



**ANALIZA NUMERYCZNA BALISTYKI ŁUKÓW ANGIELSKICH
UŻYTYCH W BITWIE POD CRÉCY**
NUMERICAL ANALYSIS OF ENGLISH BOWS USED IN BATTLE OF CRÉCY

Mariusz MAGIER

Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Produkcji, Instytut Mechaniki i Poligrafii,
Zakład Mechaniki i Techniki Uzbrojenia
*Warsaw University of Technology, Faculty of Production Engineering, Institute of Mechanics
and Polygraphs, Establishment of Mechanics and Armament Technologies*

Adrian NOWAK

Uniwersytet Łódzki, Wydział Filozoficzno-Historyczny
University of Łódź, Faculty of Philosophy & History

Tomasz MERDA, Paweł ŻOCHOWSKI
Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, Zakład Balistyki
Military Institute of Armament Technology

DOI 10.5604/01.3001.0010.5152

Streszczenie: W artykule przeprowadzono symulację toru lotu oraz procesu penetracji przez strzałę wystrzeloną z łuku angielskiego, płyty stalowej imitującej zbroję średniowiecznego rycerza ciężkiej jazdy, stosowaną podczas bitwy pod Crécy, która rozegrała się 26 sierpnia 1346 roku. Bitwa ta stanowiła przełom i ugruntowała, na prawie 200 lat, szczególną rolę w taktyce i sposobie użycia na polu walki łuku angielskiego, do czasu wprowadzenia do powszechnego użycia broni palnej w postaci arkebuz czy muszkietu. Podstawowe parametry techniczne, niezbędne do procesu symulacji uzyskano na podstawie informacji ze źródeł historycznych. Na podstawie obliczeń numerycznych wyznaczono parametry toru lotu strzały z grotem „przeciwpancernym” do maksymalnej donośności. Dzięki zastosowaniu metody elementów skończonych (AUTODYN), oszacowano zdolność penetracji zbroi XIV-wiecznego jeźdźca przez strzałę wystrzeloną z łuku angielskiego.

Słowa kluczowe: łuk angielski, strzała, pancerz

1. Wprowadzenie – bitwa pod Crécy

Bitwa pod Crécy, która rozegrała się 26 sierpnia 1346 roku, była przełomową bitwą początkowej fazy Wojny Stuletniej, toczonyj

Abstract: The paper presents simulation of flight path of an arrow shot with a longbow and its penetration process through a steel plate imitating an armor of a medieval heavy cavalry knights used during the Battle of Crécy on 26 August, 1346. The battle was a turning moment which had settled the specific role of the English bow in tactics and methods of its deployment on battle fields for almost 200 years until the firearms such as arquebuses or muskets started to be commonly used. The basic technical parameters necessary for the simulation process are based on historical information. On the basis of numerical calculations, the parameters of the flight path of the arrow with the "anti-armor" head were determined up to the maximum range. Thanks to use of the finite element method (AUTODYN) the penetration capacity of the arrow shot from longbow against horseman's armor of XIV century was estimated.

Keywords: longbow, arrow, armour

1. Introduction – Battle of Crécy

Battle of Crécy on 26 August, 1346 was a crucial event of the initial phase of the Hundred Years' War between England and

między Anglią a Francją, której jednym z głównych powodów był spór feudalny o status króla angielskiego wobec króla francuskiego w kontekście posiadanych lenn oraz późniejszy konflikt sukcesyjny o prawa do tronu francuskiego po śmierci Karola IV.

W bitwie tej doszło do konfrontacji angielskiej koncepcji współdziałania taktycznego różnych typów uzbrojenia z ofensywną doktryną francuską, opartą głównie na ciężkozbrojnych kopijnikach konnych. Armia angielska dowodzona przez Edwarda III była złożona głównie z dobrze opłacanych (dodatkowo motywowanych możliwością zdobycia łupów) rycerzy i wolnych ludzi, gdzie często rycerze, jako spieszona jazda, walczyli ramie w ramie z żołnierzami niższego stanu, podnosząc ogólne morale i wzajemne zaufanie oparte na możliwościach bojowych szlachty i innych wojowników.

Wprost przeciwne założenia miała koncepcja armii francuskiej, dowodzonej przez króla Filipa VI, uwypuklająca rolę pojedynczego rycerza - szlachcica i ofensywnego charakteru działań bojowych, którego trzon stanowiła ciężka jazda. Szlachta francuska, traktująca rekrutów i najemnych żołnierzy z pogardą, często doprowadzała do wewnętrznych antagonizmów, których efekty uwidaczniały się na polu bitwy brakami we współdziałaniu różnych formacji zbrojnych [1-4].

Przed bitwą angielski król Edward III zgromadził siły liczące 8-14 tysięcy ludzi, w tym 2-3 tysiące ciężkozbrojnych rycerzy, 5-10 tysięcy elitarnych łuczników i około tysiąca pikinierów.

Angielscy łucznicy byli jedną z najbardziej skutecznych i śmiertelnych formacji na średniowiecznym polu bitwy. Wyposażeni byli w długie, wykonane z cisowego drewna łuki, oryginalnie nazywane walijskimi, których donośność skuteczna mogła osiągnąć nawet 300 metrów. Ponadto skutecznie penetrowały nawet zbroję płytową rycerza. Jednak najważniejsza była ich szybkostrzelność – wyszkolony angielski łucznik (szkolenie mogło trwać nawet 10 lat) był w stanie wypuścić 5-6 strzał na minutę, podczas gdy kusznik mógł strzelić maksymalnie dwa razy. Skuteczność tej formacji uwidoczniła się szczególnie podczas wojny stuletniej.

France which broken out in effect of a feudal conflict for the status of king of England against the French king in the context of owned fiefs and following succession conflict for the rights to French throne after the death of Charles IV.

In that battle an English concept of tactical joint operation of different types of arms was confronted with an offensive French doctrine that was based in general on heavy armed spearmen mounted on horses. The English army commanded by Edward III was mainly composed of well paid knights and free people (additionally motivated by a chance for booties), and the knights often fought as footmen in one line with lower rank soldiers to increase the morale and mutual confidence based on combat capacities of the gentry and other fighters.

The French army commanded by the king Philip VI operated on just opposite conception which was focused on the role of individual knight – a noble and on the offensive character of combat actions based on the heavy cavalry. The French gentry treated the recruits and the mercenary soldiers with a disregard what triggered internal conflicts and finally at the battle the team work of different armed formations suffered for that reason [1-4].

Before the battle Edward III the king of England amassed the forces of 8-14 thousand men including 2-3 thousand of heavy armed knights, 5-10 thousand of elite bowmen and ca. one thousand of spearmen.

The English bowmen were one of the most deadly and effective formations of the medieval battlefields. They used long bows made of yew wood which were originally named as the Welsh bows and were efficient up to 300 m. Moreover they were able to penetrate the knight's plate armour. But their rate of fire was a most important factor as a well trained English Bowman (the length of training was even 10 years) shot up to 5-6 arrows per minute whereas a crossbowman could deliver at least two shots. The effectiveness of this formation was especially visible during the Hundred Years' War.



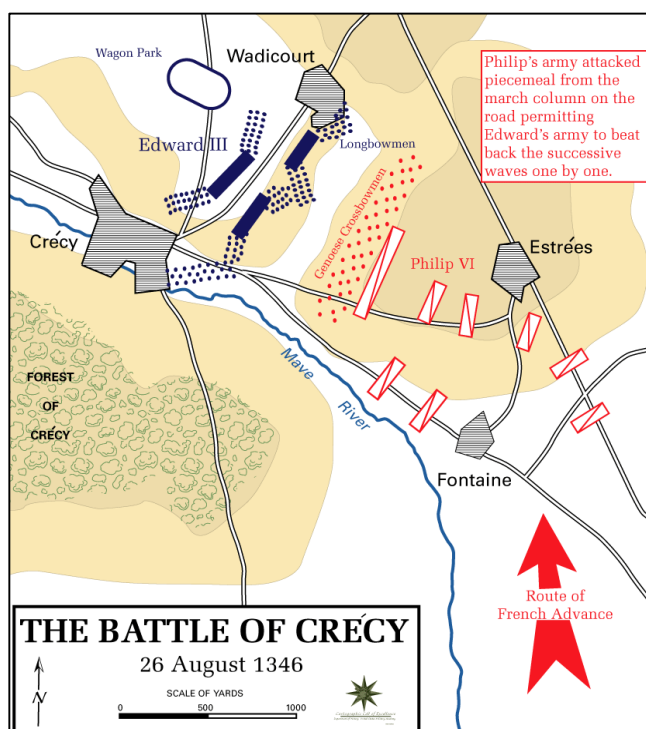
Rys. 1. Szarża XIV-wiecznej konnicy francuskiej (<http://ru.warriors.wikia.com>)
Fig. 1. The charge of XIV-century French cavalry (<http://ru.warriors.wikia.com>)



Rys. 2. Łucznik uzbrojony w długi luk angielski (<http://www.nationalturk.com/>)
Fig. 2. A bowman armed with the long English bow (<http://www.nationalturk.com/>)

Król francuski Filip VI zdołał zebrać 20-40 tysięcy ludzi, w tym między innymi 12 tysięcy ciężkich rycerzy i 6 tysięcy najemnych kuszników z Genui. Przed bitwą król angielski wraz ze swą armią zajęli pozycję na wzgórzu, co dało im strategiczną przewagę nad Francuzami. Anglicy spędzili cały dzień na budowaniu linii defensywnych wraz z ostrokołem, palisadą i wilczymi dołami. Następnie rozmieścili się w trzech liniach, każda o długości ok. 2 km.

French king Philip VI amassed 20-40 thousand men including above all 12 thousand heavy knights and 6 thousand mercenary crossbowmen from Genoa. Before the battle the king of England with the army took a position on a hill what secured a strategic supremacy over the Frenchmen. The Englishmen had spent the whole day on building defensive enforcements with paling and trap pits. Then they arranged themselves in three lines each with the length of ca. 2 km.



Rys. 3. Rozmieszczenie wojsk podczas bitwy pod Crécy (<http://dean.usma.edu/history>)

Fig. 3. Arrangement of troops at the battle of Crécy (<http://dean.usma.edu/history>)

Francuskie natarcie, nieskoordynowane i niezorganizowane, oparte na ataku ciężkiej konnicy, nie było w stanie przebić się przez angielskie linie i zasieki, a przede wszystkim skuteczny ostrzał angielskich łuczników. Rycerze szarżowali 16 razy, ginąc od gradu angielskich strzał. Francuzi w tej bitwie stracili 6-20 tysięcy żołnierzy w tym ponad 1500 szlachetnie urodzonych rycerzy. Anglicy stracili zaledwie 100-300 żołnierzy i dużo strzał. Niektórzy historycy uznają tę bitwę za początek końca ery kawalerii w Europie [5-6].

Najskuteczniejszą bronią przełamania okazał się łuk angielski (*Longbow*).

The French attack based on a sortie of heavy cavalry was not well coordinated and organised and could not force English lines and enforcements and especially the efficient shooting of the English bowmen. The knights hailed by English arrows charged 16 times. French losses in the battle were 6-20 thousand men including more than 1500 noblemen. The Englishmen lost not more than 100-300 men and a huge amount of arrows. Some historians assume the battle ushered the beginning of the end for the cavalry era in Europe [5-6].

The longbow proved to be the most effective assault weapon.

2. Charakterystyka łuku angielskiego

Drewnem preferowanym do wyrobu luków był przede wszystkim cis. Posiada on specyficzną strukturę, w której można wyodrębnić dwie faktury drewna wzdłuż pnia o różnych właściwościach wytrzymałościowych (nazywane białą i czerwoną), dzięki czemu uzyskuje się łuk o dużej sile naciągu i jednocześnie niezbędnej (w celu uniknięcia jego złamania) elastyczności. Ponieważ długość łuku osiągała 2 m celowym było (ze względów ergonomicznych), aby łucznik miał wzrost minimum 170 cm (czyli rzadko spotykany w średniowieczu). Ponadto siła naciągu takiego łuku wahająca się średnio od 300-500 N (maksymalnie nawet 800 N) wymagała długotrwałego treningu i specjalnych zdolności strzelca [7]. Jednakże dzięki osiągnięciu tak wysokich parametrów energetycznych donośność wystrzelonej strzały mogła wynosić nawet 350 jardów (320 m), co skutecznie Anglicy wykorzystali podczas bitwy przeciwko pozbawionym ochrony (pawęży) kusznikom genueńskim.

2. Features of Longbows

The yew wood was preferred for preparing the bows. It has a specific structure where two textures of wood may be distinguished along the trunk of the tree with different strength properties (named as white and red) what in consequence produces a bow with a large pulling force and a necessary value of elasticity (preventing its breaking). As the length of the bow reached 2 m then it was reasonable (for ergonomic reasons) to have the bowmen with at least 170 cm in height (what was rarely spotted in medieval times). Moreover the force of pulling for the bow was averagely within the range of 300-500 N (maximally to 800 N) and required a long term training and special skills of bowmen [7]. The range of a shot arrow could reach even 350 yards (320 m) because of such high energetic parameters and the Englishmen managed to use it effectively during the battle against Genoese crossbowmen not protected by any shields.



Rys. 4. Łuk angielski (English Wikipedia)

Fig. 4. English longbow (English Wikipedia)



Rys. 5. Wybrane rodzaje grotów strzał do łuku angielskiego (English Wikipedia)

Fig. 5. Selected examples of bow heads for longbows (English Wikipedia)

Strzały wykorzystywane do strzelania miały długość 76÷91 cm i różne rodzaje grotów w zależności od przeznaczenia. Na fotografii przedstawiono kolejno od prawej 4 grotu typu: *Heavy War Bodkin* (przeznaczony do penetracji większości opancerzenia), *Needle Bodkin* (przeznaczony do penetracji kolczugi), *Curved Broad Head* (do polowania m.in. na odyńce i jelenie), *Small Broad Head* (na wojnie stosowane przeciwko ludziom i koniom).

3. Symulacja toru lotu strzały z grotami „przeciwpancernymi”

Na podstawie danych literaturowych dotyczących masy, prędkości wystrzelenia i donośności strzał [8] przeprowadzono analizę balistyki zewnętrznej strzały jesionowej o masie 96 g z grotami typu *Heavy War Bodkin* lub *Needle Bodkin* (posiadających zbliżone masy). Dla łuku o naciągu 150 lbf (667 N) strzała ta osiąga prędkość 174 fps (53 m/s) i donośność 250 m. Do analizy wykorzystano model balistyki zewnętrznej oparty na modelu punktu materialnego. Charakterystyka lotu strzały (niskie wysokości i małe prędkości) pozwoliła na uproszczenie modelu poprzez wprowadzenie stałych parametrów atmosfery i stałego współczynnika oporu. Jako powierzchnię charakterystyczną przyjęto pole powierzchni przekroju poprzecznego trzonu strzały o średnicy 11,1 mm. Wykorzystując dane źródłowe [8] dobrano współczynnik oporu czołowego strzały zapewniający podaną wyżej donośność przy zadanych parametrach strzału. Wymaganą donośność maksymalną osiągnięto dla kąta strzału 43° i współczynnika oporu 1,1. Po walidacji modelu przeprowadzono analizy strzałów dla odległości od 25 m do 250 m, co 25 m. Wyniki przedstawiono w tabeli 1.

Otrzymane wyniki wskazują, że spadek energii kinetycznej podczas lotu na maksymalną donośność wynosi niecałe 21% względem strzału na 25 m. Natomiast kąty uderzenia zmieniają się w znaczącym stopniu, zwłaszcza dla donośności bliskich maksymalnej. Wykresy podstawowych parametrów lotu dla tego strzału zostały przedstawione na rysunkach 6 i 7.

The arrows used for shooting had the length of 76÷91 cm and different types of heads depending on designation. In the picture four types of heads are presented from the right side: *Heavy War Bodkin* (for piercing most types of armours), *Needle Bodkin* (for piercing wired armours), *Curved Broad Head* (for hunting on wild boars and deer), *Small Broad Head* (used against men and horses in wars).

3. Simulation of Arrow Flying Path for “Armour Piercing” Heads

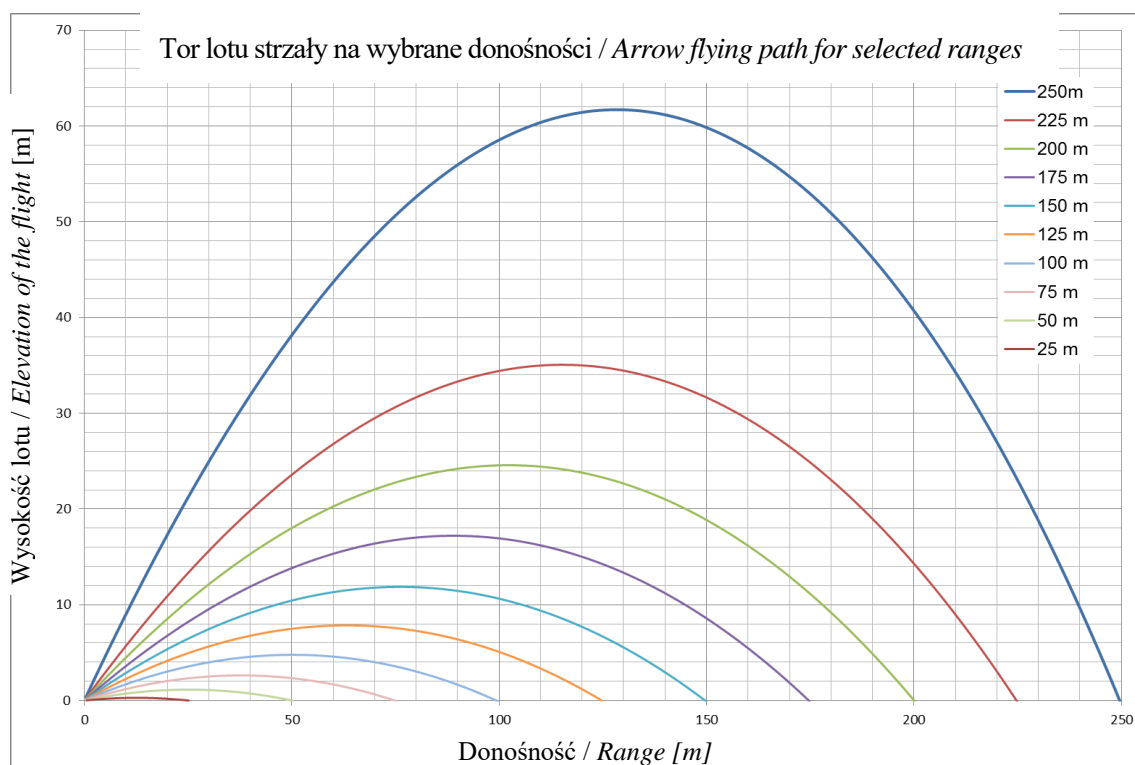
On the basis of literature data concerning the mass, discharging velocity and the range of the arrows [8] an analysis of external ballistics for a yew arrow has been conducted at the mass of 96 g with the heads *Heavy War Bodkin* or *Needle Bodkin* (having similar masses). For the longbow with the pulling force of 150 lbf (667 N) the arrow gets a velocity of 174 fps (53 m/s) and the range of 250 m. The analysis uses a model of external ballistics based on the model of material point. The specifics of arrow flight (low ceilings and velocities) can simplify the model by taking constant parameters of atmosphere and drag coefficient. The surface of arrow stem cross-section with diameter of 11.1 mm was taken as a specific surface. Using the source information [8] an arrow front drag coefficient was matched to secure the said range at given parameters of discharge. The required maximal range was achieved for the shooting elevation of 43° and drag coefficient 1.1. After model validation the analyses of shots for distances starting from 25 m to 250 m by each 25 m were performed. Results are shown in table 1.

Received results indicate that kinetic energy at flying on the maximal range is lower by 21% than for the shot delivered at 25 m distance. But the impact angles change significantly especially for the ranges close to maximal. The graphs showing the main flying characteristics for the shooting are presented in figures 6 and 7.

Tabela 1. Parametry lotu strzały dla wybranych donośności

Table 1. Parameters of arrow flight for selected ranges

Odległość / Distance [m]	Kąt strzału / Angle of shooting [°]	Czas lotu / Flying time [s]	Prędkość uderzenia / Velocity of hitting [m/s]	Energia kinetyczna uderzenia / Kinetic energy of impact [J]	Kąt uderzenia / Angle of impact [°]
25	2,6	0,5	52,1	130,4	2,6
50	5,2	1	51,3	126,1	5,3
75	7,9	1,5	50,4	122	8,1
100	10,7	2	49,6	118,2	11,1
125	13,8	2,5	48,8	114,5	14,5
150	17,1	3,1	48,1	111,2	18,2
175	20,8	3,8	47,5	108,2	22,3
200	25,2	4,5	46,9	105,6	27,2
225	30,7	5,4	46,5	103,6	33,3
250	43	7,1	46,4	103,4	52,1



Rys. 6. Tor lotu strzały podczas strzelania na wybrane donośności

Fig. 6. Arrow flying path at shooting for selected ranges

4. Symulacje numeryczne oddziaływania strzały z płytą pancerną

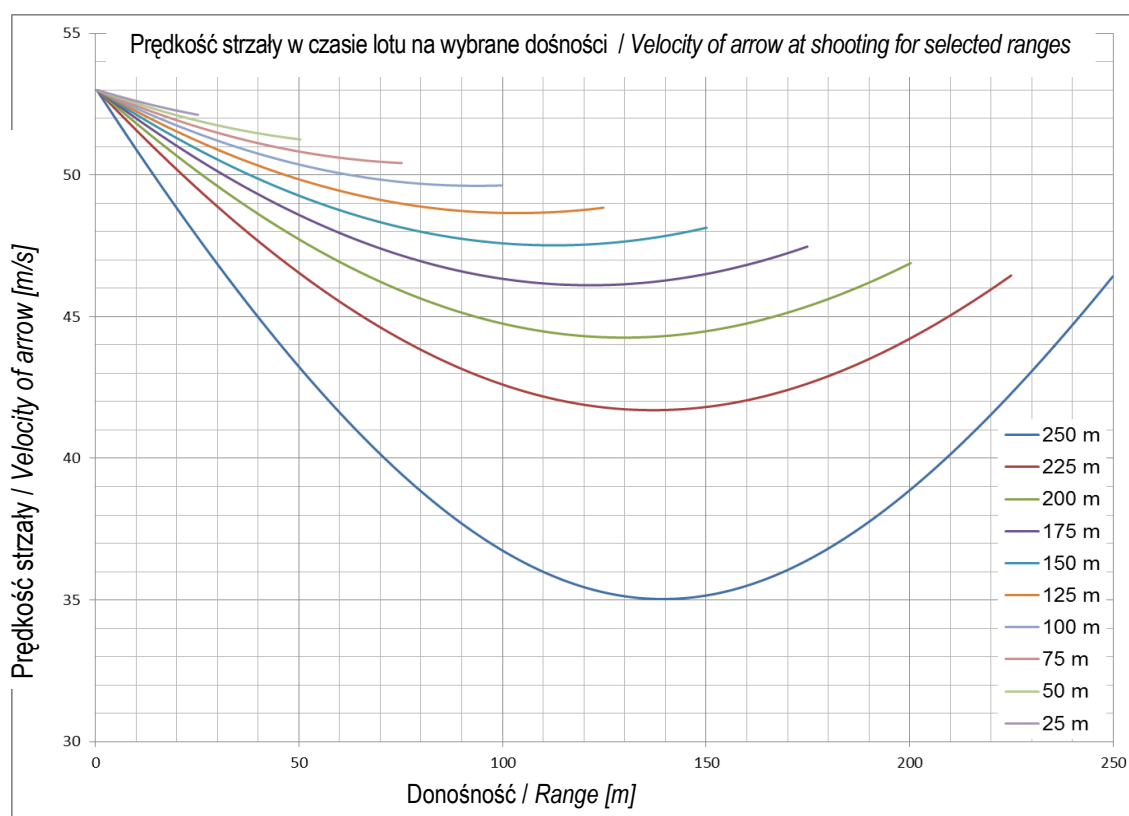
Analizy numeryczne wykonano w oprogramowaniu ANSYS Autodyn [9, 10]. Ponieważ skuteczność ostrzału z łuku uzależniona

4. Numerical Simulations on Arrow's Interaction with Armour Plate

Numerical calculations were performed by using the computer code ANSYS Autodyn [9, 10]. A series of numerical analyses was

jest od kilku czynników, m.in. od rodzaju pancerza ostrzeliwanego obiektu (materiału, z którego jest wykonany oraz grubości), odległości z jakiej oddany był strzał (donośność determinuje kąt uderzenia w obiekt), zdecydowano się na przeprowadzenie serii analiz numerycznych, w których zmiennym parametrem był kąt ostrzału (rozumiany jako kąt pomiędzy normalną do powierzchni pancerza a osią strzału). Analizy przeprowadzono dla kątów ostrzału $2,6^\circ$ oraz $52,1^\circ$ wynikających z trajektorii lotu strzał dla poszczególnych donośności - odpowiednio 25 oraz 250 m. Donośności z kolei determinują wartości prędkości uderzenia strzały w pancerz. W związku z tym analizy przeprowadzono również dla różnych prędkości uderzenia: 52,1 m/s dla ostrzału z odległości 25 m oraz 46,4 m/s dla ostrzału z odległości 250 m.

carried out as the efficiency of bow shooting depends on a few following factors such as a type of armour protecting a shot object (type and thickness of material it is made of) and the distance from which the shot was delivered (the range decides on the impact angle into an object), and this impact angle was taken as a changing parameter (defined as an angle between the normal to the armour surface and the axis of the arrow). The analyses were conducted for shooting angles 2.6° and 52.1° corresponding respectively to flying paths of arrows at particular ranges of 25 and 250 m. On the other hand the ranges decide about arrow velocities at hitting the armour. For that the analyses were conducted for different hitting velocities: 52.1 m/s for 25 m and 46.4 m/s for distance of 250 m.



Rys. 7. Prędkość strzały podczas strzelania na wybrane donośności

Fig. 7. Arrow velocity at shooting for selected ranges

Zgodnie z informacjami dostępnymi w literaturze [11-14], w zależności od przewidywanego rodzaju opancerzenia wrogich jednostek, łucznicy angielscy stosowali groty strzał o różnym kształcie. Zdecydowano się zatem na przeprowadzenie symulacji dla dwóch wariantów

According to information available in literature [11-14] the English bowmen deployed the heads of arrows with different shapes depending on expected types of armour used by enemy troops. Then it was decided to perform the simu-

tów geometrii grotów uznawanych za przeciwpancerne: grot typu *Needle Bodkin* (z ang. igła) używany przede wszystkim przeciwko sile żywej wyposażonej w kolczugi oraz grot typu *Heavy War Bodkin* stosowany przeciw stalowym pancerzom płytowym (rys. 8).

W celu poprawnego odwzorowania zjawisk występujących podczas interakcji strzały z pancerzem niezbędne było odpowiednie sformułowanie modeli: fizycznego, matematycznego oraz ostatecznie numerycznego. Zwykle wymaga to przeprowadzenia badań materiałowych w celu wyznaczenia wiarygodnych wartości parametrów równań opisujących właściwości materiałów poszczególnych komponentów symulacji. W tym przypadku, z oczywistych względów, niemożliwe było uzyskanie próbek do badań materiałowych, dlatego też zdecydowano, że parametry równań konstytutywnych zostaną dobrane na podstawie ogólnodostępnych w literaturze danych dla materiałów o podobnych właściwościach.

W pierwszym etapie prac dokonano wielu założeń niezbędnych do budowy modeli numerycznych. Na podstawie informacji dostępnych w literaturze [11-14] założono m.in., że:

- grubość pancerza we wszystkich analizach odpowiadać będzie wartości charakterystycznej dla najgrubszych napierśników stosowanych w analizowanym okresie, tj. 2 mm. W rzeczywistości, ze względu na niedopracowaną technologię walcowania, poszczególne obszary napierśnika mogły być nawet o połowę cieńsze;
- zgodnie z danymi dostępnymi w literaturze materiał pancerza stanowić będzie stal średniowęglowa o granicy plastyczności na poziomie $R_e=200-300$ MPa, wytrzymałości na rozciąganie $R_m= 350-450$ MPa oraz wydłużeniu względnym około 12%. Zgodnie z [14] materiał stosowany na napierśniki swoim składem chemicznym oraz właściwościami przypominał bardziej nawęglane żelazo lub żeliwo niż stal, jaka znana jest obecnie. Ze względu na niedopracowaną technologię wytwarzania, napierśniki wykonane z takiego materiału cechowały się bardzo dużą niejednorodnością struktury oraz właściwości. Było dużo obszarów przesyconych węglem

lution for two geometrical options of arrow heads which are known as armour piercing: *Needle Bodkin* head used especially against the live force protected by wired armours and *Heavy War Bodkin* head against steel plate armours (Fig. 8).

A formal preparation of correct physical, mathematical and finally the numerical models of interaction between the arrow and armour was needed. Special material tests have to be usually conducted in order to establish reliable values of parameters describing the properties of particular simulated components.

For the obvious reasons it was not possible in this case to get the samples of material for testing and it has been decided that parameters of constitutive equations would be selected on the basis of commonly available literature data for materials with similar properties.

In the first stage of the work some assumptions needed to build numerical models were taken. Basing on information available in literature [11-14] it was assumed that:

- The thickness of armour in all analyses has to correspond to a specific value of the thickest breast plates used in the analysed period of time i.e. 2 mm. In reality some parts of the breast plates could be even two times thinner because of undeveloped technology of rolling;
- According to data available in literature the armour was made of medium carbonised steel with the plasticity limit on the level $R_e=200-300$ MPa, tensile strength $R_m= 350-450$ MPa and relative longitudinal expansion ca. 12%. According with [14] the chemical composition and properties of the material used for breast plates are closer to carbonised iron or cast iron than to the steel that is used now. The breast plates made of such material were characterised by not uniform structure and properties because of underdeveloped technologies of manufacture. They possessed many

o wysokiej twardości i kruchości;

- stale, z których wykonywane były groty strzał, ze względu na prawdopodobnie odmienną technologię wytwarzania (mogło to być np. kucie na gorąco oraz hartowanie zanurzeniowe w kąpieli wodnej) zapewne charakteryzowały się wyższymi właściwościami mechanicznymi. Przyjęto zatem, że w tym przypadku granica plastyczności materiału mogła oscylować wokół wartości $R_e=300-500$ MPa, a wytrzymałość na rozciąganie mogła osiągać nawet $R_m=600-700$ MPa. Odmienna obróbka grotów mogła powodować ich podwyższoną kruchość, aczkolwiek dostępne w literaturze fotografie prezentujące zdeformowane groty strzał wydają się temu przeczyć (rys. 11).

Do prawidłowego opisu zależności konstytutywnych dla materiałów stalowych w analizach zastosowano równanie stanu Gruneisena oraz model wytrzymałości Johnsona-Cooka (J-C) [15]. Odzworowuje on zachowanie metali w warunkach dużych szybkości odkształceń w zakresie sprężysto-plastycznym z uwzględnieniem efektów umocnienia oraz termicznego osłabienia materiału. W modelu tym wpływ szybkości odkształcania na wytrzymałość materiału ma postać logarytmiczną, która odpowiednio przeskalowuje statyczną granicę plastyczności do wartości dynamicznej. Model wytrzymałości J-C został uzupełniony o model zniszczenia J-C.

Drewniany promień strzały został zamodelowany za pomocą modelu sprężystego ortotropowego. Wartości stałych sprężystych oraz materiałowych przyjęto jak dla sosny zwyczajnej [16, 17], modyfikując jedynie gęstość do wartości $0,7 \text{ g/cm}^3$ odpowiadającej gęstości jesionu, z którego prawdopodobnie wykonywane były promienie strzał angielskich w analizowanym okresie.

Zestawienie wartości parametrów poszczególnych modeli materiałów użytych w analizach numerycznych zawiera tabela 2.

Dyskretyzację przestrzenną komponentów symulacji przedstawiono na rysunkach 8 i 9. Wykonano ją za pomocą programu HyperMesh z zastosowaniem jednej płaszczyzny symetrii. Pozwoliło to zmniejszyć liczbę elementów o połowę i przyspieszyć obliczenia.

areas oversaturated by carbon with high hardness and fragility;

- The steels used for production of the heads possessed probably better mechanical properties as different technology of production would be deployed (e.g. hot forging and hardening by immersing in the water). Then it was taken that the limit of plasticity would be within $R_e=300-500$ MPa and tensile strength would even reach $R_m=600-700$ MPa. A different processing of the heads would cause their excessive fragility but the pictures of deformed heads available in literature seem to indicate something opposite (Fig. 11).

To get a correct description of constitutive relations the Gruneisen's equation of state and the Johnson-Cook's strength model (J-C) [15] were used in analyses of steel materials. It reproduces the behaviour of metals at rapid deformations for the elastic-plastic range and considers the effects of material thermal strengthening or weakening. In this model the speed of deformation affects the strength of material in a logarithmic form which specifically rescales the static limit of plasticity into its dynamical values. The J-C strength model was supplemented by a J-C model of destruction.

The wooden shaft of the arrow was modelled by an elastic orthotropic model. The values of coefficients of elasticity and material parameters were taken for the common pine wood [16, 17] by modifying the density to the value of 0.7 g/cm^3 corresponding to the density of yew which was likely used to make the stems of English arrows in that time.

An arrangement of parameters for particular models of materials used in numerical analyses is included in table 2.

The components of simulation were divided on discrete fragments of space according to figures 8 and 9. It was made by using computer code HyperMesh and one plane of symmetry. It reduced the number of elements by half and accelerated the calculations.

Tabela 2 – Parametry równań modeli materiałowych dla komponentów symulacji
 Table 2 – Parameters of equations for material models of components of simulation

Model J-C								
Komponent Component	ρ , [g/cm ³]	G , [GPa]	A , [MPa]	B , [MPa]	n	C	m	
Grot strzały Arrow head	7,85	77	92	310	0,26	0,014	1,03	
Pancerz Armour	7,85	81	210	165	0,36	0,022	1	
Model ortotropowy dla drewnianego promienia strzały [9], jesion – gęstość $\rho = 0,7$ g/cm ³ Orthotropic model for arrow's wooden stem [9], yew – density $\rho = 0,7$ g/cm ³								
Moduły Young'a, [MPa] Young's moduli			Moduły Kirchoffa, [MPa] Kirchoff's module			Współczynniki Poissona Poisson's coefficients		
E_{11}	E_{22}	E_{33}	G_{23}	G_{13}	G_{12}	ν_{23}	ν_{13}	ν_{12}
14300	700	545	500	800	1230	0,38	0,04	0,03
Wytrzymałości na poszczególnych kierunkach, [MPa] Values of strength for different directionions								
f_{1rozc} f_{1tens}	$f_{1ścisk}$ f_{1press}	f_{3rozc} f_{3tens}	$f_{3ścisk}$ f_{3press}	f_{2rozc} f_{2tens}	$f_{2ścisk}$ f_{2press}	f_{12}	f_{13}	f_{23}
103	48,5	3,5	7,6	5,4	5,2	7,5	7,3	2,3

Do budowy grotów strzał zastosowano elementy bryłowe czterowęzłowe (TETRAHEDRAL). Pozostałe komponenty symulacji zostały zamodelowane za pomocą ośmiowęzłowych elementów bryłowych (HEXAHERAL). Rozmiar elementów dobrano w taki sposób, aby ich liczba nie spowolniała znacząco obliczeń, a z drugiej strony umożliwiała precyzyjne odwzorowanie geometrii ciał i uzyskanie dokładnych rezultatów. Dodatkowo w celu ograniczenia liczby elementów w modelu pancerza zastosowano zagęszczenie siatki wokół stref ulegających znacznym odkształceniom (punkt uderzenia strzały). Odległość pomiędzy sąsiadującymi węzłami siatki wynosiła od około 0,25 mm w strefach oddziaływania grotu na pancerz (8 elementów na grubości pancerza) do 2 mm w miejscach pancerza nieulegających odkształceniom (1 element na grubości pancerza). Ostatecznie liczba elementów wykorzystana przy dyskretyzacji komponentów wyniosła:

- dla strzały z grotem typu *Needle Bodkin*: 3265 elementów czterowęzłowych

Four-junction (tetrahedral) space elements were used to build the heads of arrows. The remaining components of simulation were modelled by eight-junction (hexahedral) space elements. The size of elements was matched to avoid a significant slowing the calculations down and to get on the other hand a precise reconstruction of geometry for the bodies and accurate results. Moreover in order to reduce the number of elements in the model of armour a denser mesh was applied for the zones subjected to large deformations (arrow impact point). The distance between adjacent junctions of the mesh was between ca. 0.25 mm in the zones where the arrow head has acted against the armour (8 elements within the thickness of the armour) up to 2 mm for places without any deformation (1 element for the armour thickness). Finally the number of elements used for discrete division of components was equal to:

- for the arrow with *Needle Bodkin*

i 13000 elementów ośmiowęzłowych;

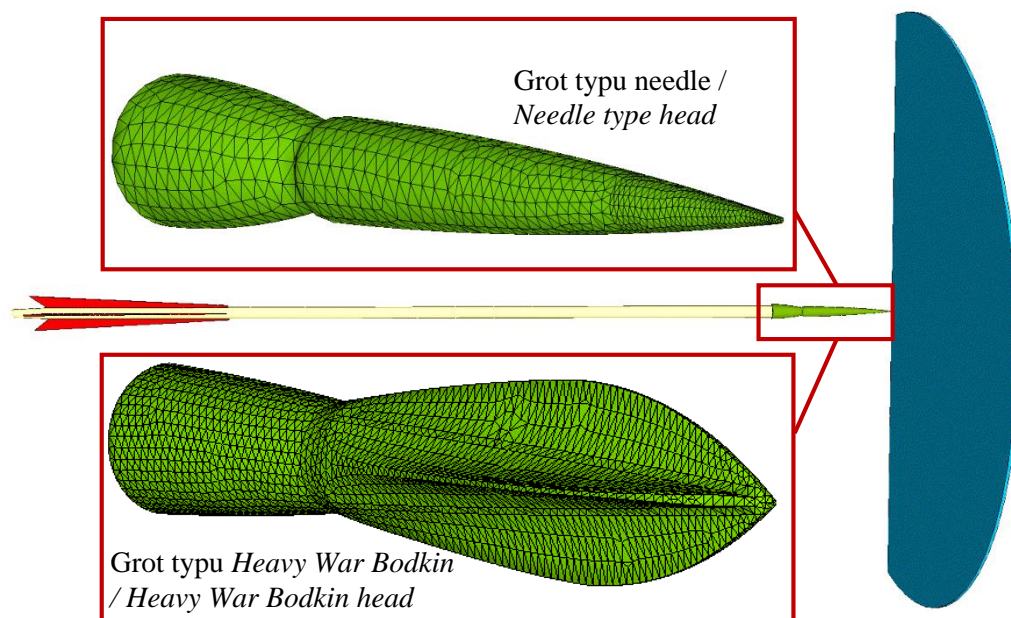
- dla strzały z grotem typu *Heavy War Bodkin*: 12300 elementów czterowęzłowych i 13000 elementów ośmiowęzłowych;

W analizach zastosowano domyślny model kontaktu wykrywanego za pomocą algorytmu trajektorii opierający się na metodzie „funkcji kary”. Warunki brzegowe zostały zadane w taki sposób, aby model numeryczny w możliwie największym stopniu odwzorowywał cechy układu podczas zjawiska rzeczywistego. Strzałom zostały nadane odpowiednie prędkości początkowe, a płyta pancerza została utwierdzona na obwodzie.

head: 3265 four-junction elements and 13000 eight-junction elements;

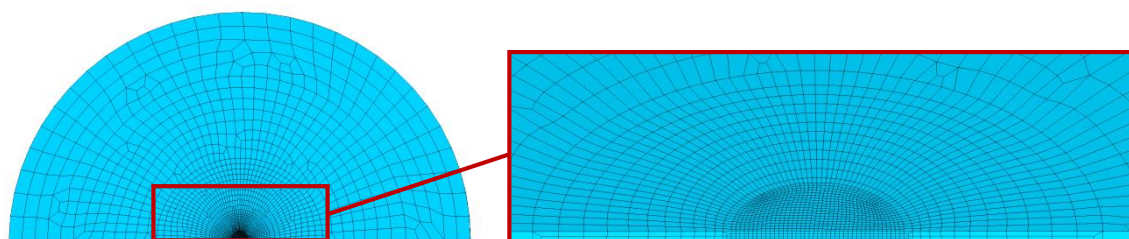
- for the arrow with *Heavy War Bodkin* head: 12300 four-junction elements and 13000 eight-junction elements.

In the analyses a conjectural model of contact detected by an algorithm of trajectory based on the method of “the punishment function” was used. The boundary conditions were assumed in a way securing in the greatest degree the reconstruction of system’s properties for the real phenomenon. Next the adequate velocities were given for the arrows and the armour plate was fixed on the perimeter.



Rys. 8. Model numeryczny analizowanego zjawiska i sposób dyskretyzacji grotów strzał

Fig. 8. Numerical model of the analysed phenomenon and the way the heads are divided in discrete parts



Rys. 9. Sposób dyskretyzacji przestrzennej pancerza

Fig. 9. The way the armour is divided on discrete parts

Wyniki analiz numerycznych tj. stan komponentów w określonych chwilach zde-

The results of numerical analyses i.e. the state of components in specific mo-

rzenia oraz stan pancerza po uderzeniu przedstawiono na rysunku 10. Dla wariantów uderzenia pod kątem $2,6^\circ$, odpowiadającemu trajektorii lotu strzały wystrzelonej z odległości 25 m, obserwowane jest odmienne zachowanie pancerza w zależności od rodzaju grotu strzały. W przypadku grotu typu *Needle Bodkin* pancerz nie zostaje przebity, a jedynie odkształca się plastycznie w obszarze bezpośredniego kontaktu. Obserwowane są znaczne deformacje grotu, który przybiera charakterystyczny zawinięty kształt (rys.11), podobny jak podczas przeprowadzonych eksperymentów [5, 6]. W tych samych warunkach grot typu *Heavy War Bodkin* wbija się i grzęźnie w pancerzu penetrując go na głębokość około 24 mm (przez penetrację rozumiana jest w tym przypadku suma głębokości ugięcia płyty stalowej $D_u = 10$ mm oraz głębokości wniknięcia grotu strzały po przebiciu tylnej powierzchni pancerza $D_w = 14$ mm, zaznaczone na rysunku 10b).

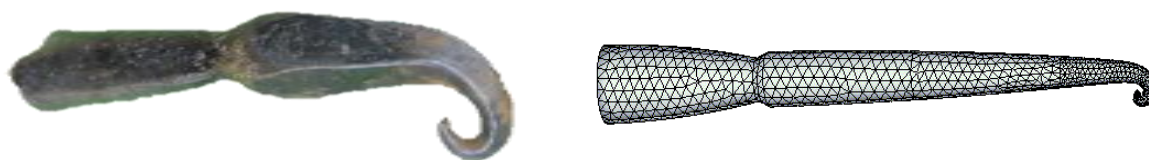
Dla uderzeń pod kątem $52,6^\circ$ (dla donośności 250 m) nie następuje zniszczenie pancerza dla żadnego z wariantów grotów, a jedynie jego praca w zakresie sprężystym (w przypadku grotu typu *Needle Bodkin*) lub plastycznym (w przypadku grotu typu *Heavy War Bodkin*). Kąt uderzenia jest jednak na tyle duży, że groty strzał rykoszetują od powierzchni pancerza i obserwowane są jedynie minimalne deformacje osłon.

W celu wyznaczenia maksymalnego dystansu ostrzału, dla którego obserwowane było przebicie tylnej powierzchni pancerza, wykonano wiele symulacji dla parametrów lotu strzały zgodnych z tabelą 1. Wyniki analiz wykazały, że grot strzały przebija pancerz nawet dla donośności równej 225 m (rys. 12). Głębokość penetracji dla tego przypadku wynosi jednak zaledwie 9 mm. Zatem graniczny dystans ostrzału, dla którego obserwowane jest przebicie tylnej powierzchni pancerza znajduje się w przedziale 225-250 m. Decydującymi czynnikami wpływającymi na skuteczność ostrzału są zatem: typ grotu i kąt uderzenia strzały, który wzrasta we wspomnianym przedziale od wartości $33,3^\circ$ do $52,1^\circ$. Prędkość uderzenia pozostaje na tym samym poziomie (około 46,5 m/s).

ments of collision and the state of the armour after the impact is presented in figure 10. For the option of hitting under the angle of 2.6° corresponding to the flight trajectory of the arrow discharged from distance of 25 m a different reaction of the armour is observed depending on the type of arrow head. In the case of *Needle Bodkin* head the armour is not pierced but only deformed plastically in the area of direct contact. Significant deformations of the head are observed and it is bent in a specific way (Fig.11) that is similar to carried out experiments [5, 6]. The *Heavy War Bodkin* head at the same conditions penetrates the armour and is stopped at the depth of ca. 24 mm (the mere penetration includes the denting value of the armour plate $D_u = 10$ mm plus the depth of arrow head penetration after piercing the rear surface of the armour $D_w = 14$ mm, marked in figure 10b).

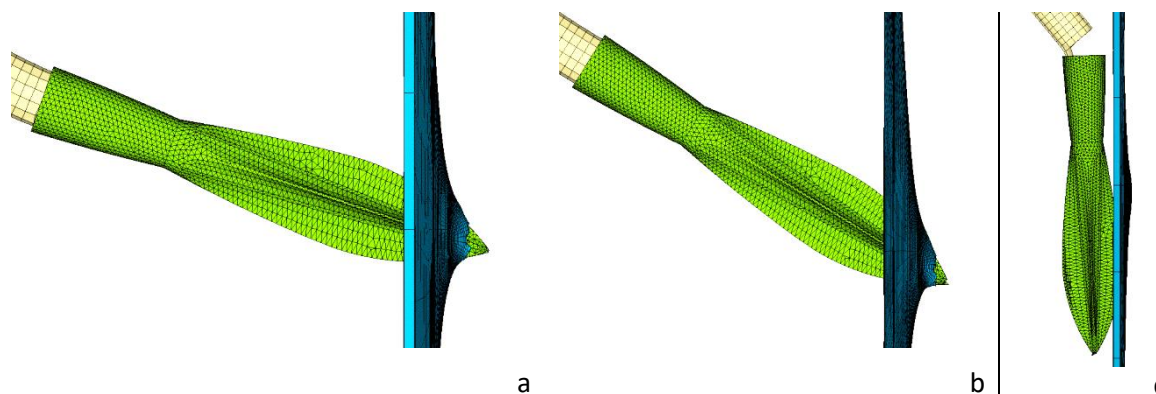
For impact angles of 52.6° (250 m range) the armour is not destroyed by any type of the head and it only works in the elastic range (in case of *Needle Bodkin* head) or plastic range (in case of *Heavy War Bodkin* head). The angle of impact is so large that the arrow heads ricochet from the armour surface and only minimal deformations of protecting shields are observed.

In order to establish a maximal range of firing for which the rear surface of the armour is penetrated a lot of simulations were performed for arrow flight characteristics shown in table 1. The results of analyses indicate that the arrow head punctures the armour even at ranges of 225 m (Fig. 12). But the depth of penetration for this case is only 9 mm. Then the critical range of shooting for which the penetration of armour rear surface is observed is between 225-250 m. Therefore the type of the arrow head and the impact angle which changes in the said range from 33.3° to 52.1° are the decisive factors influencing the effectiveness of shooting. The velocity of hitting remains on the same level (ca. 46.5 m/s).



Rys. 11. Porównanie deformacji grotów średniowiecznych strzał typu *Needle Bodkin* uzyskanych eksperymentalnie [5, 6] oraz uzyskanych numerycznie

Fig. 11. Comparison of deformations for medieval arrows of *Needle Bodkin* type received in experiments [5, 6] and in numerical simulation



Rys. 12. Porównanie głębokości penetracji pancerza przez strzały z grotem *Heavy War Bodkin* dla odległości ostrzału: a – 200 m, b – 225 m, c – 250 m

Fig. 12. Comparison of armour penetration depth for the arrows with *Heavy War Bodkin* head at shooting distances: a – 200 m, b – 225 m, c – 250 m

Wyniki analiz numerycznych wskazują jednoznacznie, że zdolność pełnej perforacji pancerza stalowego o grubości 2 mm przez strzałę dla odległości powyżej 25-50 m jest niska, aczkolwiek, stwierdzono przebicie tylnej powierzchni pancerza przez grot strzały *Heavy War Bodkin* dla odległości ostrzału do 225 m i kąta uderzenia do około 33°. Głębokość wniknięcia grotu po przebicciu pancerza jest jednak mała i zawiera się w przedziale od 14 mm dla odległości strzału 25m do 5 mm dla odległości strzału 225m. Analizując skuteczność tego typu broni należy wziąć pod uwagę fakt, że zgodnie z informacjami dostępnymi w literaturze w analizowanym okresie liczba jednostek bojowych, które mogły sobie pozwolić na pełne opancerzenie była niewielka, a na pełne opancerzenie płytowe jeszcze niższa (ze względu na bardzo wysoki koszt zbroi). Dodatkowo wytwarzane wówczas pancerze stalowe cechowały się dużą niejednorodnością struktury i w konsekwencji właściwości mechanicznych. Wydaje się zatem, że to wymienione wyżej czynniki w połączeniu

Results of numerical analyses clearly indicate that the capacity of complete penetration of steel armour plate with thickness of 2 mm by an arrow for the ranges above 25-50 m is low but even then the penetration of armour rear surface was observed by the arrow head of *Heavy War Bodkin* type for shooting range up to 225 m and angle of impact up to ca. 33°. But the depth of arrow head penetration is still low and falls between 14 mm for 25m and 5 mm for 225m distance. Analysing the effectiveness of this type of arms it has to be considered that according to literature data the number of combat formations which could afford a complete armour in that time was limited, and a complete plate armour was even rarer (because of the high cost). Moreover the armours produced in that time were characterised by a significantly not uniform structure and in consequence not uniform mechanical properties. It seems

z wysoką szybkostrzelnością łuczników angielskich (duża liczba wystrzeliwanych strzał zwiększała prawdopodobieństwo trafienia w obszary nieopancerzone) mogły przyczynić się, do niejednokrotnie przytaczanej w literaturze, wysokiej efektywności tego rodzaju broni w analizowanym okresie.

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych symulacji numerycznych stwierdzono, że:

1. 96 g strzała z grotem typu *Heavy War Bodkin* (wystrzelona z łuku angielskiego o naciągu 150 lbf [667 N]), w zakresie jego donośności do 225 m, posiadała zdolność przebiccia pancerza stalowego o grubości 2 mm (używanego przez XIV-wieczną ciężką jazdę), jednak głębokość penetracji zawiera się w przedziale od 24 mm (dla odległości strzału 25m) do 9 mm (dla odległości strzału 225m).
2. Istotnym elementem taktyki, który mógł mieć wpływ na zwiększenie efektywności ostrzału przez angielskich łuczników, był fakt prowadzenia ostrzału do nacierającej jazdy, w efekcie czego prędkości strzały i atakującej konnicy (w galopie do 10 m/s [18]) dodawały się, zwiększając rzeczywistą prędkość uderzenia strzały w pancerz.
3. Głównie wysoka szybkostrzelność i celność łuczników angielskich (duża ilość wystrzeliwanych strzał zwiększała prawdopodobieństwo trafienia w obszary nieopancerzone), jak i znaczna donośność strzał z grotem typu *Heavy War Bodkin* (250 m), mogły przyczynić się do przytaczanej w literaturze wysokiej efektywności tego rodzaju broni w analizowanym okresie historycznym, rozstrzygając niejednokrotnie losy bitew.
4. Przedstawiony przykład przeprowadzonej analizy numerycznej wskazuje na możliwość zastosowania tej metody w badaniach dawnej techniki wojskowej dla celów historycznych.

that this fact combined with a high rate of English bowmen shooting (large number of discharged arrows increased the probability of hitting the unprotected places) would contribute to a high effectiveness of this type of arms in that time, what is often mentioned in the literature.

5. Conclusions

Basing on performed numerical simulations it may be stated that:

1. The arrow of 96 g mass with the *Heavy War Bodkin* head (shot with the longbow at the pulling force of 150 lbf [667 N]) possessed a capacity to pierce a 2 mm thick steel armour (used by the heavy cavalry knights in the XIVth century) up to 225 m but the depth of penetration falls between 24 mm (for 25m shooting range) and 9 mm (for 225m shooting range).
2. Shooting against charging cavalry was an essential element of tactics which could increase the effectiveness of the English bowmen shooting as the velocities of arrow and attacking horsemen (in gallop up to 10 m/s [18]) added and the real impact velocity of an arrow into the armour was greater.
3. It was the high rate of shooting and accuracy of the English bowmen on the one hand (huge number of discharged arrows increased the chances of hitting into not armoured places) and a significant range of arrows with *Heavy War Bodkin* head (250 m) on the other hand which could be a reason of a high efficiency of this type of arm in considered historical times and a factor deciding the results of battles.
4. Presented example of performed numerical analysis indicates that the method may be used for investigation of technique from the past for historical purposes.

Literatura / Literature

- [1] E. Potkowski, *Crécy-Orlean 1346-1429*, Wydawnictwo Ministerstwa Obrony Narodowej, Warszawa 1986,
- [2] B.T. Carey, J.B. Allfree, J. Cairns, *Wojny średniowiecznego świata. Techniki walki*, Wydawnictwo Bellona, Warszawa 2008,
- [3] M. Prestwich, *Armies and Warfare in the Middle Ages: The English Experience*, New Haven 1996,
- [4] J. Baszkiewicz, *Historia Francji*, Wrocław 1995,
- [5] Maciej Nowak-Kreyer, *Crecy 1346*, Bellona, Warszawa 2003,
- [6] A. Ayton, P. Preston et al., *The Battle of Crécy, 1346*, Boydell and Brewer, Londres, 2005,
- [7] B.J. Sorrells, *Guide to the Longbow. Tips, Advise, and History of Target Shooting and Hunting*, Stackpole Books 2014,
- [8] M. Strickland, R. Hardy, *The Great Longbow: from Hastings to the Mary Rose*, Sutton Publishing, 2005,
- [9] ANSYS Help, Release 16.0 - ©SAS IP, Inc, 2015,
- [10] AUTODYN-2D *Technical Specification - The Interactive Non-linear Dynamic Analysis Code*. Century Dynamic - <http://www.centdyn.com>.,
- [11] Hurley V.: *Arrows Against Steel: The History of the Bow*. Mason-Charter, New York, 1975,
- [12] McCants A.: *Engineering the Medieval Achievement: Armor*. www.web.mit.edu, dostęp lipiec 2017,
- [13] Stretton M. *Testing Arrows against Plate Armour*. www.markstretton.blogspot.com, dostęp lipiec 2017,
- [14] Stretton M. *Testing How Powerfull was the Warbow?* www.markstretton.blogspot.com, dostęp lipiec 2017,
- [15] Johnson G. R., Cook W. H.: *A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains and High Temperatures*. Proc. 7th. Symp. on Ballistics, The Hague, The Netherlands, 1983,
- [16] Biblioteka materiałów programu ANSYS Autodyn v.16.,
- [17] Pencik J.: *Modelling of Experimental Tests of Wooden Specimens from Scots Pine (Pinus Sylvestris) with the Help of Anisotropic Plasticity Material Model*. Drvna Industria, 66 (1), 27-33, 2015,
- [18] Jarymowycz R.: *Dzieje Kawalerii*, Bellona, Warszawa, 2010.

