}$, $w_{i-1,j-1,k}^{n+1}$,

$$\begin{aligned} u_{i,j-1,k-1}^{n+1} &= u_{i,j-1,k-1}^n + \Delta u_{i,j-1,k-1}^{n,n+1}, \\ v_{i-1,j,k-1}^{n+1} &= v_{i-1,j,k-1}^n + \Delta v_{i-1,j,k-1}^{n,n+1}, \\ w_{i-1,j-1,k}^{n+1} &= w_{i-1,j-1,k}^n + \Delta w_{i-1,j-1,k}^{n,n+1} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ze stanu przemieszczeń wyznaczamy stan odkształceń i naprężeń.

Odształcenia normalne w obszarze elementu sześciennego $(i-1, j-1, k-1)$, odpowiednio na kierunkach osi x, y, z , wyliczane są ze wzorów:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{X_{-i-1,j-1,k-1}}^n &= \frac{u_{i,j-1,k-1}^n - u_{i-2,j-1,k-1}^n}{\Delta x}, \\ \varepsilon_{Y_{-i-1,j-1,k-1}}^n &= \frac{v_{i-1,j,k-1}^n - v_{i-1,j-2,k-1}^n}{\Delta y}, \\ \varepsilon_{Z_{-i-1,j-1,k-1}}^n &= \frac{w_{i-1,j-1,k}^n - w_{i-1,j-1,k-2}^n}{\Delta z}\end{aligned}\quad (2.6)$$

Odształcenia postaciowe wyrażają zmiany kątów pomiędzy odpowiednimi płaszczyznami tworzącymi siatkę elementów sześciennych i wyliczane są ze wzorów:

$$\begin{aligned}\gamma_{XY_{-i,j,k-1}}^n &= \gamma_{YX_{-i,j,k-1}}^n = \frac{u_{i,j+1,k-1} - u_{i,j-1,k-1}}{\Delta y} + \frac{v_{i+1,j,k-1} - v_{i-1,j,k-1}}{\Delta x}, \\ \gamma_{XZ_{-i,j-1,k}}^n &= \gamma_{ZX_{-i,j-1,k}}^n = \frac{u_{i,j-1,k+1} - u_{i,j-1,k-1}}{\Delta z} + \frac{w_{i+1,j-1,k} - w_{i-1,j-1,k}}{\Delta x}, \\ \gamma_{YZ_{-i-1,j,k}}^n &= \gamma_{ZY_{-i-1,j,k}}^n = \frac{v_{i-1,j,k+1} - v_{i-1,j,k-1}}{\Delta z} + \frac{w_{i-1,j+1,k} - w_{i-1,j-1,k}}{\Delta y}.\end{aligned}\quad (2.7)$$

Naprężenia normalne w obszarze elementu sześciennego $(i-1, j-1, k-1)$, odpowiednio na kierunkach osi x, y, w (u, v, w), wyliczane są ze wzorów:

$$\begin{aligned}\sigma_{X_{-i-1,j-1,k-1}}^n &= \frac{E}{1+\nu} \cdot [\varepsilon_{X_{-i-1,j-1,k-1}}^n + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_{Z_{-i-1,j-1,k-1}}^n + \varepsilon_{Y_{-i-1,j-1,k-1}}^n + \varepsilon_{X_{-i-1,j-1,k-1}}^n)], \\ \sigma_{Y_{-i-1,j-1,k-1}}^n &= \frac{E}{1+\nu} \cdot [\varepsilon_{Y_{-i-1,j-1,k-1}}^n + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_{Z_{-i-1,j-1,k-1}}^n + \varepsilon_{Y_{-i-1,j-1,k-1}}^n + \varepsilon_{X_{-i-1,j-1,k-1}}^n)], \\ \sigma_{Z_{-i-1,j-1,k-1}}^n &= \frac{E}{1+\nu} \cdot [\varepsilon_{Z_{-i-1,j-1,k-1}}^n + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_{Z_{-i-1,j-1,k-1}}^n + \varepsilon_{Y_{-i-1,j-1,k-1}}^n + \varepsilon_{X_{-i-1,j-1,k-1}}^n)].\end{aligned}\quad (2.8)$$

Naprężenia styczne działające na ścianach zewnętrznych elementów sześciennych są wyliczane wzorami:

$$\begin{aligned}\tau_{XY_{-i,j,k-1}}^n &= \tau_{YX_{-i,j,k-1}}^n = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} \cdot \gamma_{XY_{-i,j,k-1}}^n = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} \cdot \gamma_{YX_{-i,j,k-1}}^n, \\ \tau_{XZ_{-i,j-1,k}}^n &= \tau_{ZX_{-i,j-1,k}}^n = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} \cdot \gamma_{XZ_{-i,j-1,k}}^n = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} \cdot \gamma_{ZX_{-i,j-1,k}}^n, \\ \tau_{YZ_{-i-1,j,k}}^n &= \tau_{ZY_{-i-1,j,k}}^n = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} \cdot \gamma_{YZ_{-i-1,j,k}}^n = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} \cdot \gamma_{ZY_{-i-1,j,k}}^n.\end{aligned}\quad (2.9)$$

Siły normalne działające na każdą z mas zestawionych z obszarów przyległych elementów sześciennych, odpowiednio na kierunkach osi $\{x, y, z\}$, są określane wzorami:

$$\begin{aligned} S_{U_{-i-1,j-1,k-1}}^n &= \sigma_{X_{-i-1,j-1,k-1}}^n \cdot \Delta y \cdot \Delta z, \\ S_{V_{-i-1,j-1,k-1}}^n &= \sigma_{Y_{-i-1,j-1,k-1}}^n \cdot \Delta x \cdot \Delta z, \\ S_{W_{-i-1,j-1,k-1}}^n &= \sigma_{Z_{-i-1,j-1,k-1}}^n \cdot \Delta x \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (2.10)$$

Siły styczne, przykładowo na kierunku z , działające na element $(i-1, j-1, k)$, są opisane wzorami:

$$\begin{aligned} T_{WDXZ_{-i,j-1,k-1}}^n &= 0,125 \cdot (3 \cdot \tau_{XZ_{-i,j-1,k}}^n + \tau_{XZ_{-i,j-1,k-2}}^n) \cdot \Delta y \cdot \Delta z, \\ T_{WBXZ_{-i,j-1,k+1}}^n &= 0,125 \cdot (3 \cdot \tau_{XZ_{-i,j-1,k}}^n + \tau_{XZ_{-i,j-1,k+2}}^n) \cdot \Delta y \cdot \Delta z, \\ T_{WDYZ_{-i-1,j,k-1}}^n &= 0,125 \cdot (3 \cdot \tau_{YZ_{-i-1,j,k}}^n + \tau_{YZ_{-i-1,j,k-2}}^n) \cdot \Delta x \cdot \Delta z, \\ T_{WBYZ_{-i-1,j,k+1}}^n &= 0,125 \cdot (3 \cdot \tau_{YZ_{-i-1,j,k}}^n + \tau_{YZ_{-i-1,j-1,k+2}}^n) \cdot \Delta x \cdot \Delta z, \\ T_{WDXZ_{-i-2,j-1,k-1}}^n &= 0,125 \cdot (3 \cdot \tau_{XZ_{-i-2,j-1,k}}^n + \tau_{XZ_{-i-2,j-1,k-2}}^n) \cdot \Delta y \cdot \Delta z, \\ T_{WBXZ_{-i-2,j-1,k+1}}^n &= 0,125 \cdot (3 \cdot \tau_{XZ_{-i-2,j-1,k}}^n + \tau_{XZ_{-i-2,j-1,k+2}}^n) \cdot \Delta y \cdot \Delta z, \\ T_{WDYZ_{-i-1,j-2,k-1}}^n &= 0,125 \cdot (3 \cdot \tau_{YZ_{-i-1,j,k}}^n + \tau_{YZ_{-i-1,j,k-2}}^n) \cdot \Delta x \cdot \Delta z, \\ T_{WBYZ_{-i-1,j-2,k+1}}^n &= 0,125 \cdot (3 \cdot \tau_{YZ_{-i-1,j,k}}^n + \tau_{YZ_{-i-1,j-1,k+2}}^n) \cdot \Delta x \cdot \Delta z. \end{aligned} \quad (2.11)$$

3. Niejednorodność strukturalna betonu

Wprowadzona dyskretyzacja przestrzenna próbki betonowej może stanowić jednocześnie osnowę do zadania niejednorodności podstawowych właściwości mechanicznych. Za podstawową właściwość przyjęto gęstość betonu ρ_b , której przypisano arbitralnie wartości modułu odkształcenia E_{ci} . Założono, że niejednorodność próbek betonowych będzie losowo ustalana według baz danych zawartych w tabeli 3.1. Na podstawie wartości współczynników jednorodności określono próbki jako jednorodne, słabo albo silnie niejednorodne.

TABELA 3.1

Wartości gęstości i moduły odkształceń przyjęte jako baza danych do losowania rozkładu niejednorodności w analizowanych próbkach betonowych

| BJ – Beton Jednorodny | | |
|-----------------------|--|-------------------|
| | Gęstość (ρ) [kg/m ³] | Moduł EC [MPa] |
| 1 | 2 200 | 3,00E+10 |

| BNJ – Beton Niejednorodny | | |
|---------------------------|--|-------------------|
| | Gęstość (ρ) [kg/m ³] | Moduł EC [MPa] |
| 1 | 1 200,0 | 1,50E+10 |
| 2 | 1 500,0 | 1,90E+10 |
| 3 | 1 800,0 | 2,20E+10 |
| 4 | 1 900,0 | 2,40E+10 |
| 5 | 2 000,0 | 2,60E+10 |
| 6 | 2 100,0 | 2,70E+10 |
| 7 | 2 200,0 | 2,90E+10 |
| 8 | 2 300,0 | 3,00E+10 |
| 9 | 2 400,0 | 3,05E+10 |
| 10 | 2 500,0 | 3,10E+10 |
| 11 | 2 600,0 | 3,20E+10 |
| 12 | 2 700,0 | 3,30E+10 |

| BSNJ – Beton Silnie Niejednorodny | | |
|-----------------------------------|--|-------------------|
| | Gęstość (ρ) [kg/m ³] | Moduł EC [MPa] |
| 1 | 150,0 | 1,00E+08 |
| 2 | 800,0 | 1,20E+10 |
| 3 | 1 500,0 | 2,20E+10 |
| 4 | 1 700,0 | 2,40E+10 |
| 5 | 1 900,0 | 2,60E+10 |
| 6 | 2 100,0 | 2,80E+10 |
| 7 | 2 300,0 | 3,00E+10 |
| 8 | 2 500,0 | 3,20E+10 |
| 9 | 2 600,0 | 3,40E+10 |
| 10 | 2 700,0 | 3,60E+10 |
| 11 | 2 800,0 | 3,80E+10 |
| 12 | 3 000,0 | 4,00E+10 |

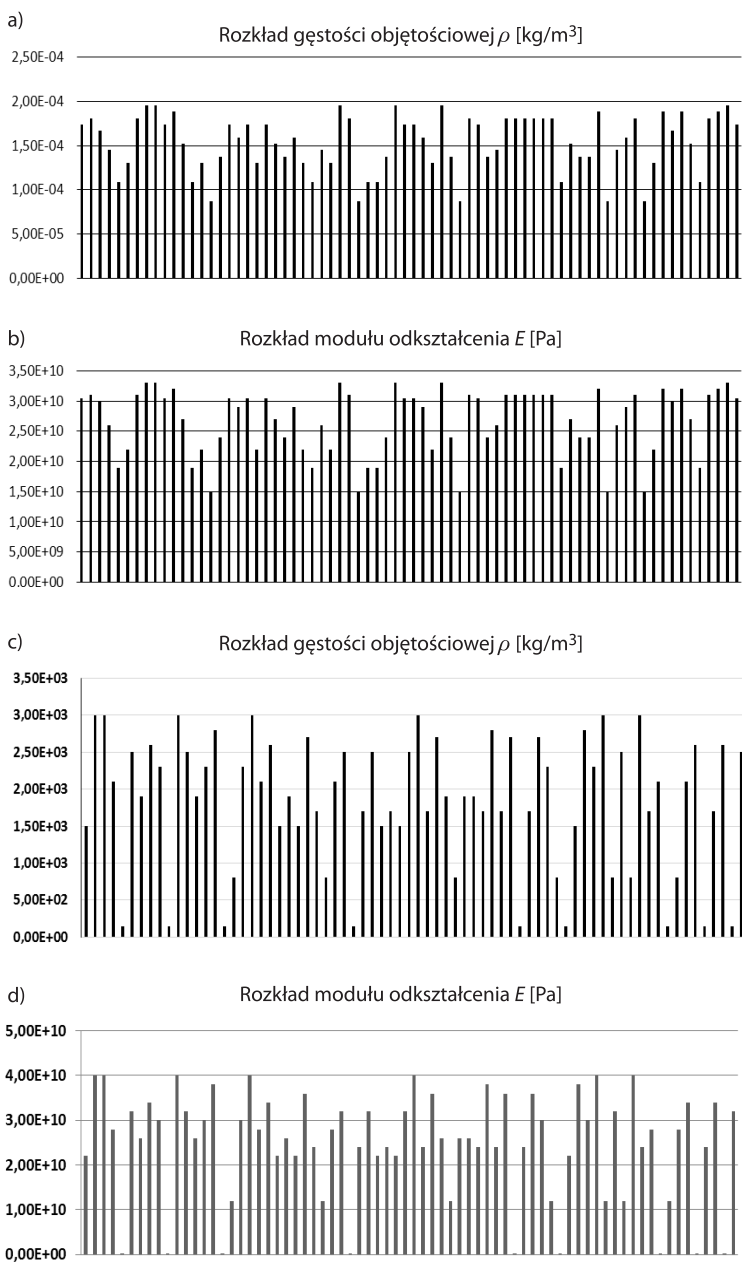
Założone wartości gęstości i moduły odkształcenia umożliwiają określenie lokalnych prędkości podłużnej fali sprężystej w analizowanych betonach:

$$v_i = \sqrt{\frac{E_{Cl}}{\rho_i}}. \quad (3.1)$$

Odpowiednie wartości tych prędkości są następujące:

- beton jednorodny $v_i = 3693$ m/s,
- beton niejednorodny $v_i = (3496 - 3631)$ m/s,
- beton silnie niejednorodny $v_i = (817 - 3873)$ m/s.

Na rysunku 5d występują wartości modułu odkształcenia betonu o wartościach o dwa rzędy niższych, tzn. $E + 08$, co uwidacznia się brakiem rzędnych w przyjętej skali.



Rys. 5. Rozkład właściwości mechanicznych w kolumnie środkowej, węzły $(4, 4, k)$, $k = 3, 5, 7, \dots, 147$ w próbce betonu: a) i b) niejednorodnego, stopień jednorodności DST; c) i d) silnie niejednorodnego, stopień jednorodności NDST

Przy stosowaniu nieniszczącej metody badań wytrzymałości betonu metodą ultradźwiękową stosowana jest w [3] zależność korelacyjna na uśrednioną wytrzymałość betonu jako funkcja prędkości falowej:

$$f_{vi} = 12,80 - 8,19 \cdot v_i + 2,77 \cdot v_i^2. \quad (3.2)$$

Przedstawiona zależność różni się od analogicznych zależności podanych w instrukcji [4] oraz normie [5]. Wykorzystamy zależność (3.2) do określenia wartości losowych wytrzymałości betonu, które podano w tabeli 3.2.

Stosowne parametry charakterystyki statystycznej określono wzorami:

- średnia wartość wytrzymałości (f_{vm}) i odchylenia standardowe (s_f):

$$f_{vm} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{corr}} f_{vi}}{n_{corr}}, \quad s_f = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_{corr}} (f_{vm} - f_{vi})^2}{n_{corr}}}, \quad (3.3)$$

gdzie n_{corr} — liczba elementów dyskretnych (tożsama z liczbą losowań),

- wartość minimalna wytrzymałości przy prawdopodobieństwie przekroczenia wartości minimalnej $\xi p = 95\%$ jest w przypadku rozkładu normalnego równa

$$f_{vmin} = f_{vm} - 1,645 \cdot s_f, \quad (3.4)$$

- wskaźnik zmienności (v_f) i współczynnik jednorodności wytrzymałości (k_f):

$$v_f = \frac{s_f}{f_{vm}}, \quad k_f = \frac{f_{vmin}}{f_{vm}}. \quad (3.5)$$

Zadane niejednorodności właściwości mechanicznych poszczególnych próbek betonowych, zgodnie z podanymi w tabeli 3.1, wyrazimy w kategoriach wytrzymałości betonu poprzez wskaźnik zmienności oraz współczynniki jednorodności ustalone według wzoru (3.5). Na tej podstawie oszacowano jakościowo niejednorodność próbek betonowych (tab. 3.2). Jakościową ocenę niejednorodności — **DST** i **NDST** — zamieszczono w kolumnie pierwszej tej tabeli. Ustalono je na podstawie analogicznych wskaźników zmienności i współczynników jednorodności wyznaczonych względem gęstości i modułu odkształcenia.

TABELA 3.2

Skala niejednorodności analizowanych próbek betonowych

| Opis próbki | Zakres zmiany gęstości i modułu odkształceń | Gęstość średnia [kg/m ³] | Gęstość min. [kg/m ³] | Moduł średni [GPa] | Moduł min. [GPa] | Wytrzymałość f_{tm} [MPa] | Wytrzymałość min. f_{tmin} [MPa] | Wsk. zmienności wytrzymałości v_f | Wsp. jednorodności wytrzymałości k_f |
|---|--|--------------------------------------|-----------------------------------|--------------------|------------------|-----------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|--|
| BJ Beton jednorodny | $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$, $E_c = 30 \text{ GPa}$ | 2200 | 2200 | 30 | 30 | 20,33 | 20,33 | 0 | 0 |
| BNJ Beton <u>niejednorodny</u> Stopień DST | $\rho = 1200\text{-}2700 \text{ kg/m}^3$, $E_c = 15\text{-}33 \text{ GPa}$ | 2100 | 1390 | 26,5 | 17,8 | 18,71 | 17,90 | 0,03 | 0,96 |
| BSNJ Beton <u>silnie niejednorodny</u> Stopień NDST | $\rho = 150\text{-}3000 \text{ kg/m}^3$, $E_c = 0,1\text{-}40 \text{ GPa}$ | 2004 | 657 | 26,8 | 8,8 | 19,30 | 13,40 | 0,19 | 0,69 |

Z uwagi na znaczne zagęszczenie siatki podziału przestrzennego z pewnym przybliżeniem można traktować to, że zadając gęstość i moduł odkształcenia każdemu przestrzennemu elementowi dyskretyzacji, definiujemy właściwości betonu na poziomie mezostrukturalnym. Ustalenie parametrów niejednorodności zrealizowano poprzez ich losowy dobór, procedurą według [6]. Wyznaczona w ten sposób niejednorodność umożliwia określenie uśrednionej wytrzymałości betonu zgodnie z zależnością korelacyjną stosowaną do interpretacji uśrednionej wytrzymałości lokalnej betonu wyznaczonej na podstawie metody ultradźwiękowej. Zadana niejednorodność może być opisana parametrami statystycznymi: wielkościami średnimi, odchyleniami standardowymi, wskaźnikami zmienności, wartościami minimalnymi oraz współczynnikami jednorodności właściwymi dla rozkładu normalnego.

4. Wyniki analiz numerycznych

Przedmiotem analiz jest prostopadłościenna próbka betonowa o przekroju poprzecznym $0,15 \times 0,15$ m i wysokości 0,3 m. Bazowe właściwości betonu przyjęto $\rho = 2200$ [kg/m³] oraz $E_C = 30$ GPa. Reakcję falową w elemencie wywołuje obciążenie typu uderzeniowego w postaci nadciśnienia o wartości

$$P(t) = P_0 = \text{const} = 2,5 \text{ MPa} \quad (4.1)$$

przyłożonego na całej górnej powierzchni próbki (rys. 5). Rozważane jest również obciążenie typu statycznego zadawane jako wolno narastające

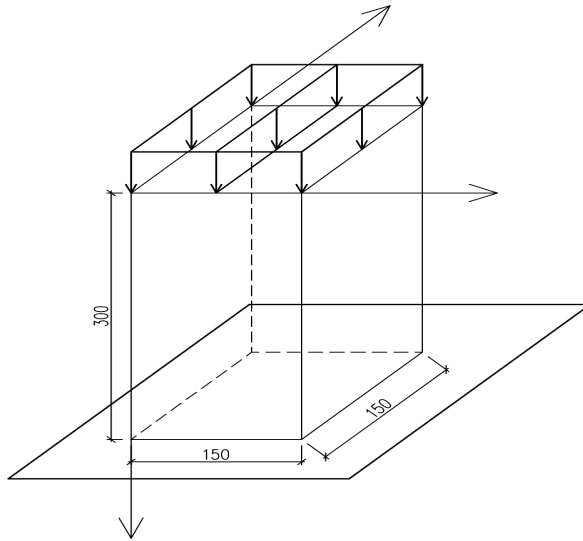
$$P(t) = \begin{cases} \left(1 - \frac{t}{T}\right) \cdot P_0 \dots \text{if} \dots 0 \leq t \leq T \\ P_0 \dots \text{if} \dots t > T. \end{cases} \quad (4.2)$$

Schemat próbki i obciążenia podano na rysunku 6.

Uzyskanie wyników wymagało spełnienia warunków zbieżności procedur numerycznych sygnalizowanych w [2]. Szacowano krytyczną wartość kroku czasowego według prędkości fal ścinania

$$\Delta t_{CR} = \frac{\Delta x}{V_S}, \quad (4.3)$$

gdzie: $V_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$, moduł ścinania $G = \frac{E_C}{2 \cdot (1 + \nu)}$.



Rys. 6. Schemat badanej próbki wraz z obciążeniem

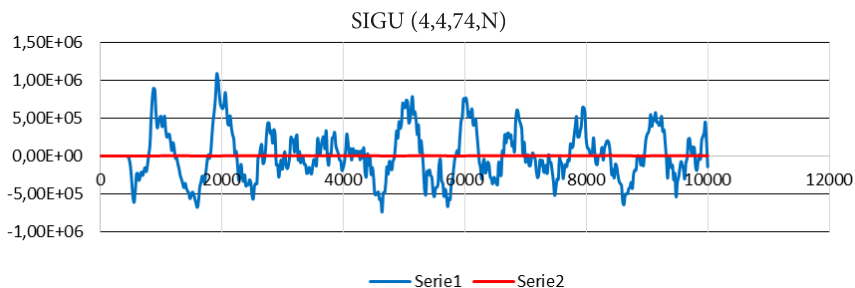
W celu uzyskania rozwiązań zbieżnych z nieznanymi rozwiązaniami dokładnymi stosowano krok czasowy $\Delta t = R \cdot \Delta t_{CR}$. Przyjmowano $R < 1$. Opracowany program do analizy przestrzennej propagacji fal może być wykorzystany do opisu zagadnienia jednowymiarowego poprzez przyjęcie współczynnika Poissona $\nu = 0$. W takim przypadku jest możliwe prowadzenie analizy numerycznej przy wartości kroku czasowego $\Delta t \rightarrow \Delta t_{CR} = \sqrt{\frac{E_C}{\rho}}$, który zapewni bezbłędną aproksymację sformułowania różnicowego [2].

Na rysunkach 7 i 8 przedstawiono wyniki analiz numerycznych przy założeniu wartości współczynnika Poissona $\nu = 0,167$.

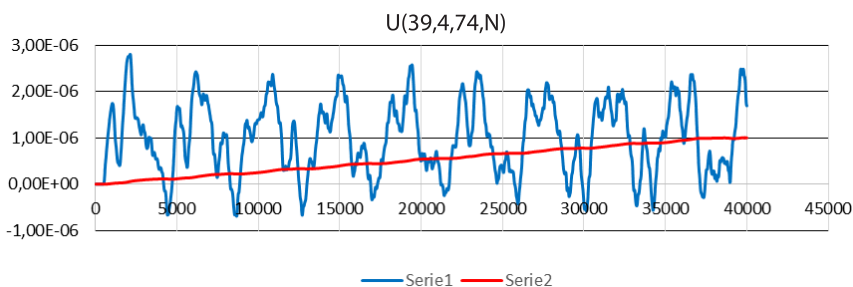
Na rysunkach 9 i 10 przedstawiono zmienność prędkości przemieszczeń swobodnej podstawy próbki w czasie w przypadku zróżnicowanych stopni niejednorodności betonu.

Na rysunku 11 przedstawiono zmienność przemieszczeń swobodnej podstawy próbki w czasie.

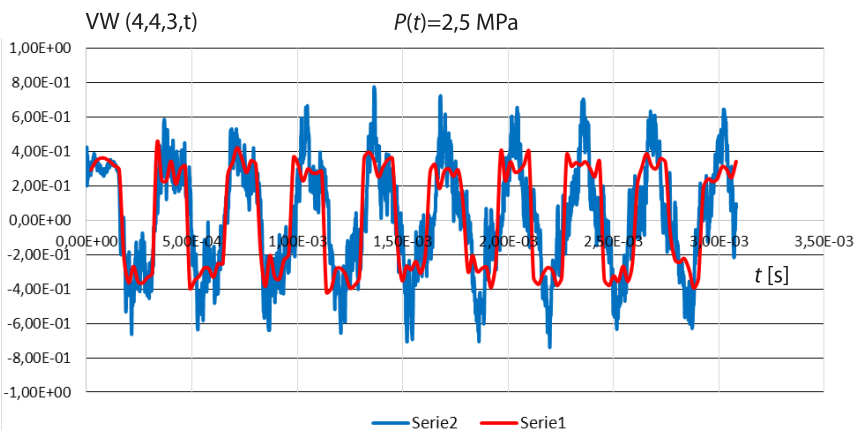
W przypadku próbki jednorodnej w charakterze zmienności przemieszczenia węzła (4, 4, 3) uwidaczniają się drgania z dwiema dominującymi częstotliwościami $\omega_1 = 1485 \text{ rds}^{-1}$ i $\omega_2 = 114 \text{ rds}^{-1}$. Amplituda przemieszczenia odpowiada dwukrotnej wartości skrócenia próbki pod działaniem obciążenia statycznego $P = 2,5 \text{ MPa}$.



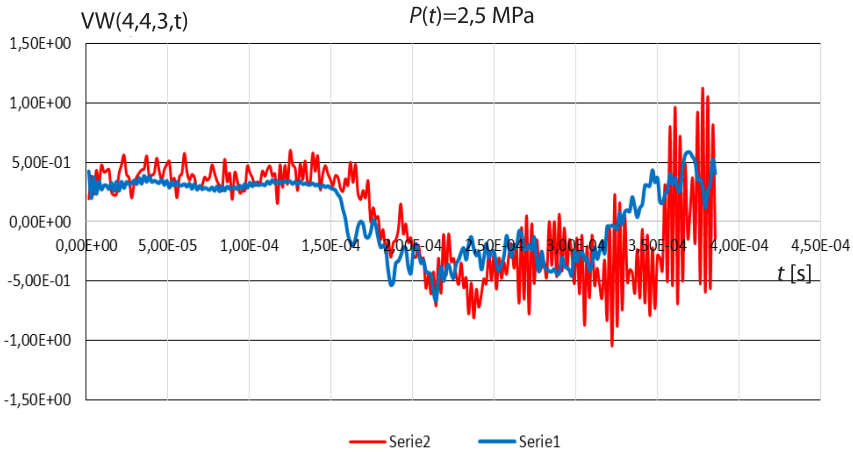
Rys. 7. Naprężenia poziome w osi próbki pod działaniem obciążenia $p_0 = 2,5$ MPa w przypadkach: Seria 1 — beton jednorodny, obciążenie dynamiczne, analiza trzywymiarowa; Seria 2 — beton jednorodny, obciążenie quasi-statyczne, analiza trzywymiarowa



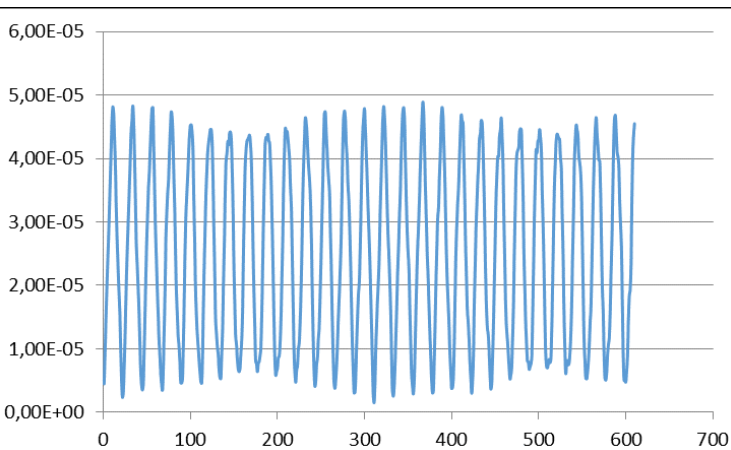
Rys. 8. Przesunięcia poziome punktu na powierzchni bocznej w połowie wysokości próbki pod działaniem obciążenia $p_0 = 2,5$ MPa w przypadkach: Seria 1 — beton jednorodny, obciążenie dynamiczne, analiza trzywymiarowa; Seria 2 — beton jednorodny, obciążenie quasi-statyczne, analiza trzywymiarowa



Rys. 9. Prędkość przemieszczenia górnego węzła (4, 4, 3) w czasie; przypadek $P(t) = 2,5$ MPa = const; Seria 1 — próbka jednorodna, $\nu = 0,00$, $R = 0,99$; analiza jednowymiarowa; Seria 2 — próbka jednorodna, $\nu = 0,167$, $R = 0,1$, analiza trzywymiarowa

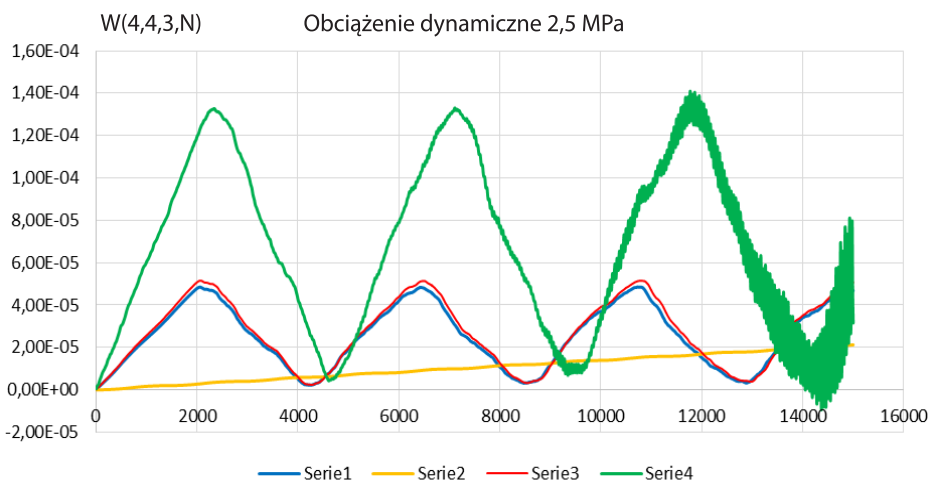


Rys. 10. Prędkość przemieszczenia górnego węzła (4, 4, 3) w czasie; przypadek $P(t) = 2,5 \text{ MPa} = \text{const}$; Seria 1 — próbka jednorodna, $\nu = 0,167$, $R = 0,1$, analiza trzywymiarowa; Seria 2 — próbka silnie niejednorodna, $\nu = 0,167$, $R = 0,1$, analiza trzywymiarowa

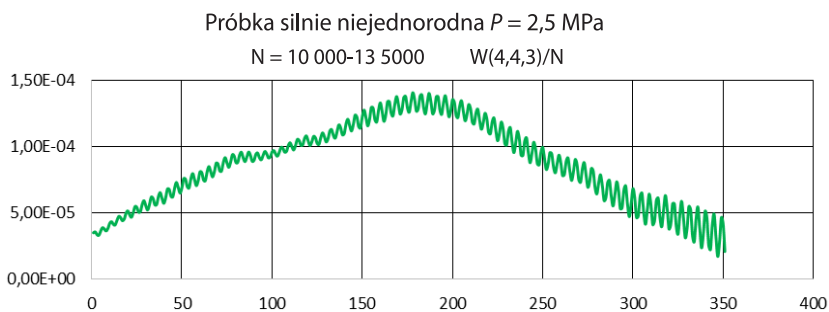


Rys. 11. Początkowe przemieszczenie górnego węzła (4, 4, 3) w czasie; próbka jednorodna, $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$, $E = 30 \text{ GPa}$, $P = 2,5 \text{ MPa}$

Jeżeli analizie poddać próbki o zróżnicowanej niejednorodności, to zmienność przemieszczeń węzła (4, 4, 3) w początkowym okresie jest przedstawiona na rysunku 12. Amplitudy przemieszczeń próbki o niejednorodności określonej jako **DST** w bardzo małym stopniu różnią się od amplitud przemieszczeń próbki jednorodnej. Natomiast próbka o silnej niejednorodności betonu wykazuje zwiększoną prawie trzykrotnie amplitudę przemieszczenia. Jednocześnie ujawnia się efekt rezonansowy — intensyfikujące się zaburzenie przemieszczenia. Charakter reakcji rezonansowej ilustruje fragment wykresu podany na rysunku 13.



Rys. 12. Przesunięcie górnego węzła (4, 4, 3) w czasie; przypadek $P(t) = 2,5 \text{ MPa} = \text{const}$, $N = t/\Delta t$, $R = 0,1$; Serie 1 — próbka jednorodna; Serie 2 — próbka jednorodna, obciążenie narastające w czasie; Serie 3 — próbka niejednorodna; Serie 4 — próbka silnie niejednorodna



Rys. 13. Ilustracja charakteru reakcji rezonansowej z częstotliwością $\omega = 1795\ 000 \text{ rds}^{-1}$. Odcinek krzywej z rysunku 12

5. Wnioski

W pracy przedstawiono wyniki rozwiązania numerycznego dynamicznego ściskania nadciśnieniem $P(0,0,t) = P = \text{const}$ czoła prostopadłościennego próbki betonowej na podstawie analizy propagacji fal w trzywymiarowej przestrzeni. Rozwiązanie uzyskano, wykorzystując metodę różnicową z jawnym schematem całkowania względem czasu, zgodnie z propozycją przedstawioną w pracy [1]. Rozważano zakres odkształcenia liniowo-sprężystego. Zachowano warunek stabilności procedury numerycznej.

Zasadniczym celem pracy było badanie wrażliwości reakcji próbek w różnym stopniu losowo niejednorodnych. Zauważyliśmy, że dyskretyzacja przestrzenna próbki

tworzy z niej ośrodek quasi-mezostrukturalny o wielu stopniach swobody. W analizowanych przypadkach liczba stopni swobody wynosiła $(18 \times 18 \times 72) \times 3 = 69\,984$. Elementem podstawowym tak zdyskretyzowanego ośrodka jest układ dwóch połówek elementarnych mas połączonych więzami sprężystymi. Taki element charakteryzuje się określoną częstotliwością rezonansową. Zadanie w tym ośrodku niejednorodności mechanicznych powoduje, że elementy ośrodka mają zróżnicowane co do wartości lokalne częstotliwości rezonansowe. W reakcji na obciążenie dynamiczne tak dyskretyzowanego ośrodka mogą się więc ujawniać efekty rezonansowe, co skutkuje zwiększonymi amplitudami naprężeń i deformacji. Stwierdzono występowanie takich efektów w reakcji próbki betonowej, której niejednorodność była oceniana jako silna — jednorodność niedostateczna. Przy tym samym obciążeniu dynamicznym nie stwierdzano takich efektów w próbce jednorodnej i słabo niejednorodnej.

Ośrodek ten może być traktowany jako realistyczny model przestrzenny ciał określanych jako continuum materialne.

W monografii [7] została poruszona problematyka drgań układów tworzących liniowo przestrzenne układy mas skupionych z więzami sprężystymi albo sprężysto-lepkimi. W układach tych zakładano jednakowe albo zróżnicowane sztywności więzów. Wprowadzenie niejednorodnych więzów tworzyło możliwości reakcji rezonansowych. Podkreślono, że w poszukiwaniu rozwiązań analitycznych takich układów należy rozważać sytuacje w różnym stopniu odległe od rezonansów zachodzących w tych układach.

Artykuł opracowany na podstawie referatu wygłoszonego na XXX Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej „Ekomilitaris 2016” Zakopane, 13-16.09.2016 r.

Artykuł wpłynął do redakcji 15.11.2016 r. Zweryfikowaną wersję po recenzjach otrzymano 28.11.2016 r.

LITERATURA

- [1] SZCZEŚNIAK Z., *Modelowanie zachowania dynamicznego konstrukcji podziemnych w warunkach działania powietrznej fali uderzeniowej*, WAT, Warszawa, 1999.
- [2] BĄK G., SZCZEŚNIAK Z., *Bez błędna aproksymacja różnicowa jednowymiarowego problemu falowego w prętach warstwowych*, Biuletyn WAT, vol. 35, nr 12, 1986, s. 63-74.
- [3] BRUNARSKI L., DOHOJDA M., *Diagnostyka wytrzymałości betonu w konstrukcji*, ITB, Warszawa, 2015.
- [4] Instrukcja ITB nr 209/77, Brunarski L., Runkiewicz L., *Instrukcja stosowania metody ultradźwiękowej do nieniszczącej kontroli jakości betonu w konstrukcji*.
- [5] Normy PN-EN 13791:2008 — *Ocena wytrzymałości betonu na ściskanie w konstrukcjach i prefabrykowanych wyrobach betonowych*.
- [6] PIECHNA J.R., *Programowanie w języku Fortran*, Ofic. Wyd. Politechniki Warszawskiej, 1997.
- [7] Kaliski S. [red.], *Drgania i fale w ciałach stałych*, PWN, Warszawa, 1966.

R. OSIŃSKI, G. BĄK

The influence of concrete inhomogeneity on elastic response of the sample under dynamic load

Abstract. Results of the dynamic loading analysis of the heterogeneous concrete rectangular samples are presented in the article. This heterogeneity is set randomly with respect to the basic mechanical parameters: the mass density and the modules of concrete deformation. These both parameters define the elastic wave velocities. According to experimental researches by the ultrasounds method, the values of the longitudinal wave velocity is between $(3,0 \div 5,0)$ [km/s]. By the draw of the randomly mechanical parameters this interval was kept. The rating of the heterogeneity is expressed in terms of concrete strength using a dependence correlation between the phase velocity and an average local strength of concrete. The results of numerical analysis of wave reaction of rectangular concrete samples were obtained by the differential discretization, which evolved the sample into a three-dimensional model of the type of a discreet structural quasi-mesosystem. It is shown that the excessive heterogeneity revealed the initiation of unstable deformation processes.

Keywords: differential approximation, explicit integration scheme, spatial analysis of the wave

DOI: 10.5604/12345865.1228615