

## PROBABILISTYCZNA ANALIZA SYNCHRONICZNYCH ŁĄCZEŃ POLSKIEJ I NIEMIECKIEJ SIECI 110 kV

Marian SOBIERAJSKI<sup>1</sup>, Wilhelm ROJEWSKI<sup>2</sup>

1. Politechnika Wrocławska, Wydział Elektryczny,  
tel.: 4871 320 44 22 e-mail: marian.sobierajski@pwr.edu.pl
2. Politechnika Wrocławska, Wydział Elektryczny,  
tel.: 4871 320 37 24 e-mail: wilhelm.rojewski@pwr.edu.pl

**Streszczenie:** Rozważane jest zasilanie wydzielonego obszaru sieci 110 kV po stronie polskiej z niemieckiej sieci 110 kV. Obydwa systemy, polski i niemiecki, połączone są liniami wymiany 400 kV i 220 kV. Wydzielenie wyspy bez przerwy w zasilaniu odbiorców wymaga dodatkowego krótkotrwałego połączenia do synchronicznej współpracy obu systemów na poziomie sieci 110 kV. Takim operacjom towarzyszy występowanie prądu wyrównawczego o wartościach zależnych od rozchyłu kąтового napięć w wybranych do połączenia węzłach 110 kV po stronie polskiej i niemieckiej. Natomiast rozchył kątowy tych napięć zależy od zastępczej reaktancji połączenia sąsiednich systemów na poziomie sieci przesyłowych oraz od przesyłanej mocy liniami wymiany. Na etapie planowania, w analizach takiej współpracy, zastępcza reaktancja oraz moc wymiany mogą być traktowane jako zmienne losowe o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa. Rozważania zilustrowano przykładem obliczeniowym,

**Słowa kluczowe:** sieci 110 kV, łączenie synchroniczne, probabilistyczna analiza

### 1. WPROWADZENIE

Współpraca polskiego i niemieckiego systemu elektroenergetycznego odbywa się na poziomie sieci przesyłowych 220 kV i 400 kV. Bliskość obszarów zasilanych z sieci 110 kV po obu stronach granicy polsko-niemieckiej skłania do podjęcia współpracy także na poziomie sieci dystrybucyjnych 110 kV. Z inicjatywy TAURON Dystrybucja S.A. podjęte zostały badania możliwości współpracy między sieciami 110 kV należącymi do operatorów TAURON Dystrybucja S.A. i ENSO [1]. Inicjatywa spotkała się z zainteresowaniem operatora ENSO, który zlecił wykonanie dalszych analiz [2].

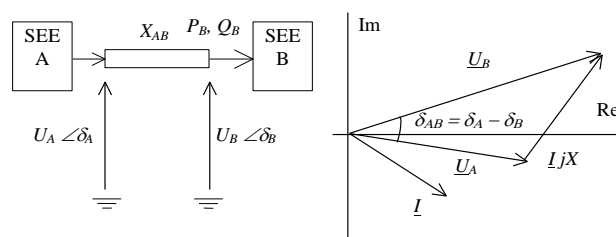
Zakłada się, że wydzielony i izolowany od własnego systemu elektroenergetycznego obszar jednej sieci 110 kV będzie czasowo zasilany z pracującej w normalnym układzie (połączonej z własnym systemem elektroenergetycznym) drugiej sieci. Role sieci zasilanej i zasilającej będą się zamieniać, co oznacza raz import, a drugi raz eksport energii elektrycznej na poziomie 110 kV między ENSO i TAURON.

Rozpatrując zasilanie wydzielonej części skutecznie uzziemionej polskiej sieci 110 kV ze skompensowanej niemieckiej sieci 110 kV należy wziąć pod uwagę

zagrożenia związane z występowaniem zwarć 1-fazowych. Te zagadnienie i wynikające z nich ograniczenia omówiono w pracy [1]. W niniejszej pracy prowadzone są rozważania dotyczące możliwości wystąpienia rozchyłów kątowych przekraczających dopuszczalne wartości. Strona niemiecka nie dopuszcza synchronizacji przy rozchyle kątowym napięć większym od 10 stopni.

### 2. MODEL MATEMATYCZNY SYSTEMÓW WYMIENIAJĄCYCH MOC

O rozchyle kątowym napięć na wyłączniku łączącym obie sieci 110 kV decyduje rozchył kątowy w sieci przesyłowej 400 kV. Rozważmy połączenie dwóch systemów *A* i *B*, wymieniających moc czynną i bierną poprzez zastępczą gałąź o reaktancji  $X_{AB}$ , Rys. 1. Po stronie systemu *A* występuje napięcie o module  $U_A$  i argumentem  $\delta_A$ , a po stronie *B* - o module  $U_B$  i argumentem  $\delta_B$ .



Rys. 1. Wymiana mocy między systemami *A* i *B* połączonymi przez reaktancję  $X_{AB}$ .

Niech moc czynna i bierna dopływająca do systemu *B* z systemu *A* wynoszą  $P_B$ ,  $Q_B$ . Wówczas z równań węzłowych mamy:

$$P_B = \frac{U_A U_B}{X_{AB}} \sin \delta_{AB} \quad (1)$$

$$Q_B + \frac{U_B^2}{X_{AB}} = \frac{U_A U_B}{X_{AB}} \cos \delta_{AB} \quad (2)$$

Po podzieleniu stronami wyrażeń (1) i (2) oraz dokonaniu prostych przekształceń otrzymujemy wyrażenie na rozchył kątowy  $\delta_{AB}$  między napięciami obu systemów:

$$tg \delta_{AB} = P_B (Q_B + U_B^2 / X_{AB})^{-1} \quad (3)$$

$$\delta_{AB} = \arctg (P_B (Q_B + U_B^2 / X_{AB})^{-1}) \quad (4)$$

### 3. PROBABILISTYCZNA ANALIZA ROZCHYLEŃ KĄTOWEGO NAPIĘCIA NA POŁĄCZENIU SYSTEMÓW

Rozchył kątowy napięcia w systemach A i B zależy od mocy czynnej i biernej dopływającej do systemu B z systemu A, reaktancji  $X_{AB}$  zastępczej gałęzi łączącej systemy A i B oraz modułu napięcia po stronie systemu B. Każda z wielkości decydujących o wartości rozchyłu kąтового podlega losowym zmianom między swoją wartością maksymalną i minimalną:

$$P_{Bmin} \leq P_B \leq P_{Bmax} \quad (5)$$

$$Q_{Bmin} \leq Q_B \leq Q_{Bmax} \quad (6)$$

$$U_{Bmin} \leq U_B \leq U_{Bmax} \quad (7)$$

$$X_{ABmin} \leq X_{AB} \leq X_{ABmax} \quad (8)$$

Najbardziej pesymistyczne podejście nakazuje przyjąć założenie, że wartości w przedziałach podlegają niezależnym prostokątnym rozkładom prawdopodobieństwa. Zatem rozchył kątowy napięcia jest funkcją zmiennych losowych o rozkładzie prostokątnym. W przypadku ogólnym mamy między zmiennymi losowymi nieliniową zależność funkcyjną:

$$y = g(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (9)$$

Z własności prostokątnego rozkładu prawdopodobieństwa znane są wartości oczekiwane oraz wariancje poszczególnych zmiennych losowych. Ponieważ zmienne losowe są niezależne, to macierz kowariancji zmiennych losowych jest macierzą diagonalną:

$$M_x = \begin{bmatrix} var_{x1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & var_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & var_{x3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & var_{x4} \end{bmatrix} \quad (10)$$

W małych przedziałach zmienności wokół wartości oczekiwanych zmiennych losowych można nieliniową funkcję przybliżyć funkcją liniową:

$$y = g(m) + A(x - m) \quad (11)$$

$$\Delta y = A \Delta x \quad (12)$$

gdzie:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad \text{- wektor zmiennych losowych wpływających}$$

na wartość rozchyłu kąтового napięcia,

$$m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix} \quad \text{- wektor wartości oczekiwanych zmiennych}$$

losowych wpływających na wartość rozchyłu kąтового,

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial x_1} & \frac{\partial y}{\partial x_2} & \frac{\partial y}{\partial x_3} & \frac{\partial y}{\partial x_4} \end{bmatrix} \quad \text{- macierz pierwszych}$$

pochodnych cząstkowych funkcji (4),

$\Delta x = x - m$  - wektor odchylenia od wartości oczekiwanych zmiennych losowych wpływających na wartość rozchyłu kąтового,

$\Delta y = y - g(m)$  - wektor odchylenia rozchyłu kąтового od wartości obliczonej dla wartości oczekiwanych zmiennej losowej wielowymiarowej  $x$ .

Poszczególne pochodne cząstkowe mają postać:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{(Q_B + U_B^2 / X_{AB})^{-1}}{1 + (P_B (Q_B + U_B^2 / X_{AB})^{-1})^2} \quad (13)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = \frac{-P_B (Q_B + U_B^2 / X_{AB})^{-2}}{1 + (P_B (Q_B + U_B^2 / X_{AB})^{-1})^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_3} = \frac{-P_B (Q_B + U_B^2 / X_{AB})^{-2} (2U_B / X_{AB})}{1 + (P_B (Q_B + U_B^2 / X_{AB})^{-1})^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_4} = \frac{-P_B (Q_B + U_B^2 / X_{AB})^{-2} (-U_B^2 / X_{AB}^2)}{1 + (P_B (Q_B + U_B^2 / X_{AB})^{-1})^2} \quad (16)$$

Dzięki dokonanej linearyzacji można łatwo wyznaczyć wartość oczekiwaną i wariancję rozchyłu kąтового napięcia:

- wartość oczekiwana

$$m_y = E[\delta_{AB}] = \arctg(m_1 (m_2 + m_3^2 / m_4)^{-1}) \quad (17)$$

- wariancja

$$var_y = A^T M_x A \quad (18)$$

- odchylenie standardowe

$$\sigma_y = \sqrt{var_y} \quad (19)$$

Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $y$  po jej linearyzacji jest sumą czterech niezależnych rozkładów prostokątnych odpowiednio przekształconych. Jego postać jest zbliżona do rozkładu normalnego obciętego do przedziału od  $y_{min}$  do  $y_{max}$ .

### 4. PRAWDOPODOBIEŃSTWO NIEPRZEKROCZENIA DOPUSZCZALNEJ WARTOŚCI ROZCHYLEŃ KĄTOWEGO NAPIĘCIA

Aby można było skorzystać z tablic rozkładu normalnego należy wprowadzić standaryzację zmiennej losowej  $y$ :

$$t = (y - m_y) / \sigma_y \quad (20)$$

Przy obliczaniu prawdopodobieństwa należy uwzględnić fakt, że mamy tu do czynienia z dystrybuantą obciętego normalnego rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej. Standaryzowana zmienna losowa  $t$  ma dystrybuantę  $F(t)$ , ale jej wartości rozpatrywane są tylko na odcinku  $[t_{min}, t_{max}]$ . Wówczas standaryzowana zmienna losowa obcięta do odcinka  $[t_{min}, t_{max}]$  ma dystrybuantę:

$$F_z(z) = \frac{F(t) - F(t_{min})}{F(t_{max}) - F(t_{min})} \quad (21)$$

Wartość minimalna i maksymalna rozchyłu kąowego może być obliczona dla krańcowych wartości zmiennych losowych:

$$y_{min} = \delta_{ABmin} = \arctg \left( P_{Bmin} (Q_{Bmax} + U_{Bmax}^2 / X_{ABmin})^{-1} \right) \quad (22)$$

$$y_{max} = \delta_{ABmax} = \arctg \left( P_{Bmax} (Q_{Bmin} + U_{Bmin}^2 / X_{ABmax})^{-1} \right) \quad (23)$$

Po standaryzacji zmiennej losowej  $y$  otrzymujemy:

$$t_{min} = (y_{min} - m_y) / \sigma_y \quad (24)$$

$$t_{max} = (y_{max} - m_y) / \sigma_y \quad (25)$$

Dopuszczalna wartość rozchyłu kąowego  $y_{dop}$  po standaryzacji przyjmuje wartość:

$$t_{dop} = (y_{dop} - m_y) / \sigma_y \quad (26)$$

### Przykład obliczeniowy

Reaktancja połączenia obu systemów na poziomie 400 kV obejmuje 2-torową linię 400 kV o długości ok. 75 km i reaktancji ok. 30  $\Omega$ . Uwzględniając pracę 2-torową oraz występowanie innych połączeń na poziomie europejskiej sieci przesyłowej można przyjąć nawet 3-krotne zmniejszenie reaktancji do ok. 10  $\Omega$ . Przesyłane moce czynne nie mogą przekroczyć obciążalności termicznej przewodów, czyli ok. 2000 MW.

Ze względu na straty przesyłowe unika się przesyłania mocy biernej między systemami, dlatego można przyjąć stosunkowo małe zmiany tej mocy,  $Q_{Bmin} = -100$  Mvar,  $Q_{Bmax} = 100$  Mvar.

Napięcia w normalnych układach pracy są bliskie wartościom znamionowym. Na ogół napięcie nie powinno przekroczyć odchylen  $-5\%/+10\%$  w stosunku do wartości znamionowej.

Obliczenia rozptyłów mocy prowadzi się zwykle w jednostkach względnych odniesionych do mocy bazowej  $S_b = 100$  MVA i napięcia bazowego  $U_b = U_N = 400$  kV. W takim przypadku impedancja bazowa wynosi:

$$Z_b = U_b^2 / S_b = 400^2 / 100 = 1600 \Omega \quad (27)$$

Wartości oczekiwane i wariancje zmiennych losowych  $x$  przyjmują następujące wartości:

$$m_1 = (P_{Bmin} + P_{Bmax}) / 2 = (20 + 0) / 2 = 10 \quad (28)$$

$$var_{x1} = \frac{(P_{Bmax} - P_{Bmin})^2}{12} = \frac{(20 - 0)^2}{12} = 33,33 \quad (29)$$

$$m_2 = (Q_{Bmin} + Q_{Bmax}) / 2 = (-1 + 1) / 2 = 0 \quad (30)$$

$$var_{x2} = \frac{(Q_{Bmax} - Q_{Bmin})^2}{12} = \frac{(1 - (-1))^2}{12} = 0,333 \quad (31)$$

$$m_3 = (U_{Bmin} + U_{Bmax}) / 2 = (0,95 + 1,1) / 2 = 1,025 \quad (32)$$

$$var_{x3} = \frac{(U_{Bmax} - U_{Bmin})^2}{12} = \frac{(1,1 - 0,95)^2}{12} = 0,002 \quad (33)$$

$$m_4 = (X_{ABmin} + X_{ABmax}) / 2 = (0,0063 + 0,0187) / 2 = 0,0125 \quad (34)$$

$$var_{x4} = \frac{(X_{ABmax} - X_{ABmin})^2}{12} = 0,000052 \quad (35)$$

Po podstawieniu obliczonych wartości do odpowiednich wzorów otrzymujemy:

$$m_y = E[\delta_{AB}] = \arctg(m_1(m_2 + m_3^2 / m_4)^{-1}) = \arctg(10(0 + 1,025^2 / 0,0125)^{-1}) = 0,1184 \text{ rad} = 6,8 \text{ st} \quad (37)$$

$$M_x = \begin{bmatrix} 33,333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,333 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,002 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,000052 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$A = [0,0123 \quad -0,0015 \quad -0,2462 \quad 9,8462] \quad (38)$$

$$var_y = A^T M_x A = 0,0058 \quad (39)$$

$$\sigma_y = \sqrt{var_y} = \sqrt{0,0058} = 0,0764 \text{ rad} = 6,8 \text{ st} \quad (40)$$

Minimalna, maksymalna i dopuszczalna wartość rozchyłu kąowego wynoszą:

$$y_{min} = \delta_{ABmin} = 0 \quad (41)$$

$$y_{max} = \delta_{ABmax} = \arctg(P_{Bmax}(Q_{Bmin} + U_{Bmin}^2 / X_{ABmax})^{-1}) = \arctg(20(-1 + 0,9^2 / 0,0187)^{-1}) = 0,4426 \text{ rad}$$

$$y_{dop} = \frac{10 \text{ st}}{180 \text{ st}} \pi = 0,1745 \text{ rad} \quad (43)$$

Standaryzowane wartości zmiennej losowej  $y$  wynoszą:

$$t_{min} = \frac{y_{min} - m_y}{\sigma_y} = \frac{0 - 0,1184}{0,0764} = -1,5505 \quad (44)$$

$$t_{max} = \frac{y_{max} - m_y}{\sigma_y} = \frac{0,4426 - 0,1184}{0,0764} = 3,7037 \quad (45)$$

$$t_{dop} = \frac{y_{dop} - m_y}{\sigma_y} = \frac{0,1745 - 0,1184}{0,0764} = 0,7347 \quad (46)$$

Prawdopodobieństwo nie przekroczenia dopuszczalnej standaryzowanej dopuszczalnej wartości rozchyłu kąowego można wyliczyć posługując się tablicami rozkładu normalnego. Z tablic rozkładu  $N(0,1)$  mamy:  $F(t_{min}) = F(-1,5505) = 0,0605$ ,  $F(t_{max}) = F(3,7037) = 0,9999$ ,  $F(t_{dop}) = F(0,7347) = 0,7687$ .

Po obciążeniu rozkładu do  $[t_{min}, t_{max}]$  otrzymujemy prawdopodobieństwo zdarzenia, że rozchył kątowy nie przekroczy dopuszczalnej wartości:

$$Pr(t_{min} \leq t \leq t_{dop}) = \frac{F(t_{dop}) - F(t_{min})}{F(t_{max}) - F(t_{min})} = \frac{0,7687 - 0,0605}{0,9999 - 0,0605} = 0,7539 \quad (50)$$

Faktyczny rozchył kątowy napięć 110 kV na zaciskach wyłącznika synchronizującego może być większy od rozchyłu oszacowanego w sieci przesyłowej 400/380 kV wskutek straty napięcia przy przesyłce mocy w sieci niemieckiej przez transformatory łączące sieć 110 kV z siecią przesyłową.

Dokładne obliczenie rozchyłu kątowego na wyłączniku synchronizującym wymaga symulowania rozpliwów mocy w połączonych sieciach przesyłowych, polskiej 400/220/110 kV i niemieckiej 380/220/110 kV. Taka analiza została wykonana na zlecenie ENSO z uwzględnieniem przesuwników fazowych po stronie polskiej. Uzyskane wyniki pozwalają wnosić, że rozchył kątowy na wyłączniku synchronizującym na ogół jest mniejszy od 10 stopni i nie przekracza 15 stopni.

Najpewniejszym sposobem oszacowania rozchyłu kątowego napięć jest zainstalowanie PMU po obu stronach wyłącznika synchronizującego, a następnie analiza statystyczna zarejestrowanych w czasie 1 roku zmian wartości rozchyłów kątowych.

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

1. Dokonanie bezprzerwowego przełączenia zasilania wymaga wcześniejszego połączenia dwóch sieci 110 kV zasilanych z systemu niemieckiego i polskiego. Zgodnie ze standardem niemieckim synchronizacja jest dopuszczalna, jeżeli rozchył kątowy napięć w łączonych systemach nie przekracza 10 stopni.

2. Rozchył kątowy między sąsiadującymi systemami elektroenergetycznymi zależy od wartości napięć, zastępczej reaktancji połączeń międzysystemowych oraz wymienianej mocy czynnej i biernej między oboma systemami.
3. W sytuacji niepewności, zmienne decydujące o wartości rozchyłu kątowego mogą być traktowane jako zmienne losowe o prostokątnym rozkładzie napięcia. Dla małych losowych odchyżeń nieliniową zależność rozchyłu kątowego od losowych zmian zastąpić zależnością liniową korzystając z rozwinięcia w szereg Taylora.
4. Linearyzacja zależności pozwala oszacować rozkład prawdopodobieństwa rozchyłu kątowego jako zbliżony do rozkładu normalnego. Prawdopodobieństwa zdarzenia, że rozchył kątowy nie przekroczy dopuszczalnej wartości można wykorzystać tablice rozkładu normalnego
5. z uwzględnieniem obciążenia rozkładu normalnego do technicznie realizowanych wartości maksymalnych i minimalnych.

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. Sobierajski M., Rojewski W., The effect of phase-to-earth faults on the operating conditions of a separated 110 kV grid normally operated with effectively earthed neutral, and temporarily supplied from a compensated 110 kV grid, *ActaEnergetica*, 2/23 (June 2015), pp. 114-124.
2. Kremens Z., Sobierajski M., Analiza systemów elektroenergetycznych, WNT, Warszawa 1996.
3. Plucińska A., Pluciński E., Rachunek prawdopodobieństwa. Statystyka matematyczna. Procesy stochastyczne, WNT, Warszawa 2000.

## PROBABILISTIC ANALYSIS OF SYNCHRONOUS SWITCHING POLISH AND GERMAN 110 kV NETWORKS

In the paper, it is contemplated powering the dedicated area of 110 kV network on the Polish side from the German 110 kV network. It is known, that Polish system is connected with the German system by the transmission lines of the 400 kV and 220 kV. The uninterrupted separation of the 110 kV island requires additional short-term connection to the synchronous cooperation between two systems at the 110 kV voltage level. Such operations are by the occurrence of equalizing currents, which depend on the phase angle between voltages-at the selected to connect nodes 110 kV on the Polish and German sides. On the other hand, the phase angle depends on the reactance connection of neighboring systems at the 400/220 kV network and the exchanged power. At the planning stage, in the analysis of such cooperation, the reactance and power exchange can be considered as random variables with the rectangular probability distribution. The paper is devoted to a probabilistic model of the synchronous interconnection of the 110 kV networks. Considerations are illustrated by example calculations.

**Keywords:** 110 kV network, synchronous interconnection, probabilistic analysis.