

*sterowanie predykcyjne, układy wielomasowe,  
układy trójmasowe, układy z połączeniem sprzężystym*

Karol WRÓBEL\*, Piotr SERKIES\*

## ZASTOSOWANIE STEROWANIA PREDYKCYJNEGO W UKŁADZIE TRÓJMASOWYM

W pracy zaprezentowano zagadnienia sterowania układami napędowymi z rozbudowaną częścią mechaniczną. Omówiono zagadnienie sterowania predykcyjnego z ograniczeniami i modelem w przestrzeni stanu. Przedstawiono projekt regulatora predykcyjnego dla układu trójmasowego. Zaprezentowano wyniki badań symulacyjnych zaprojektowanego układu. Przeanalizowano wpływ macierzy wagowych  $Q$  i  $R$  na właściwości badanego układu. Pracę zakończono krótkim podsumowaniem.

### 1. WSTĘP

Rozwój i wykorzystanie nowoczesnych układów energoelektronicznych, technik mikroprocesorowych oraz metod automatyki doprowadziło w ostatnich dziesięcioleciach do coraz powszechniejszego stosowania zaawansowanych struktur sterowania w różnych dziedzinach przemysłu w tym w napędzie elektrycznym. Zapewnia to osiągnięcie lepszych właściwości dynamicznych i statycznych oraz podniesienie niezawodności nowoczesnych układów napędowych.

Nieliniowości występujące w układach napędowych można podzielić, ze względu na miejsce ich występowania, na kilka następujących grup [6]:

- nieliniowości związane z układem mechanicznym napędu (nieliniowe tarcie występujące zarówno w silniku jak i w maszynie roboczej, nieliniowość elementu sprzężystego, luz, niewyważenie mas bezwładności silnika i obciążenia);
- nieliniowości występujące w obwodzie wytwarzania momentu elektromagnetycznego (zmiany parametrów elektromagnetycznych silnika – zmienna rezystancja, indukcyjności, ograniczenie maksymalnej wartości napięcia podawanej na silnik, ograniczenie szybkości narostu wartości maksymalnej prądu przekształtnika);

---

\* Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław, karol.wrobel@pwr.wroc.pl, piotr.serkies@pwr.wroc.pl

- nieliniowości wynikające ze struktury sterowania i założeń regulacji napędu (ograniczenia maksymalnej wartości momentu elektromagnetycznego silnika, jak również odpowiednie wprowadzanie sygnałów dodatkowych sprzężeń zwrotnych).

W zależności od typu układu napędowego i specyfiki jego pracy w procesie projektowania należy uwzględnić wyżej wymienione czynniki. Ich pominięcie może prowadzić do znacznego pogorszenia jakości pracy napędu, a nawet do utraty stabilności.

W literaturze istnieje wiele prac poświęconych problemowi sterowania układów wielomasowych. Koncentrują się one przede wszystkim na układach w których występują dwie dominujące skupione masy tzw. układy dwumasowe [1], [5], [6]. W systemach wielomasowych obciążenie (maszyna robocza) połączone jest z silnikiem napędowym za pośrednictwem jednego lub kilku wałów o skończonej sztywności.

Drgania skrętne połączeń mechanicznych są jedną z najbardziej istotnych kwestii, które ograniczają dynamikę pętli regulacji prędkości napędów przemysłowych. W niektórych zastosowaniach przemysłowych mechaniczna część układu charakteryzuje się niską częstotliwością rezonansową wynikającą z zastosowania długiego połączenia mechanicznego pomiędzy silnikiem a maszyną obciążającą. Oscylacje prędkości i momentu mogą negatywnie wpływać na przebieg i wydajność procesu technologicznego, a w skrajnych przypadkach prowadzić do niestabilności całego układu. Występujące naprężenia mogą doprowadzić do uszkodzeń elementów mechanicznych układu. W nowoczesnych układach ograniczenia dynamiki nie są w większości przypadków akceptowalne. Zazwyczaj wymagana jest duża dynamika i duża precyzja regulacji.

W niniejszej pracy zaprezentowano zastosowanie regulatora predykcyjnego pracującego w strukturze sterowania układu trójmasowego. Opisany regulator uwzględnia w swoim algorytmie ograniczenia sygnałów sterujących oraz wewnętrznych zmiennych stanu obiektu.

## 2. MODEL UKŁADU Z POŁĄCZENIEM SPRĘŻYSTYM

W niniejszej pracy przyjęto następujący model matematyczny badanego obiektu, tzw. układ trójmasowy z bezinercyjnym połączeniem sprężystym [4]:

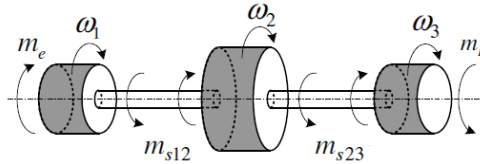
$$\begin{aligned}
 T_1 \frac{d\omega_1(t)}{dt} &= m_e(t) - m_{s12}(t) \\
 T_2 \frac{d\omega_2(t)}{dt} &= m_{s12}(t) - m_{s23}(t) \\
 T_3 \frac{d\omega_3(t)}{dt} &= m_{s23}(t) - m_L(t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$T_{12} \frac{dm_{s12}(t)}{dt} = \omega_1(t) - \omega_2(t)$$

$$T_{23} \frac{dm_{s23}(t)}{dt} = \omega_2(t) - \omega_3(t)$$
(1)

gdzie:

- $\omega_1$  – prędkość silnika,
- $\omega_2$  – prędkość przekładni,
- $\omega_3$  – prędkość obciążenia,
- $m_e$  – moment elektromagnetyczny silnika,
- $m_{s12}$  – moment skrętny wału pomiędzy silnikiem a przekładnią,
- $m_{s23}$  – moment skrętny wału pomiędzy przekładnią a obciążeniem,
- $m_L$  – moment obciążenia,
- $T_1, T_2, T_3$  – mechaniczne stałe czasowe odpowiednio: silnika, przekładni, obciążenia,
- $T_{12}, T_{23}$  – stała czasowa elementu sprężystego (wału) odpowiednio: między silnikiem a przekładnią, między przekładnią a obciążeniem.



Rys. 1. Schemat ideowy układu trójmasowego

Schemat ideowy układu trójmasowego przedstawiono na rys. 1. W badaniach eksperymentalnych przyjęto następujące wartości stałych czasowych:  $T_1 = T_3 = 51$  ms,  $T_2 = 102$  ms,  $T_{12} = T_{23} = 1,2$  ms.

### 3. REGULATOR PREDYKCYJNY

Model obiektu w dyskretnej przestrzeni stanu przyjmuje zazwyczaj postać:

$$x(k+1) = \mathbf{A}x(k) + \mathbf{B}u(k), \quad (2a)$$

$$y(k) = \mathbf{C}x(k) \quad (2b)$$

gdzie  $x(k) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(k) \in \mathbb{R}^m$ ,  $y(k) \in \mathbb{R}^p$  to odpowiednio wektory: stanu, zmiennych wejściowych i wyjściowych,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$  to niezmiennie w czasie macierze systemowe.

Zmienne wejściowe i wyjściowe podlegają następującym ograniczeniom:

$$u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max}, \quad (3a)$$

$$y_{\min} \leq y(k) \leq y_{\max} \quad (3b)$$

dla każdego  $k \geq 0$ . Zakłada się, że  $u_{\min}, u_{\max} \in \mathbb{R}^m, y_{\min}, y_{\max} \in \mathbb{R}^p$ .

Niech  $y_k$  i  $u_k$  reprezentują wartość wektorów wyjściowych i wejściowych w chwili  $k$ , dany jest stan  $x_0$  i model (2). W każdym kroku  $k$  algorytm MPC (Model Predictive Control) dąży do minimalizacji przyjętych wyjść, z uwzględnieniem ograniczeń wejściowych i wyjściowych systemu rozwiązując problem optymalizacji [3]:

$$\begin{aligned} J_N^* &= \min_{U \triangleq [u_0^T, \dots, u_{N_c-1}^T]^T} \left[ \sum_{k=0}^{N_p} y_k^T Q y_k + \sum_{k=0}^{N_c-1} u_k^T R u_k \right], \\ u_{\min} &\leq u(k) \leq u_{\max}, k = 0, \dots, N_c - 1, \\ y_{\min} &\leq y(k) \leq y_{\max}, k = 1, \dots, N_p, \\ x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k, k \geq 0, \\ y_k &= Cx_k, k \geq 0, \\ x_0 &= x(0) \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie:

$Q > 0$  i  $R > 0$  – macierze wagowe regulatora,

$N_p, N_c$  – horyzont odpowiednio: predykcji i sterowania,

$U \in \mathbb{R}^s$  – sekwencja sterowań ( $s = mN_c$ ).

Zakłada się, że  $N_c \leq N_p$ , a  $u_k = u_{N_c-1}$  dla każdego  $k \geq N_c$ .

W układzie sterowania wykorzystywany jest tylko pierwszy element optymalnej sekwencji sterowań  $u_k^*$ . Reszta elementów jest odrzucana. W następnym kroku cała procedura jest powtarzana. Do uzyskania jawnego rozwiązania problemu MPC użyto Multi-Parametric Toolbox [2].

Głównym zadaniem regulatora predykcyjnego jest zapewnienie, by prędkość obciążenia możliwie szybko osiągnęła wartość zadaną, zapewniając jednocześnie tłumienie drgań skrętnych i utrzymanie założonych ograniczeń. W tym celu zdefiniowano następujące uchyby regulacji:

$$\begin{aligned} e_1 &= \omega_1 - \omega_z, \\ e_2 &= m_{s12} - m_{s23}, \\ e_3 &= \omega_2 - \omega_3, \\ e_4 &= m_{s23} - m_L. \end{aligned} \quad (5)$$

Nawiązując do modelu układu trójmasowego (1) minimalizując  $e_3$  wpływamy na szybkość zmian momentu skrętnego pomiędzy drugim a trzecim stopniem  $m_{s23}$ , podobnie  $e_2$  wpływa na szybkość zmian  $\omega_2$ , natomiast  $e_4$  wpływa na szybkość zmian  $\omega_3$ .

Relacje te mają zapewnić zadowalający poziom tłumienia drgań skrętnych. Błąd  $e_1$  ma zapewnić odpowiednie śledzenie trajektorii zadanej.

By możliwe było obliczenie regulatora predykcyjnego realizującego powyższe założenia pierwotny wektor stanu (wynikający z (1)) musi zostać rozszerzony o moment obciążenia:

$$x = [x_c \ m_L \ \omega_z]^T = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ m_{s12} \ m_{s23} \ m_L \ \omega_z]^T \quad (6)$$

Wówczas rozszerzony model obiektu przyjmuje postać:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_c \\ m_L \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & B_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ m_L \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m_e \quad (7)$$

gdzie:

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_2} & -\frac{1}{T_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_3} \\ \frac{1}{T_{12}} & -\frac{1}{T_{12}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{23}} & -\frac{1}{T_{23}} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{T_3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

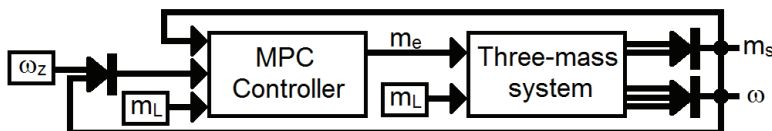
Występująca w (7) macierz  $A_\omega$  opisuje dynamikę trajektorii prędkości zadanej. W tej pracy założono, że prędkość zadana jest stała lub skokowo zmienna. Dlatego przyjęto  $A_\omega = 0$ , czyli  $d\omega_z/dt = 0$

Ostatecznie:

$$\begin{aligned} u &= m_e, y = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4]^T, \\ -m_e^{\max} &\leq m_e \leq m_e^{\max}, \\ -m_{s12}^{\max} &\leq m_{s12} \leq m_{s12}^{\max}, \\ -m_{s23}^{\max} &\leq m_{s23} \leq m_{s23}^{\max} \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie  $m_{em}$ ,  $m_{s12m}$  i  $m_{s23m}$  oznaczają maksymalne dopuszczalne wartości momentów elektromagnetycznego i skrętnych.

Dynamikę obiektu można kształtować poprzez zmianę wartości elementów macierzy wagowych regulatora:  $Q$  i  $R$ .



Rys. 2. Schemat układu sterowania

#### 4. BADANIA SYMULACYJNE

Podczas przeprowadzonych badań wykorzystano metodę *off-line*, w której problem optymalizacji rozwiązywany jest parametrycznie dla wszystkich możliwych kombinacji wektora  $x(k)$ . Wykonane obliczenia tworzą wielościenne partycje w przestrzeni stanów, w których połączenie aktywnych ograniczeń w układzie minimalizującym jest optymalne. Realizacja prawa sterowania odbywa się poprzez szukanie aktywnego regionu, zawierającego aktualny stan  $x(k)$ , i zastosowanie związanego z tym regionem prawa sterowania. Z uwagi na brak zależności analitycznych, wagi regulatora dobrano empirycznie. W pracy założono, że wszystkie elementy wektora są dostępne. W układzie rzeczywistym mogą być mierzone lub estymowane [7]. W badaniach przyjęto następujące wartości charakteryzujące układ sterowania:

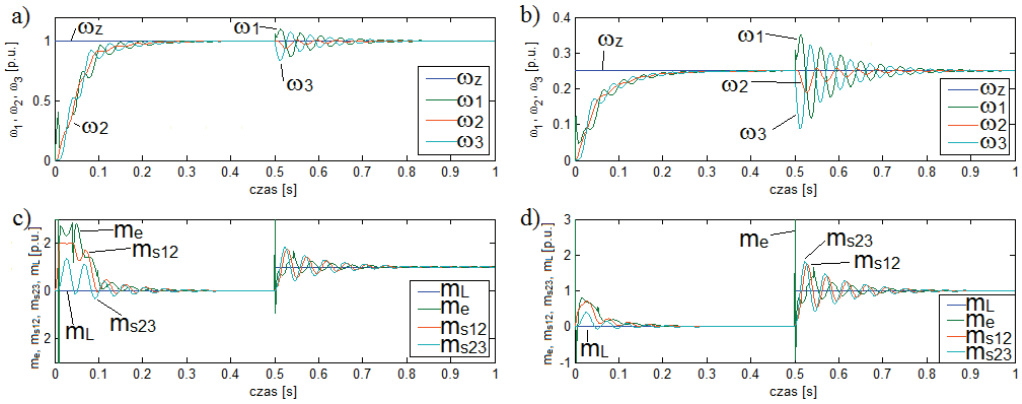
- okres próbkowania:  $T = 0,5$  ms,
- horyzonty predykcji i sterowania  $N_p = 5$ ,  $N_c = 2$ ,
- $m_{s12m} = m_{s23m} = 2$ ,
- $m_{em} = 3$ .

W chwili  $t = 0$  s następował skok prędkości do wartości  $\omega_z = 1$ . W chwili  $t = 0,5$  s załączano moment obciążenia  $m_L = 1$  [p.u.].

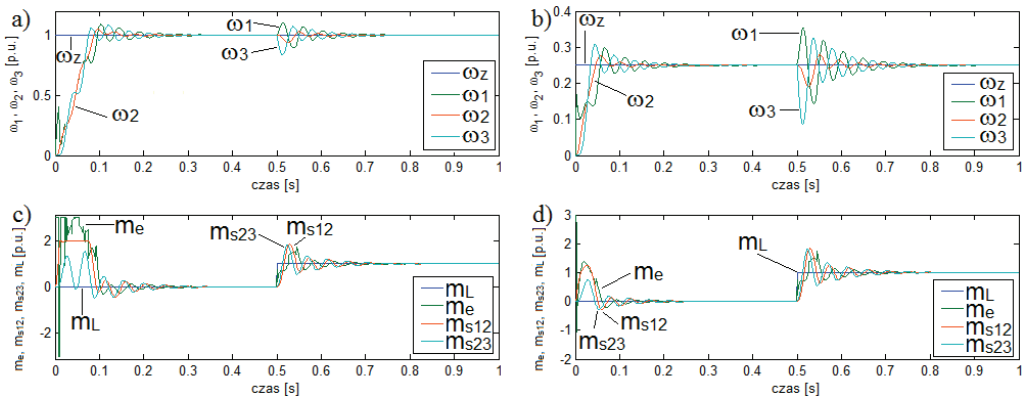
Na rysunku 3 przedstawiono przebiegi prędkości oraz momentów dla układu z regulatorem predykcyjnym, w przypadku gdy element macierzy  $\mathbf{Q}$ , odpowiadający wzmocnieniu znaczenia błędu  $e_3$  w procesie optymalizacji ma największą wartość. Dobrane eksperymentalnie wartości macierzy  $\mathbf{Q}$  wynoszą  $\mathbf{Q} = \text{diag}(26 \ 10 \ 2001 \ 600)$ ,  $\mathbf{R} = [0,0002]$ . Regulator zaprojektowany w ten sposób wykazuje dobre właściwości dynamiczne, utrzymując jednocześnie założone poziomy ograniczeń.

Kolejno sprawdzono wpływ zmian wartości elementów macierzy wagowych  $\mathbf{Q}$  i  $\mathbf{R}$  na właściwości dynamiczne.

W przypadku, gdy element odpowiadający wzmocnieniu znaczenia błędu  $e_1$  ma największą wartość, układ szybciej osiąga wartość zadaną prędkości (co wynika z postaci błędu). W przebiegach prędkości pojawiają się jednak przeregulowania. Układ bardzo dobrze tłumí drgania. Przebiegi pokazano na rys. 4. Wzmocnienie błędu  $e_2$  powoduje osłabienie dynamiki układu, a po podaniu momentu obciążenia regulator nie jest w stanie utrzymać założonych ograniczeń i układ destabilizuje się.



Rys. 3. Przebiegi prędkości  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  (a i b) i momentów  $m_L, m_e, m_{s12}, m_{s23}$  (c i d) w układzie z regulatorem predykcyjnym ( $\mathbf{Q} = \text{diag}(26 \ 10 \ 2001 \ 600)$ ),  $\mathbf{R} = [0,0002]$  dla  $\omega_z = 1$  (a, c) i  $\omega_z = 0,25$  (b, d)



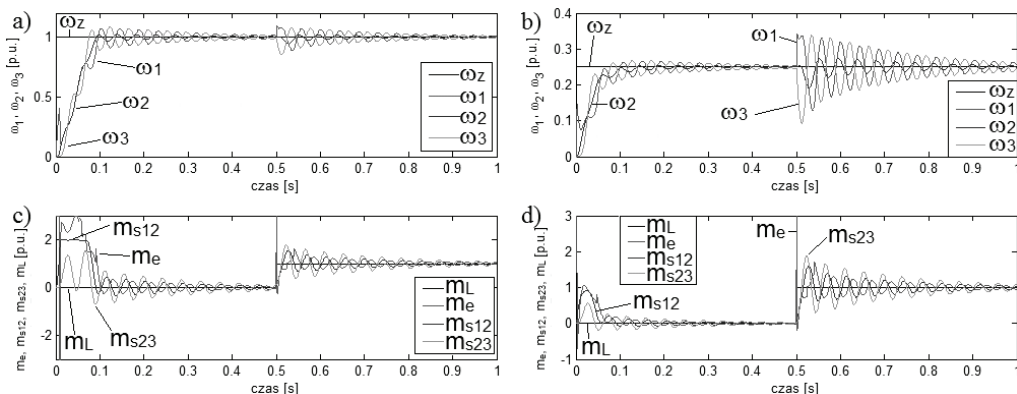
Rys. 4. Przebiegi prędkości  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  (a i b) i momentów  $m_L, m_e, m_{s12}, m_{s23}$  (c i d) w układzie z regulatorem predykcyjnym ( $\mathbf{Q} = \text{diag}(78 \ 12,99 \ 71,9 \ 68)$ ),  $\mathbf{R} = [0,0002]$  dla  $\omega_z = 1$  (a, c) i  $\omega_z = 0,25$  (b, d)

Na rysunku 5 przedstawiono przypadek, gdy element macierzy  $\mathbf{Q}$  odpowiadający wzmacnieniu błędu  $e_4$  ma największą wartość. Macierze regulatora mają postać  $\mathbf{Q} = \text{diag}(25,1 \ 6,05 \ 3,75 \ 640)$ ,  $\mathbf{R} = [0,0002]$ . Układ z regulatorem tej postaci cechuje się w miarę dobrą dynamiką, jednak problemem jest słabe tłumienie oscylacji.

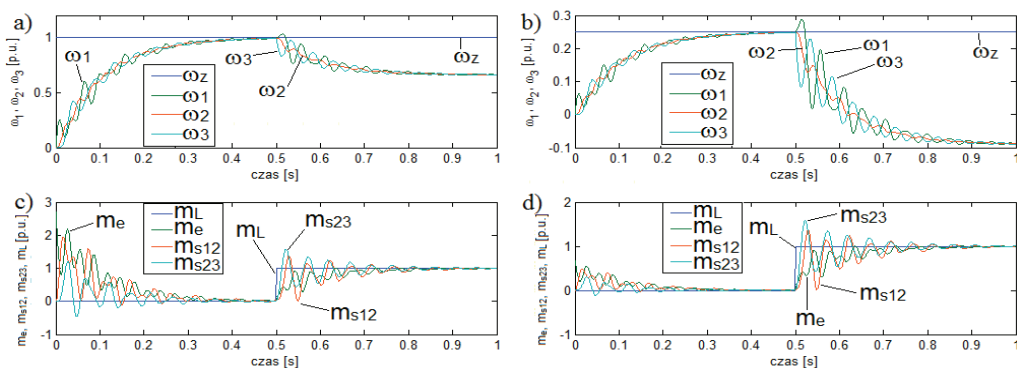
Porównanie właściwości systemu, uzyskanych w czasie badań symulacyjnych dla różnych wartości macierzy wagowych zostało przedstawione w tabeli 1.

Następnie zbadano wpływ zmiany wartości macierzy  $\mathbf{R}$  na dynamikę układu sterowania. Założono  $\mathbf{Q} = \text{diag}(44 \ 16 \ 3750 \ 1350)$ , natomiast macierz  $\mathbf{R}$  przyjmowała kolejno wartości:  $\mathbf{R} = 0,6$ ,  $\mathbf{R} = 0,0006$  i  $\mathbf{R} = 0,000006$ . Przebiegi dla  $\mathbf{R} = 0,6$

i  $R = 0,0006$  zaprezentowano odpowiednio na rys. 6, 7. Dla wartości  $R = 0,000006$  przebiegi są bardzo zbliżone jak dla  $R = 0,0006$ .



Rys. 5. Przebiegi prędkości  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  (a i b) i momentów  $m_L, m_e, m_{s12}, m_{s23}$  (c i d) w układzie z regulatorem predykcyjnym ( $Q = \text{diag}(25,1 \ 6,05 \ 3,75 \ 640)$ ,  $R = [0,0002]$ ) dla  $\omega_z=1$  (a, c) i  $\omega_z=0,25$  (b, d)



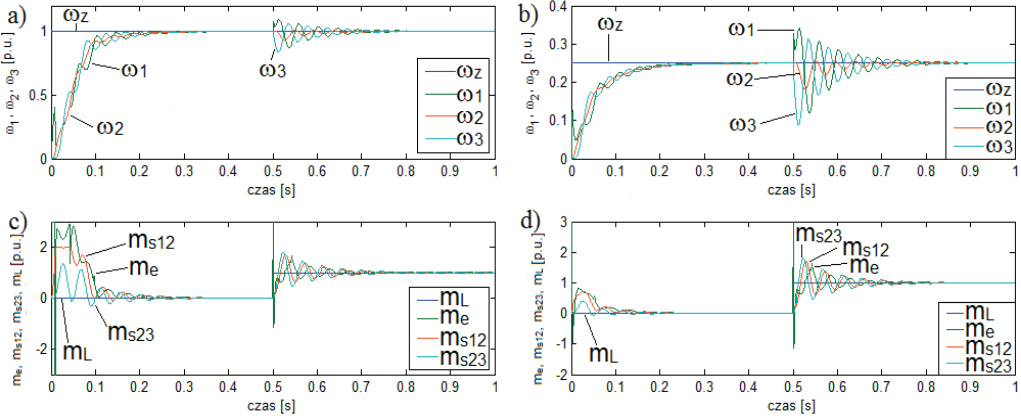
Rys. 6. Przebiegi prędkości  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  (a i b) i momentów  $m_L, m_e, m_{s12}, m_{s23}$  (c i d) w układzie z regulatorem predykcyjnym ( $Q = \text{diag}(44 \ 16 \ 3750 \ 1350)$ ,  $R = [0,6]$ ) dla  $\omega_z=1$  (a, c) i  $\omega_z=0,25$  (b, d)

Tabela 1. Porównanie właściwości systemu w zależności od wartości macierzy  $Q$

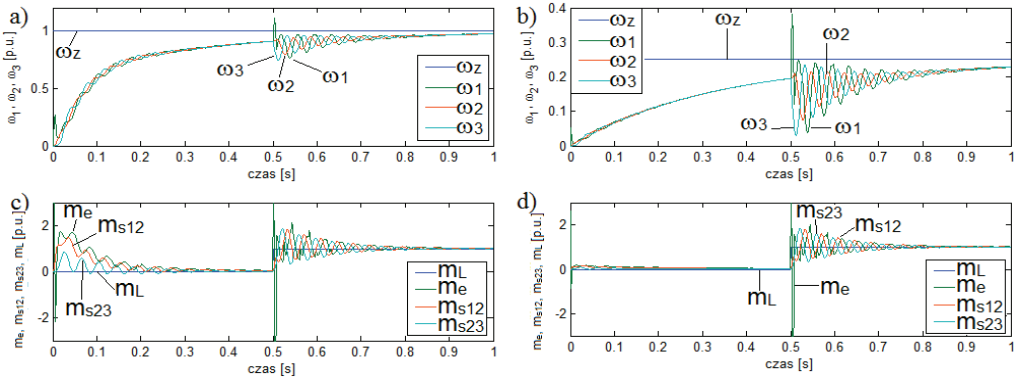
dominacja elementu macierzy $Q$	dynamika	tłumienie drgań	przeregulowanie	ograniczenia
$q_{11}$	bardzo dobra	bardzo dobre	tak	tak
$q_{22}$	zła	złe	tak	nie
$q_{33}$	dobra	bardzo dobre	nie	tak
$q_{44}$	dobra	dobre	tak – małe	tak



Z porównania zaprezentowanych przebiegów wynika, że zbyt duża wartość  $\mathbf{R}$  powoduje osłabienie dynamiki układu, a po przyłożeniu momentu pojawia się uchyb ustalony. Wynika to z postaci funkcji kryterialnej ( $J_N$ ). Gdy wartości macierzy  $\mathbf{R}$  są zbyt duże, koszt wynikający ze zmiany sterowania może być większy niż koszt wynikający z pojawienia się uchybu ustalonego.



Rys. 7. Przebiegi prędkości  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  (a i b) i momentów  $m_L, m_e, m_{s12}, m_{s23}$  (c i d) w układzie z regulatorem predykcyjnym ( $\mathbf{Q} = \text{diag}(44 \ 16 \ 3750 \ 1350)$ ,  $\mathbf{R} = [0,0006]$ ) dla  $\omega_z=1$  (a, c) i  $\omega_z=0,25$  (b, d)



Rys. 8. Przebiegi prędkości  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  (a i b) i momentów  $m_L, m_e, m_{s12}, m_{s23}$  (c i d) w układzie z regulatorem predykcyjnym ( $\mathbf{Q} = \text{diag}(44 \ 16 \ 3750 \ 1350)$ ,  $\mathbf{R} = [0,0006]$ ) dla  $\omega_z=1$  (a, c) i  $\omega_z=0,25$  (b, d), okres próbkowania  $T_s=0,1$  ms

Kolejnym krokiem badań symulacyjnych było sprawdzenie wpływu czasu próbkowania na działanie układu regulacji. Jak już wcześniej wspomniano z przyczyn obliczeniowych czas próbkowania nie powinien być zbyt krótki – tak by układ mógł

pobrać próbki, obliczyć stan układu, zmapować tabelę i obliczyć odpowiednie sterowanie. Intuicja podpowiada również, że okres próbkowania nie może być zbyt duży, gdyż ma znaczący wpływ na dynamikę układu. Dobór okresu próbkowania musi stanowić kompromis między możliwością dokonania niezbędnych obliczeń i szybkością działania. Potwierdzają to przebiegi zaprezentowane na rys. 7 i 8. Okresy próbkowania to odpowiednio 0,5 ms i 1 ms. Założono  $\mathbf{Q} = \text{diag}(44 \ 16 \ 3750 \ 1350)$ ,  $\mathbf{R} = 0,0006$ .

## 10. PODSUMOWANIE

W pracy zaprezentowano zasadę działania i wyniki pracy regulatora predykcyjnego w układzie trójmasowym. Zaprojektowany regulator w sposób stabilny steruje układem i zapewnia utrzymanie zmiennych stanu obiektu w założonych granicach. W pracy wykazano że, możliwe jest kształtowanie dynamiki układu poprzez odpowiedni dobór wartości elementów macierzy wagowych regulatora. Należy jednak podkreślić brak zależności analitycznych pozwalających na dobór tych elementów. Do wad regulatora predykcyjnego należy również zaliczyć jego dużą złożoność obliczeniową wymagającą zastosowania dość szybkich procesorów sygnałowych. Zastosowany stosunkowo krótki horyzont predykcji zapewnia zadowalającą wydajność i wymaga mniejszej mocy obliczeniowej. W kolejnych pracach planuje się zwiększenie horyzontu predykcji w celu efektywniejszego ograniczenia drgań skrętnych obiektu, modyfikację przyjętych postaci wektorów w funkcji celu regulatora predykcyjnego jak również krytyczną analizę porównawczą właściwości regulatora predykcyjnego z innymi strukturami znanymi z literatury.

## LITERATURA

- [1] CYCHOWSKI M., SZABAT K., ORŁOWSKA-KOWALSKA T., *Constrained Model Predictive Control of the Drive System With Mechanical Elasticity*, IEEE Trans. Ind. Elektron., 56, 6, 2009, 1963–1973.
- [2] HERCEG M., KVASNICA M., JONES C.N., MORARI M., *Multi-Parametric Toolbox 3.0*, Proc. of the European Control Conference, pages 502–510, Zurich, Switzerland, July 17–19 2013.
- [3] MACIEJOWSKI J., *Predictive control: with constraints*, Prentice Hall, 2002.
- [4] SUGIURA K., HORI Y., *Vibration suppression in 2- and 3-mass system based on the feedback of imperfect derivative of the estimated torsional torque*, IEEE Trans. Ind. Electron., 43, 1, 1996, 56–64.
- [5] SZABAT K., *Struktury sterowania elektrycznych układów napędowych z połączeniem sprężystym*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 61, Wrocław 2008.
- [6] SZABAT K., ORŁOWSKA-KOWALSKA T., KOWALSKI CZ. T., *Wybrane zagadnienia sterowania układu napędowego z połączeniem sprężystym*, Problemy eksploatacji maszyn i napędów elektrycznych, PEMINE, Ustroń, 18–20 maja 2005, Katowice: BOBRME „Komel”, 2005, 155–160.
- [7] SZABAT K., SERKIES P., *Design and analysis of the Luenberger observers for three-inertia system*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Studia i Materiały, 2009, Nr 29, 329–340.

APPLICATION OF THE MODEL PREDICTIVE CONTROL  
FOR THREE-MASS DRIVE SYSTEM

In the paper the issues related to the control of the drive system with complex mechanical part are presented. The basic idea of the model predictive control (MPC) with limitations and state model is described in the work. The design procedure of MPC for the three-mass system is shown in detail. Then the correctness of the proposed approach is validated in simulation study. The influence of the  $\mathbf{Q}$  and  $\mathbf{R}$  matrices on the dynamic properties of the system is tested. The short conclusion is placed in the end of the paper.