



JÓZEF JUDYCKI

Politechnika Gdańska

Nowa metoda obliczania niskotemperaturowych naprężeń termicznych w warstwach asfaltowych nawierzchni i przykłady jej zastosowań

Spękania niskotemperaturowe powstają w nawierzchniach asfaltowych w okresie ostrych zim. Mają przebieg poprzeczny, najczęściej prostopadłe do osi jezdni, w zróżnicowanym rozstawie od około dziesięciu do kilkudziesięciu metrów. Z czasem powstałe spękania ulegają degradacji, utrudniają ruch i przyspieszają destrukcję nawierzchni. Za powstawanie spękań niskotemperaturowych odpowiedzialne są naprężenia termiczne powstające w warstwach asfaltowych podczas ich oziębiania. W czasie oziębiania warstwa asfaltowa ma tendencję do skurczu termicznego. Jednakże skurcz warstwy asfaltowej jest ograniczony lub niemożliwy. Wobec braku możliwości skurczu, w skrzepowanej i chłodzonej warstwie powstają naprężenia termiczne o charakterze rozciągającym. Literatura na temat spękań niskotemperaturowych nawierzchni asfaltowych jest bardzo bogata. Przegląd stanu zagadnienia zawierają między innymi prace: Pszczoły [10], Vinsona i Janoo [11], i Zhanga [12]. Można zaryzykować stwierdzenie, że w Polsce najwięcej badań naukowych w tym zakresie zostało przeprowadzonych przez Politechnikę Gdańską. Wykonano dwie prace doktorskie na ten temat (Jaczewski [4] i Pszczoła [9]) oraz szereg terenowych i laboratoryjnych badań spękań niskotemperaturowych na zlecenie Generalnej Dyrekcji Dróg Krajowych i Autostrad (GDDKiA) oraz innych firm i instytucji.

Wyróżnia się dwa mechanizmy powstawania spękań niskotemperaturowych nawierzchni asfaltowych. Pierwszy mechanizm stanowi powstawanie w warstwie asfaltowej naprężeń termicznych podczas oziębiania do niskich temperatur, z dużą prędkością spadku temperatury. Warstwa pęka wtedy, gdy naprężenia termiczne przekroczą jej wytrzymałość. Mechanizm taki jest charakterystyczny w przypadku obszarów o bardzo ostrym klimacie jak: północne rejony Federacji Rosyjskiej, północna Skandynawia, Alaska, Kanada, północne stany USA, Kazachstan. Uszkodzenia tego rodzaju mogą występować również w warunkach bardziej umiarkowanego klimatu, również takiego jaki mamy w Polsce, w okresie ostrych zim.

Drugim mechanizmem spękań niskotemperaturowych są spękania zmęczeniowe. Powstają one wskutek wielokrotnego występowania cykli obciążeń termicznych (dziennych cykli oziębiania i ogrzewania) mających miejsce w okresie zimowym. Cykliczne naprężenia termiczne powodują zmęczenie warstwy asfaltowej. Warstwa pęka po przekroczeniu trwałości zmęczeniowej, przy naprężeniach termicznych mniejszych od jej wytrzymałości doraźnej. Spękania niskotemperaturowe o charakterze zmęczeniowym występują w klimacie o umiarkowanie mroźnych zimach. Sprzyja temu twardnienie warstw asfaltowych wskutek starzenia lepiszcza.

Do wyjaśnienia mechanizmu powstawania spękań nisko-

temperaturowych potrzebna jest wiedza o wielkości naprężeń termicznych, jakie powstają w warstwie asfaltowej. Jeżeli będziemy znali wiarygodną wielkość naprężeń termicznych, łatwiej będzie prognozować spękania i projektować mieszanki mineralno-asfaltowe odporne na spękania. Artykuł poświęcony jest nowej metodzie obliczania naprężeń termicznych, opartej na teorii lepkościowości, opracowanej przez autora. W pierwszej części artykułu opisane zostały krótko dwie istniejące, starsze metody obliczania naprężeń termicznych. Następnie przedstawiona została nowa metoda i przykłady jej zastosowań oraz jej weryfikacja.

Istniejące metody obliczania naprężeń termicznych w warstwach asfaltowych

Dwie metody obliczania naprężeń termicznych w warstwach asfaltowych zostały opracowane w latach 60. Bardziej prostą metodę zaproponowali Hills i Brien w 1966 roku [3]. Metoda ta nazywana jest „quasisprężystą” i przypomina obliczanie naprężeń w warstwach sprężystych. Ma szereg wad, nie uwzględnia w pełni lepkościowego charakteru warstwy i pomija relaksację naprężeń. Jest bardzo prosta i rozsądnie użyta daje dość prawdopodobne wyniki. Ze względu na brak innych, prostych i łatwo dostępnych metod była powszechnie stosowana w USA i innych krajach, również przez Politechnikę Gdańską, od lat 70.

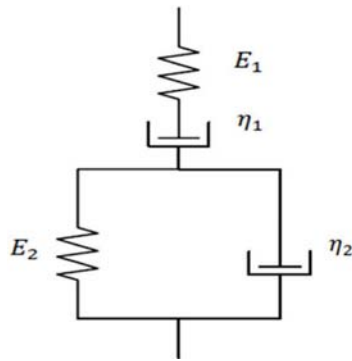
Drugą metodę opisali Monismith oraz Secor G.A. i Secor K.E. w 1965 r. [8]. Jest ona adaptacją metody opartej o teorię lepkościowości opracowanej wcześniej przez Humpreysa i Martina (1963) dotyczącej polimerów. Jest często stosowana do dzisiaj. Podaje ją Mechanistyczno-Empiryczna Metoda Projektowania Nawierzchni opublikowana w 2004 r. w USA [2] oraz norma dotycząca funkcjonalnej klasyfikacji asfaltów (Performance Grade) – AASHTO R-49-09 [1]. Metoda ta została zastosowana po raz pierwszy w Polsce przez Politechnikę Gdańską w pracy doktorskiej Jaczewskiego [4].

Opis nowej metody opartej o teorię lepkościowości

Nową metodę opracował autor tego artykułu. Pełny opis tej metody został opublikowany w 2016 r. w *International Journal of Pavement Engineering* (Judycki [5]). Przyjęto następujące założenia:

- Warstwa asfaltowa jest wykonana z materiału liniowo lepkościowego, który w przypadku danej stałej temperatury może być opisany matematycznie przy użyciu modelu reologicznego Burgersa (rys. 1).

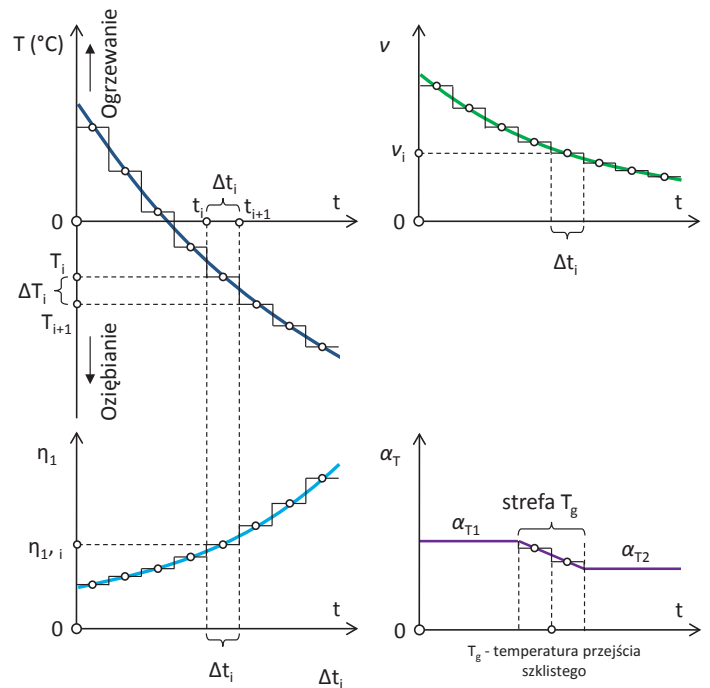
- b) Parametry mechaniczne i termiczne warstwy są zależne od temperatury.
- c) Warstwa asfaltowa w planie rozciąga się do nieskończoności w kierunkach x i y i ma ograniczoną grubość w kierunku z.
- d) Warstwa asfaltowa jest całkowicie skrupowana poprzez tarcie o podłoże, pełną szczepność międzywarstwową, a także jej nieograniczoną długość. Z tego powodu nie może kurczyć się, wydłużać i paczyć przy zmianach temperatury.



Rys. 1. Model Burgersa E_1 i E_2 – moduły sprężystości, η_1 i η_2 – współczynniki lepkości

Obliczanie naprężeń termicznych w warstwach asfaltowych jest trudne z tego powodu, że materiał warstwy podczas oziębiania i ogrzewania bardzo istotnie zmienia swoje parametry reologiczne. Na rysunku 2 przedstawiono wyniki badań betonu asfaltowego do warstwy ścieralnej. Dla przykładu, moduł sprężystości natychmiastowej E_1 wzrasta od 1 860 MPa w temperaturze 10°C do 34 000 MPa w temperaturze -30°C, a więc prawie 20 razy. W tych samych warunkach lepkość płynięcia ustalonego η_1 wzrasta od 5,60E+05 MPa·s do 2,40E+09, a więc ponad 4 000 razy!

W trakcie opracowywania nowej metody obliczania naprężeń termicznych w warstwach asfaltowych przyjęto, że w bardzo małym przedziale zmian temperatury, takim jak na przykład $\Delta T = 0,1^\circ\text{C}$, właściwości reologiczne warstwy są stałe i zmie-



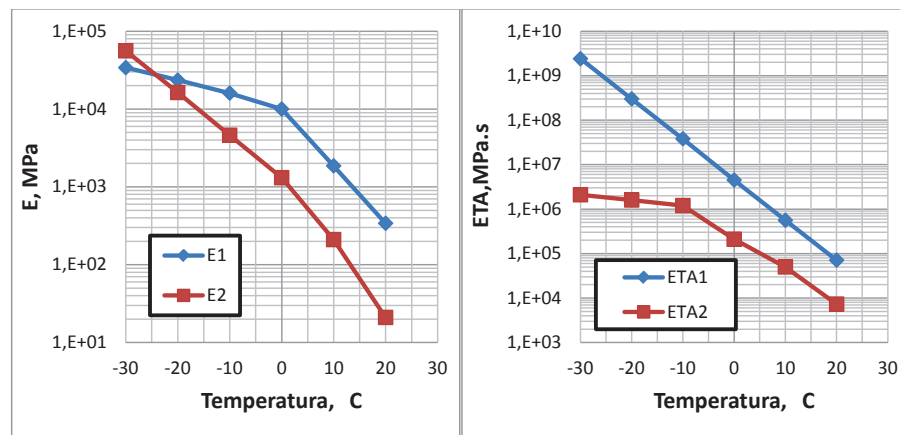
Rys. 3. Przyjęty model zmian właściwości warstwy asfaltowej (lepkości η_1 , współczynnika Poissona ν i współczynnika rozszerzalności liniowej α_T wraz ze zmianą temperatury T i czasu t), według Judyckiego [5]

niają się skokowo, jak pokazano na rysunku 3. W celu uproszczenia na rysunku 3 pokazano tylko jeden parametr reologiczny η_1 , ale identyczne postępowanie przyjęto w przypadku wszystkich pozostałych parametrów. W opracowanej metodzie współczynniki Poissona ν i rozszerzalności liniowej α_T mogą być opcyjnie stałe lub zmienne z temperaturą. Opracowano rozwiązania analityczne, a następnie dwa rozwiązania numeryczne tego zagadnienia. Szczegóły zawiera praca Judyckiego [5]. Ogólnie biorąc naprężenia termiczne w warstwach asfaltowych można opisać następującą złożoną funkcją:

$$\sigma(t) = f \{ T(t), V_T(t), Reo[T(t)], \nu[T(t)], \alpha_T[T(t)] \}$$

w której:

- $\sigma(t)$ – naprężenia termiczne w warstwie asfaltowej w chwili t ,
- t – czas,
- T – temperatura jako funkcja czasu t na danej głębokości warstwy z_0 ,
- Reo – zbiór parametrów reologicznych warstwy, jako funkcji temperatury T , w przypadku modelu Burgersa są to $\{E_1, E_2, \eta_1, \eta_2\}$,
- ν – współczynnik Poissona warstwy, jako funkcja temperatury T ,
- α_T – współczynnik rozszerzalności liniowej warstwy, jako funkcja temperatury T .



Rys. 2. Parametry reologiczne betonu asfaltowego średnioziarnistego do warstwy ścieralnej w zależności od temperatury, E_1 i E_2 – moduły sprężystości, ETA_1 i ETA_2 – współczynniki lepkości, wg badań własnych (Judycki [6])

Aplikacje komputerowe metody opracowano dla następujących przypadków:

- zmiana temperatury warstwy ze stałą prędkością w czasie (ogrzewanie lub oziębianie),
- oziębianie warstwy ze stałą prędkością i następnie relaksacja naprężeń przy stałej temperaturze warstwy,
- kolejne zmiany temperatury warstwy: oziębianie ze stałą prędkością, stała temperatura i oziębianie z inną stałą prędkością,
- dowolny przebieg zmian temperatury w czasie.

niu od 0 do -10 i do -25°C z prędkością $2,5^{\circ}\text{C/h}$ i następnie relaksacją naprężeń.

Kolejne oziębianie warstwy, relaksacja i powtórne oziębianie

Proces zilustrowano na rysunku 6.

Przykłady zastosowania nowej metody

Parametry mechaniczne warstwy asfaltowej przyjęte do obliczeń

Podane w tym artykule obliczenia naprężeń termicznych wykonano do parametrów reologicznych warstwy asfaltowej podanych na rysunku 2, które pochodzą z wcześniejszych badań autora [6]. Dotyczą one betonu asfaltowego średnioziarnistego przeznaczanego do warstwy ścieralnej ze zwykłym asfaltem drogowym o penetracji około 70 j. pen. Współczynniki Poissona ν i rozszerzalności liniowej α_T przyjęto wariantowo jako stałe lub zależne od temperatury.

Konwencja znaków

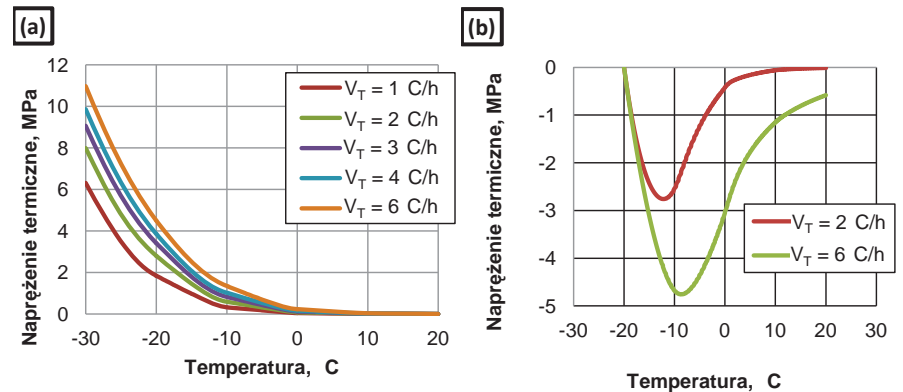
Naprężenia termiczne rozciągające przyjęto ze znakiem plus, a ściskające ze znakiem minus.

Oziębianie i ogrzewanie ze stałą prędkością

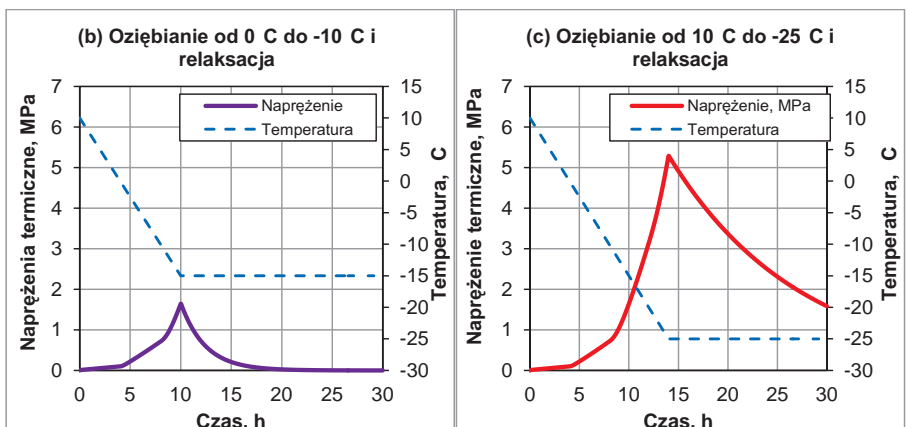
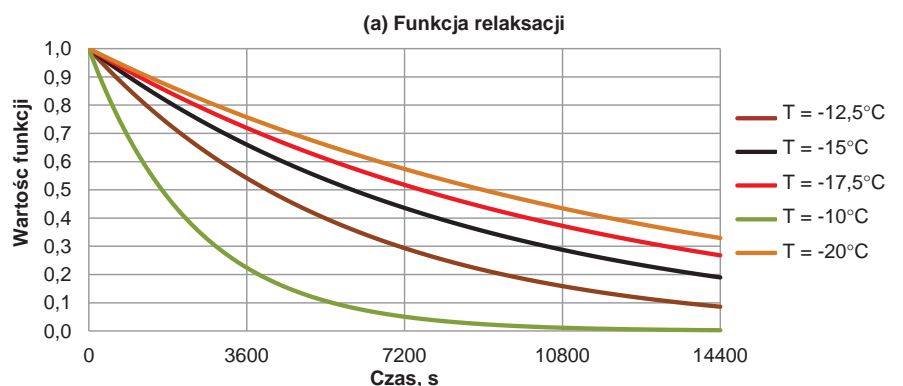
Wyniki obliczeń pokazano na rysunku 4. Termiczne naprężenia rozciągające zwiększają się podczas oziębiania i ze wzrostem prędkości oziębiania. Maksymalna prędkość oziębiania warstwy asfaltowej, wyznaczona w Politechnice Gdańskiej na podstawie danych ze stacji klimatycznych na drogach w Polsce wynosiła $3,7^{\circ}\text{C/h}$. Podczas ogrzewania warstwy od $T = -20^{\circ}\text{C}$ do 20°C początkowo naprężenia ściskające rosną, a potem relaksują do zera.

Relaksacja naprężeń

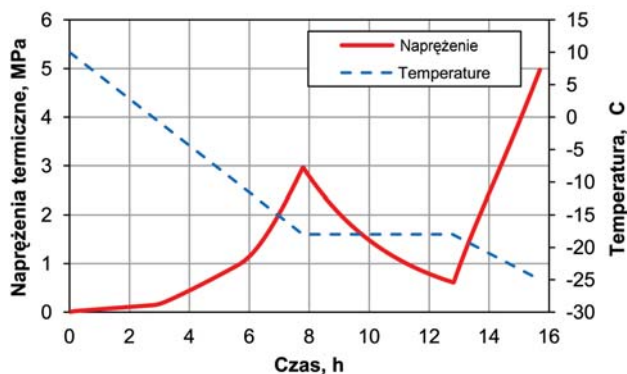
Rys. 5a przedstawia obliczoną funkcję relaksacji betonu asfaltowego. Relaksacja jest powolna w niskich temperaturach. Rysunki 5b i 5c pokazują wzrost naprężeń w czasie przy oziębia-



Rys. 4. Naprężenia termiczne w warstwie asfaltowej w przypadku stałych parametrów $\nu = 0,25$, $\alpha_T = 2,5 \times 10^{-4} 1/^{\circ}\text{C}$; (a) oziębianie od 20 do -30°C , (b) ogrzewanie od -20°C do 20°C ; z prędkością V_T , według Judyckiego [5]



Rys. 5. Relaksacja naprężeń w warstwie betonu asfaltowego w przypadku stałych parametrów $\nu = 0,25$, $\alpha_T = 2,5 \times 10^{-4} 1/^{\circ}\text{C}$; według Judyckiego [5]

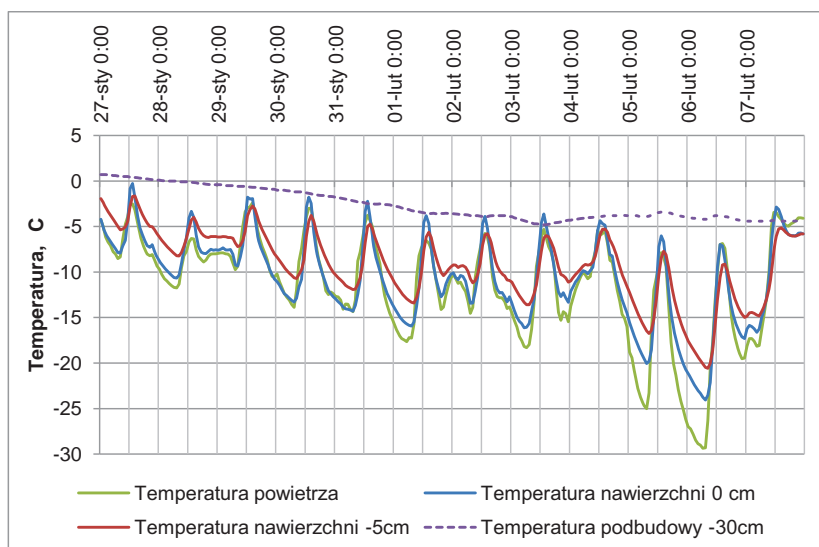


Rys. 6. Naprężenia termiczne w kolejno następujących: oziębianiu z $V_{T1} = 3,6^{\circ}\text{C/h}$ od 10°C do -18°C , relaksacji przez 5 h i następnym oziębianiu z $V_{T2} = 2,4^{\circ}\text{C/h}$ od -18°C do -25°C , w przypadku stałych parametrów $\nu = 0,25$ $\alpha_T = 2,5 \times 10^{-4} 1/^{\circ}\text{C}$, według Judyckiego [5]

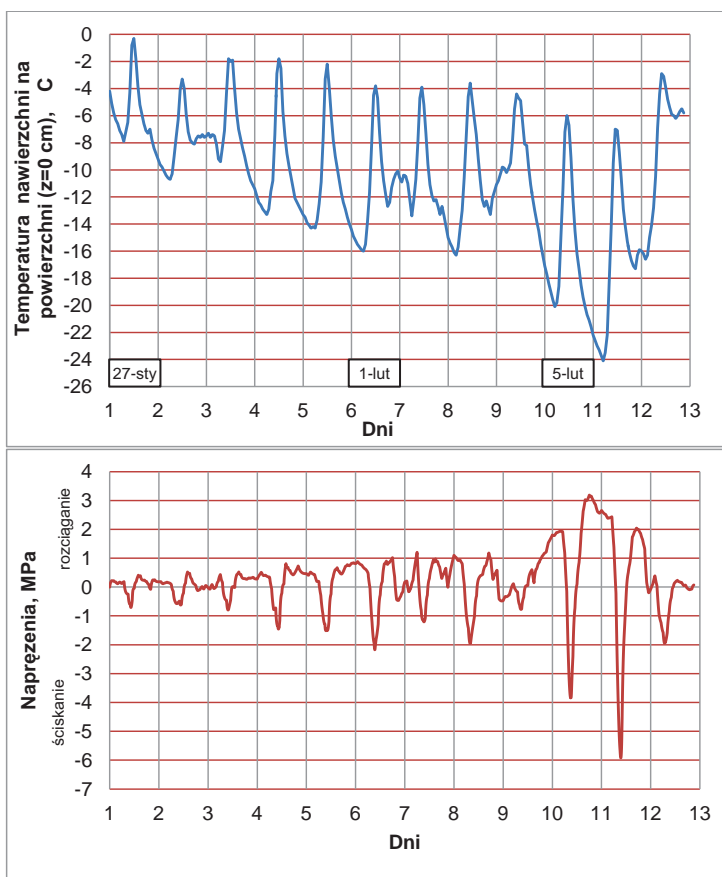
Dowolna zmiana temperatury w czasie

Jako przykład przyjęto dane o temperaturze ze stacji klimatycznej Kobylnica, na drodze S6 na obejściu Słupska, mierzone od 27/01/2012 do 07/02/2012 r., pokazane na rysunku 7. Ostre mrozy utrzymywały się wtedy przez 11 dni. Najniższe temperatury odnotowano w dniu 6 lutego 2012 r. W tym dniu temperatura powietrza spadła do $T = -28,5^{\circ}\text{C}$. Minimalne temperatury wynosiły w tym okresie: na powierzchni nawierzchni asfaltowej ($z = 0$ cm) $T = -24,1^{\circ}\text{C}$, na głębokości $z = -5$ cm $T = -19,7^{\circ}\text{C}$, a na głębokości $z = 30$ cm $T = -4,1^{\circ}\text{C}$.

Do obliczeń zastosowano parametry reologiczne betonu asfaltowego średnioziarnistego do warstwy ścieralnej podane na rysunku 2. Przyjęto zmienne wartości współczynnika Poissona ν , jako funkcję temperatury, stopniowo malejącą od wartości $\nu = 0,44$ przy $T = 20^{\circ}\text{C}$ do $\nu = 0,28$ przy $T = -30^{\circ}\text{C}$. Przyjęto stałą wartość współczynnika rozszerzalności liniowej $\alpha_T = 3,08 \times 10^{-5} [1/^{\circ}\text{C}]$. Wartości te ustalono



Rys. 7. Temperatury zarejestrowane na stacji klimatycznej Kobylnica na drodze S6, na obejściu Słupska w styczniu i lutym 2012 r.

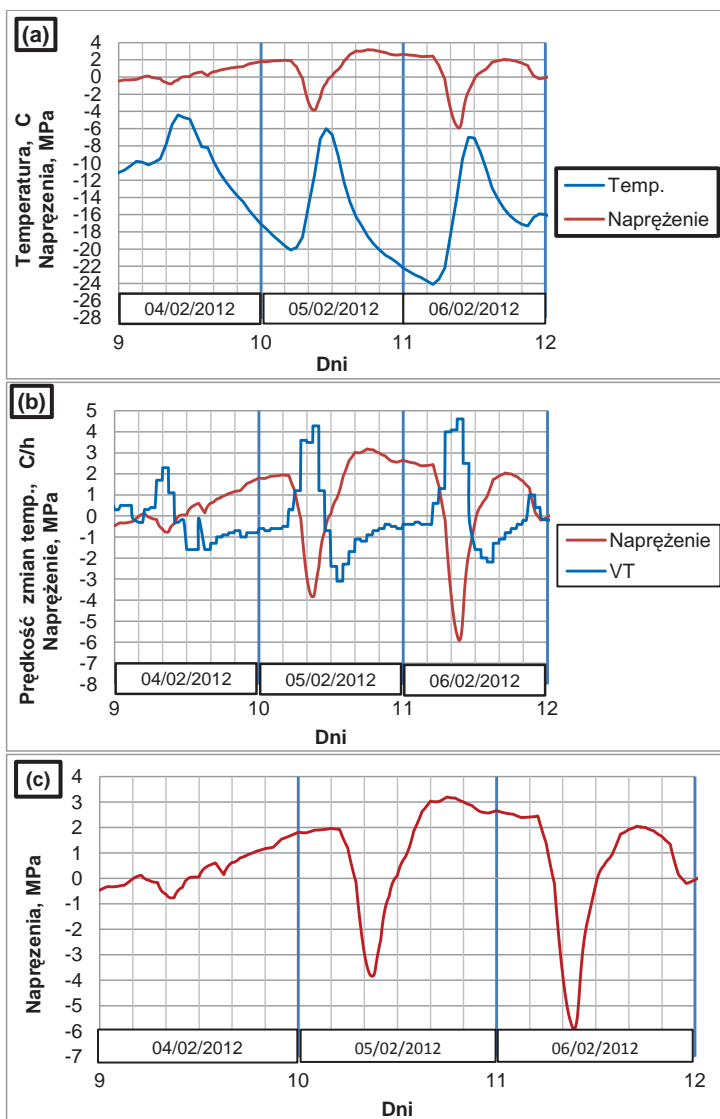


Rys. 8. Temperatura nawierzchni i naprężenia termiczne na powierzchni warstw asfaltowych ($z = 0$ cm)

według metody zalecanej w MEPDG [2], uwzględniając właściwości badanego betonu asfaltowego.

Obliczenia naprężeń termicznych wykonano dla okresu 11 dni, od 27 stycznia 2012 r. do 7 lutego 2012 r. Naprężenia obliczono w przypadku zmian temperatury wynoszących $0,1^{\circ}\text{C}$, dla powierzchni jezdni ($z = 0$ cm) i głębokości $z = 5$ cm. Wyniki zamieszczono na rysunkach 8, 9 i 10. Jak widać na rysunku 8, powierzchnia górna nawierzchni ($z = 0$ cm) poddawana była dobowym cyklom oziębiania i ogrzewania. W rezultacie każdego dnia w warstwie generowany jest cykl naprężeń rozciągających (znak „+”) i ściskających (znak „-”). Przez pierwsze 8 dni temperatura powierzchni jezdni dwukrotnie spadła poniżej -16°C , a maksymalne naprężenia rozciągające (ze znakiem plus na rysunku 8) osiągały maksymalnie około 1 MPa, a ściskające (ze znakiem minus) około -2 MPa. Największe naprężenia rozciągające powstały w dniu 10-tym (05/02) i wyniosły $-3,19$ MPa.

Na rysunku 9 zaprezentowano zmiany temperatury, prędkości oziębiania i wielkości naprężeń termicznych w dniach 9-, 10- i 11-tym (04/02, 05/02 i 06/02) na powierzchni jezdni ($z = 0$ cm). Były to dni kiedy wystąpiły najniższe temperatury i największe naprężenia rozciągające. Należy wyjaśnić, że na rysunkach 9a i 9b



Rys. 9. Ekstremalne cykle dobowe naprężeń termicznych na powierzchni jezdni ($z = 0$ cm) w dniach 9-, 10- i 11-tym (4, 5 i 6 lutego 2012 r.); (a) cykle naprężeń i temperatury; (b) cykle naprężeń i prędkości oziębiania V_T ; (c) cykle naprężeń

Tabela 1. Temperatury i naprężenia termiczne na powierzchni warstwy ($z = 0$ cm) i na głębokości ($z = 5$ cm) w dwóch dniach 5 i 6 lutego 2012 r.

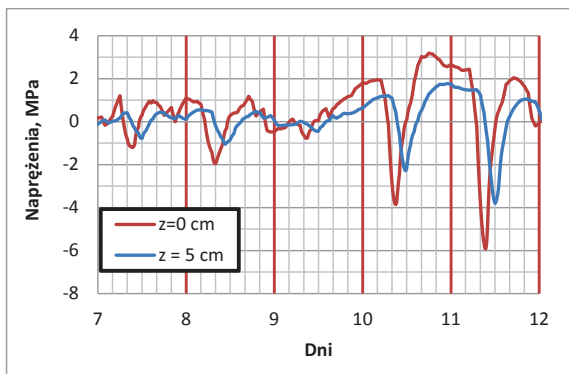
Wyszczególnienie	Powierzchnia jezdni $z = 0$ cm		Głębokość $z = 5$ cm	
	Dzień 10 05/02/2012	Dzień 11 06/02/2012	Dzień 10 05/02/2012	Dzień 11 06/02/2012
Minimalna temperatura nawierzchni, °C	-20,10	-24,10	-16,80	-20,00
Maksymalna temperatura nawierzchni, °C	-6,30	-7,40	-8,10	-9,80
Maksymalna dobowa amplituda temperatur nawierzchni, °C	13,80	16,70	8,70	10,20
Maksymalna prędkość oziębiania, °C/h	-3,10	-2,20	-1,70	-1,10
Maksymalna prędkość ogrzewania, °C/h	4,30	4,60	2,60	3,00
Maksymalne naprężenia rozciągające, MPa	3,19	2,43	1,74	1,10
Maksymalne naprężenia ściskające, MPa	-3,82	-5,93	-2,32	-3,80
Maksymalna dobowa różnica naprężeń (rozciąganie – ściskanie), MPa	7,01	8,36	4,06	4,90
Maksymalna dobowa amplituda naprężeń, MPa	3,50	4,18	2,03	2,45

na osi pionowej podano jednakowe wartości liczbowe w przypadku dwóch różnych parametrów opisanych na tych osiach. Przykładowo oznacza to, że dane na rys. 9b należy czytać następująco: w dniu 25 lutego 2012 r., o godzinie 24:00 prędkość zmiany temperatury $V_T = -0,5^\circ\text{C/h}$, a naprężenie $\sigma = 2,6$ MPa. Największe naprężenia rozciągające, równe 3,19 MPa, wystąpiły na powierzchni jezdni w 10-tym dniu (05/02) około godz. 18:00, gdy temperatura warstwy spadła do około -18°C (rys. 9a). Później temperatura warstwy asfaltowej spadała dalej do minimum $-24,1^\circ\text{C}$, które wystąpiło wcześniej rano w dniu 11-tym (06/02) o godz. 5:00. W tym samym czasie naprężenia rozciągające nie rosły, ale powoli malały od wartości 3,19 MPa do wartości 2,40 MPa. Przyczyną tego był fakt, że proces oziębiania (rys. 9b) do osiągnięcia $T = -18^\circ\text{C}$ był ostry ($V_T = 3,21^\circ\text{C/h}$), a następnie prędkość oziębiania malała powoli do zera. Naprężenia termiczne miały wtedy czas na relaksację. Na rysunku 9a widać, że ekstrema naprężeń termicznych nie pokrywają się w czasie z ekstremami temperatury i są wzajemnie nieznacznie przesunięte. Wynika to z tego, że naprężenia termiczne zależą nie tylko od wartości temperatury w danej chwili, ale także od prędkości zmian temperatury.

W tabeli 1 zaprezentowano wartości liczbowe charakteryzujące okres dwóch ekstremalnych dni: 10-tego (5 lutego 2012 r.) i 11-tego (6 lutego 2012 r.). W tych dniach wystąpiły najniższe temperatury powietrza ($-25,0^\circ\text{C}$ i $-28,5^\circ\text{C}$), największe naprężenia rozciągające i największe amplitudy naprężeń (ściskania i rozciągania). Z tych powodów wystąpiło w tym okresie największe zagrożenie powstaniem spękań niskotemperaturowych nawierzchni.

Naprężenia na głębokości warstwy $z = 5$ cm

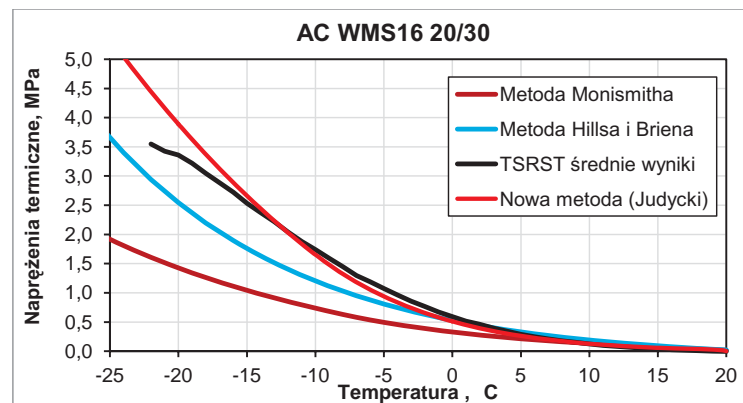
Ze względu na bezwładność termiczną nawierzchni i jej właściwości izolacyjne na głębokości $z = 5$ cm temperatura minimalna jest wyższa niż na powierzchni, piki dobowe temperatury są względem siebie przesunięte w czasie o około 2,5 h i prędkość oziębiania na głębokości $z = 5$ cm jest mniejsza. Na głębokości $z = 5$ cm powstają mniejsze naprężenia termiczne niż na powierzchni (rys. 10). Z rysunku 10 można odczytać, że w jednym cyklu dobowym oddziaływania temperatury warstwa asfaltowa była kolejno, rozciągana, poddana paczeniu (znak naprężeń na górze warstwy inny niż w dole warstwy), ściskana i ponownie rozciągana.



Rys. 10. Naprężenia termiczne na głębokościach $z = 0$ cm i $z = 5$ cm

Weryfikacja nowej metody opartej o teorię lepkosprężystości

Do chwili obecnej nie opracowano metody bezpośrednio pomiaru naprężeń termicznych w istniejących warstwach asfaltowych. Nową metodę poddano weryfikacji przez porównanie wyników obliczeń z wynikami badań naprężeń termicznych w metodzie laboratoryjnej TSRST (*Thermal Stress Restrained Specimen Test*). Próbkę pięciu różnych mieszanek mineralno-asfaltowych poddano badaniom reologicznym w celu określenia parametrów modelu Burgersa. Identycznie przygotowane próbki poddano badaniom naprężeń w teście TSRST. Dokładne wyniki weryfikacji autor przedstawił w artykule [7]. Jako przykład, rysunek 11 przedstawia wyniki dotyczące betonu asfaltowego o wysokim module sztywności AC WMS16 20/30, zawierającego zwykły asfalt drogowy 20/30. Stwierdzono, że obliczenia według nowej metody lepkosprężystej były zbliżone do wyników badań TSRST. Dodatkowo wykonano obliczenia według dwóch istniejących metod Hillsa-Briena i Monismitha. Stwierdzono, że wyniki obliczeń według tych metod różnią się w sposób zasadniczy od wyników badań laboratoryjnych w TSRST. Złożona obliczeniowo metoda Monismitha dała gorsze wyniki niż prosta metoda Hillsa i Briena. Podobne rozbieżności wystąpiły w przypadku czterech innych badanych betonów asfaltowych. Przyczyną rozbieżności przy metodzie Hillsa i Briena jest jej uprosz-



Rys. 11. Porównanie wyników badań naprężeń termicznych w TSRST z wynikami obliczeń według metod Hillsa i Briena, Monismitha i nowej metody opracowanej przez autora, według Judyckiego [7]

czony charakter i niepełne uwzględnianie reologicznego charakteru warstwy asfaltowej. Prawdopodobną przyczyną rozbieżności w przypadku metody Monismitha są odstępstwa materiału warstwy od zasady superpozycji czasowo-temperaturowej.

Podsumowanie

Nowa metoda obliczania naprężeń termicznych oparta o teorię lepkosprężystości umożliwia określenie wartości liczbowych naprężeń w warstwach asfaltowych nawierzchni przy różnorodnych oddziaływaniach temperatury. Pozwala na porównywanie zachowania się różnych mieszanek mineralno-asfaltowych w nawierzchniach pod względem ich podatności na spękania niskotemperaturowe. Nowa metoda została pozytywnie zweryfikowana w teście TSRST. Metoda wymaga znajomości parametrów reologicznych materiału, które mogą być określone w badaniach laboratoryjnych. Do obliczeń naprężeń w warstwie asfaltowej potrzebna jest znajomości temperatury nawierzchni – dane te są możliwe do uzyskania z drogowych stacji klimatycznych.

Bibliografia

- [1] AASHTO R-49-09 (2013) Standard practice for determination of low – temperature performance grade (PG) of asphalt binders, American Association of State Highway and Transportation Officials
- [2] Guide for mechanistic – empirical design of new and rehabilitated pavement structures. Final Report, (MEPDG), National Cooperative Highway Research Program, 2004
- [3] Hills, J.F., Brien, D., 1966. *The fracture of bitumens and asphalt mixes by temperature induced stresses*. Symposium on Pavement Cracking, Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists, 35, 1966, str. 294-309
- [4] Jaczewski M., *Wpływ zastosowania betonu asfaltowego o wysokim module sztywności na spękania niskotemperaturowe nawierzchni*, Praca doktorska, Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Łądowej i Środowiska, Gdańsk, 2016
- [5] Judycki J., *A new viscoelastic method of calculation of low-temperature thermal stresses in asphalt layers of pavements*, International Journal of Pavement Engineering, Published on line March 2016, <http://dx.doi.org/10.1080/10298436.2016.1149840>
- [6] Judycki J., *Drogowe asfalty i mieszanki mineralno-asfaltowe modyfikowane elastomerem*, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Budownictwo Łądowe, Gdańsk, Praca habilitacyjna, 1991
- [7] Judycki J., *Verification of the new viscoelastic method of thermal stress calculation in asphalt layers of pavements*, International Journal of Pavement Engineering, Published online: 15 July 2016, DOI: 10.1080/10298436.2016.1199883
- [8] Monismith C.L., Secor G.A., Secor K.E., *Temperature Induced Stresses and Deformations in Asphalt Concrete*, Proc. Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists, Vol. 34, 1965, str. 248–285
- [9] Pszczoła M., *Spękania niskotemperaturowe warstw asfaltowych nawierzchni*, Praca doktorska, Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Łądowej i Środowiska, Gdańsk, 2006
- [10] Pszczoła M., *Spękania niskotemperaturowe warstw asfaltowych nawierzchni*, „Drogi i Mosty”, Styczeń 2006, str. 43-76
- [11] Vinson T.S., Janoo V.C., Haas R.C.G., *Low temperature and thermal fatigue cracking*, Strategic Highway Research Program, Summary Report No. SR-OSU-A-003A-89-1, June 1989
- [12] Zhang W., *Evaluation of field transverse cracking of asphalt pavements*, PhD Thesis, Washington State University, Department of Civil and Environmental Engineering, 2015